

# [研究ノート] フーコーの振り子の回転周期の説明

高橋 正雄<sup>1</sup>・大場 悠耶<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 基礎・教養教育センター 物理系列

<sup>2</sup> 平成 20 年度応用化学学科卒業生

New explanation for the rotational period of Foucault pendulum

Masao TAKAHASHI<sup>1</sup>, Yuuya OOBA<sup>2</sup>

## Abstract

We propose a new explanation for the rotational period of Foucault pendulum. Taking into account that the transfer distance is different depending on the latitude when the earth rotates, we derive the expression for the rotational period. The new explanation proposed by us is direct and easy to understand comparison with the existing explanation using a cone.

Keywords : Foucault pendulum, The rotation of the earth

日常生活では実感することはない地球の自転を、誰にでも目に見える形で示す実験として、フーコーの振り子は人気がある<sup>1)</sup>。地球の自転に伴い、振り子の振動面が時間とともに回転していくのを、直接目で観察できるからである。大阪市立科学館職員の渡部氏の調査によると、フーコーの振り子は学校や博物館など全国で約 50 箇所に設置されている。

ところで、フーコーの振り子の振動面が 1 周するのに必要な時間(回転周期)は、振り子の場所の緯度  $\theta$  に関係し、次の式で表されることが知られている。

$$\text{回転周期 } T = 1 \text{ 日} / \sin \theta \quad (1)$$

この式の導出方法は幾つかあるようだが、いずれも複雑で、一般の人にはわかりにくい<sup>2-6)</sup>。余談だが、フーコー自身もこの式を提示はしたが証明は示せず、後に他の科学者によって証明されたという。

ここでは、簡単な考察で(1)式が導出できることを示す。図 1 に示すように、地球を北極(N)と南極(S)を結ぶ軸を中心に回転する半径  $R$  の球と考え、北半球で東西南北の面に仕切られた部屋ではじめ南北(NS)方向に振り子を振らせたでしょう。地球が自転するにつれて、振り子がつり下げられた部屋も動くが、このとき、北側の点Aよりも赤道に近い南側の点Bの方がわずかに移動距離も長く、速度も大きい。その結果として、振り子をつり下げた部屋は、上から見て反時計まわりに回転していく。部屋の中にとずっと滞在している人の目には、それが振り子の振動面が時計回りに回転していくように観測される。

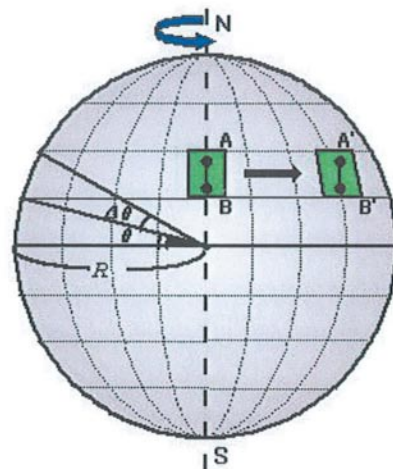


図1 自転する地球上での移動

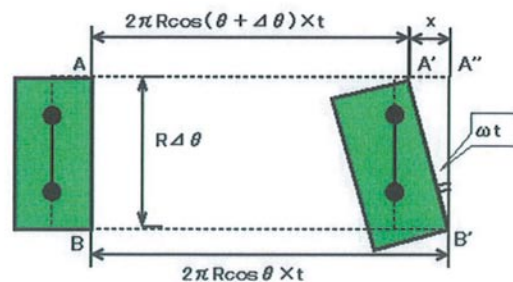


図2 並進移動と回転

振動面の回転角速度  $\omega$  を計算するために、南側の B 点の緯度を  $\theta$ 、北側の A 点の緯度を  $\theta + \Delta\theta$  とする。 $\Delta\theta$  が非常に小さいと仮定すると、部屋は平面としてよい（曲率は考える必要がない）。緯度  $\theta$  の点 B は、1 日で半径  $R \cos \theta$  の円軌道を描くので円周分の距離  $2\pi R \cos \theta$  進む。すなわち、時間の単位を「日（=24 時間）」とすると、時間  $t$  の間に、部屋の北側の点 A は  $AA' = 2\pi R \cos(\theta + \Delta\theta) \times t$ 、南側の点 B は  $BB' = 2\pi R \cos \theta \times t$  だけ移動する。 $\Delta\theta$  が非常に小さいとき、移動距離の差  $x$  は

$$x = 2\pi R \cos \theta \times t - 2\pi R \cos(\theta + \Delta\theta) \times t \quad (2)$$

$$\approx 2\pi R \sin \theta \cdot \Delta\theta \times t$$

と計算される。

このとき部屋の運動は、図 2 に示すように、円周（等緯度線）にそった点 B の並進運動と（地球の中心と点 B を結ぶ軸のまわりの）回転運動に分けることができる。振動面の回転角を  $\omega t$  と書くことにすると、この回転角は  $\angle A'B'A''$  に等しく、時間  $t$  が短いとき弧の関係式から

$$x = (R\Delta\theta) \times \omega t \quad (3)$$

が成り立つ。(2) と (3) を比べると、

$$\text{振動面の回転角速度 } \omega = 2\pi \sin \theta \quad (4)$$

が得られ、 $T = 2\pi / \omega$  を使って直ちに回転周期  $T$  が (1) 式となることが示される。ここでは振動面がはじめ等緯度線に垂直であるとしたが、最初からある角をなしていても、振動面が回転することが簡単に示される。

この説明を従来の円錐形を使った説明<sup>4-6)</sup>と比較してみよう。円錐形を使った説明では、振り子の振動面の回転を地球の自転軸（地軸）のまわりの回転ではなく、観測点の鉛直線のまわりの回転であるとして、図 3 (a) のように、A 点で南北に引いた地球の接線の A O が 1 日に回転する角度を求める。図 3 (b) の展開図で考えると、地球の自転につれて A O は、B O、C O、…と、O を頂点とした円錐の母線にそって移動していく。したがって、A O が 1 日に回転する角度（=  $\omega$  / 日  $\times$  1 日）は、この円錐を展開した扇形の中心角に等しい。扇形は半径  $AO = R \cot \theta$  で、弧の長さ  $2\pi R \cos \theta$  である。このことから、

$$\omega \times 1 = \frac{2\pi R \cos \theta}{R \cot \theta} = 2\pi \sin \theta \quad (5)$$

となって (4) 式と同じ結果が得られる。

円錐形を使った説明の長所は、近似を使わずに回転の角速度  $\omega$  を求めることができることだが、はじ

めて学習する人にとってはなぜこのような円錐形とその展開図を考えるのが理解しにくい。その点今回提示した説明では、地表に固定された「部屋」の移動を、部屋に固定された B 点の等緯度線に沿った並進運動と地球の中心と B 点を結ぶ軸のまわりの（A B の）回転運動と捉えて、振り子の振動面の回転を部屋の南北面で移動距離の差から直接的に導いている。そのため  $\Delta\theta$  が非常に小さいという近似を使うものの、フーコーの振り子の実験の本質を直感的に把握できるようになっている。

ちなみに私たちも長さ 4.16 m の針金に鉄球（質量 5.0 kg、半径 5.5 cm）をつけた振り子を作成し、厚木市内の大学構内（北緯 35.49°）で実験をした<sup>6)</sup>。(1) 式を使って予想される回転周期は  $T = 1.722$  日 = 41.34 時間、角速度  $\omega = 3.649$  rad/日 = 8.708° / h となる。実験結果も  $\omega$  の値が 8.3 ~ 9.0° / h と近い数値が得られた。

#### 参考文献

- 1) 原 俊雄：「科学館における小学校教員理科実技講習会」物理教育，56-4(2008)pp. 327-332.
- 2) 徐丙鉄：「3D シミュレーションを利用した『フーコーの振り子』の講義シナリオ」応用物理教育，32-2(2008) pp. 15-20.
- 3) 佐々木 勝浩：「フーコーの振り子について」自然科学と博物館，48-4(1981) pp. 154-157.
- 4) 力武常次・小林正光・小林宏共著：チャート式「基礎からの理科 I」（数研出版、昭和 60 年発行改定版 p. 212）.
- 5) 近藤 淳：力学（裳華房、1993 年第 1 版）p. 188.
- 6) 大場悠耶：「フーコーの振り子の制作と観察」神奈川工科大学応用化学科卒業論文（平成 20 年度）.

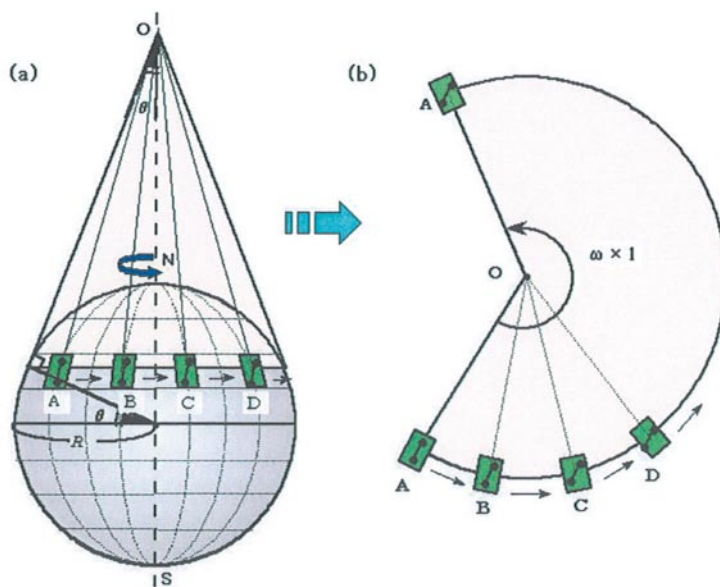


図3 振り子の振動面が1日に回転する角度