

[研究論文] 微分フィルタ設計における Chebyshev 近似と Remes アルゴリズム

立花康夫

神奈川工科大学情報学部情報メディア学科

Chebyshev Approximation and Remes Algorithm for the Design of Differential Filters

Yasuo TACHIBANA

Abstract

In this paper we present a design method of differential filters for the identification of a linear system. For the identification of a transfer function we need the differential filters with linear phase. For some non-negative integer r_{\max} , we propose the r -th order ($0 \leq r \leq r_{\max}$) differential digital filters that are constructed by r -times of the first order FIR differential filter, $r_{\max} - r$ times of the first order FIR row pass filter and several order FIR row pass filter. They are connected in cascade connection. The third FIR filter is designed by the Chebyshev approximation. For the algorithm of the approximation we use the Remes exchange method. In this algorithm the matrix inversion of a large order matrix appears. In the case of higher order filter such as 5000, this process is difficult to execute of calculation. In this paper we use quad precision floating point in Fortran 90. We present several numerical examples of the proposed method.

Keywords: Transfer function, Identification, Differential filters, Chebyshev approximation, Remes exchange algorithm

1. はじめに

この論文は、微分フィルタを用いた伝達関数の同定法と必要となる微分フィルタの設計法を与える。伝達関数が無駄時間を含む場合には、無駄時間を1次遅れで近似し、伝達関数の分母に繰り込んで元の系を無駄時間の無い伝達関数で近似する。これを対象系の入出力サンプル値の微分フィルタ信号を用いて推定する。提案微分フィルタは FIR 型で線形位相である。1次微分フィルタと1次低域フィルタと高次の低域フィルタのカスケード接続で所定の特性を満たす。提案同定手法には低域特性の微分フィルタが必要となる。既に、著者は最小二乗法による同種の微分フィルタを提案してきた^[1]。最小二乗近似の場合には所定区間での誤差の二乗に対する評価のため、部分的には誤差が大きくなる場合がある。そこで、本論文では提案フィルタを Chebyshev 近似により設計し、局所的な誤差を小さくすることを目的としている。伝達関数に無駄時間が含まれる場合には、無駄時間の1次遅れ近似のため、元の系の伝達関数係数と無駄時間は推定伝達関数係数の非線形方程式を満たす。これは Newton-Raphson 法による逐次近似で解く。本論文では4倍精度演算を用いた5000次までのフィルタ設計例を示す。

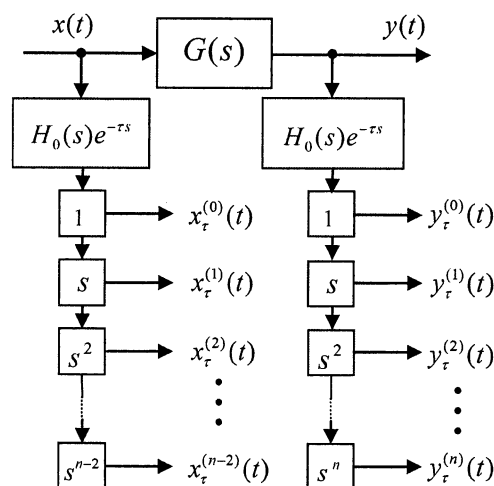


Fig.1 同定のための微分フィルタの配置

2. 伝達関数の推定

この論文で考察する伝達関数は

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n_s-1} s^{n_s-1}}{1 + a_1 s + \dots + a_{n_s} s^{n_s}} \quad (1)$$

の形状である。一般に、線形系の同定は一度デジタル

系、すなわち、差分方程式に変換して実施される^{[2],[3]}。この場合、伝達関数を求めるにはデジタル系の推定パラメータから所定の変換処理を必要とする。一方、伝達関数の係数を直接求める方法はこれまでもいくつか提案されてきている^{[4],[5]}。著者もこの分野でのいくつかの提案をしている^{[6]-[9]}。いずれも、デジタルフィルタにより微分信号を生成して用いる。考えの本質はアナログフィルタで説明される。位相遅れのない理想的な低域フィルタを $H_0(s)$ とする。このフィルタの帯域は雑音領域の除去のために狭いとする。ここで τ を位相遅れ時間とし、実際の低域フィルタは $H_0(s)e^{-\tau s}$ のような特性となる。Fig.1 のように伝達特性 $G(s)$ への入力 $x(t)$ と出力を $y(t)$ とする。微分フィルタ $s^k H_0(s)e^{-\tau s}$ ($k=0,1,\dots,n-2$) による $x(t)$ の応答を $x_r^{(k)}(t)$ とし、 $s^k H_0(s)e^{-\tau s}$ ($k=0,1,\dots,n$) による $y(t)$ の応答を $y_r^{(k)}(t)$ とする。このとき、

$$y_r^{(0)}(t) + a_1 y_r^{(1)}(t) + \dots + a_n y_r^{(n)}(t) = b_0 x_r^{(0)}(t) + \dots + b_{n-1} x_r^{(n-1)}(t) \quad (2)$$

が成り立つ。ここで、微分フィルタ $s^k H_0(s)e^{-\tau s}$ の位相特性が線形位相であることが本質的に重要である。式(2)を基にして、対象系の入出力信号から微分信号が取り出せるならば、最小二乗法などにより伝達関数のパラメータを推定することが可能となる。しかし、残念なことであるが、アナログフィルタによりこのような特性を得ることは不可能である。この論文では、このような微分フィルタをデジタルフィルタにより実現する。デジタル系のサンプル周期を T_s [s] とし、折り曲げ周波数 $f_F = 0.5/T_s$ に対して、所定の範囲では十分にデジタル系がアナログ系を近似すると考える。すなわち、十分に高いサンプル周波数を確保するものとする。アナログ系の周波数 f [Hz] に対してデジタル系の規格化角周波数 ω は

$$\omega = 2\pi f T_s \quad (3)$$

により与えられる。周波数 f は $|f| \leq f_F$ の範囲で考えるので $|\omega| \leq \pi$ となる。

3. 提案微分フィルタ

この節では提案する微分フィルタの設計法を示す。適当に設定したサンプル周期によりアナログフィルタはデジタルフィルタで近似できる。デジタルフィルタ $D_M^{(r)}(z)$ によりアナログ微分フィルタ $H_r^{(r)}(s) = s^r H_0(s)e^{-\tau s}$ を近似する。ここで、 M は次数を決める整数である。この近似は、

$$D_M^{(r)}(e^{j\omega}) \approx T_s^r H_r^{(r)}(j2\pi f) \quad (|\omega| \leq \pi) \quad (4)$$

となることを意味している。デジタル微分フィルタは

$$D_M^{(r)}(z) = \{P(z)\}^r \{Q(z)\}^{r_{\max}-r} R_M^{(r)}(z) \quad (5)$$

のように構成する。ここで、

$$0 \leq r \leq r_{\max} \quad (6)$$

$$P(z) = 1 - z^{-1} \quad (7)$$

$$Q(z) = (1 + z^{-1})/2 \quad (8)$$

$$R_M^{(r)}(z) = \sum_{k=0}^M \rho_k^{(r)} z^{-k} \quad (\rho_k^{(r)} = \rho_{M-k}^{(r)} : k=0,1,\dots,M) \quad (9)$$

とする。ここで、 r_{\max} は

$$n \leq r_{\max} \quad (10)$$

を満たすような整数である。補償フィルタ $R_M^{(r)}(z)$ は(9)により対称なフィルタであり、線形位相特性を持つ。1次のフィルタ $P(z), Q(z)$ も線形位相であるから、提案微分フィルタは線形位相特性を持つ。すなわち、 $D_M^{(r)}(z)$ の周波数特性は

$$D_M^{(r)}(e^{j\omega}) = j^r S_M^{(r)}(\omega) e^{-j\tau_M \omega} \quad (11)$$

により示される。ここで、

$$\tau_M = (r_{\max} + M)/2 \quad (12)$$

$$S_M^{(r)}(\omega) = \omega^r U_M^{(r)}(\omega) \quad (13)$$

$$U_M^{(r)}(\omega) = \{P_0(\omega)\}^r \{Q_0(\omega)\}^{r_{\max}-r} T_M^{(r)}(\omega) \quad (14)$$

$$P_0(\omega) = \sin(\omega/2)/(\omega/2) \quad (15)$$

$$Q_0(\omega) = \cos(\omega/2) \quad (16)$$

$$T_M^{(r)}(\omega) = \begin{cases} \rho_m^{(r)} + 2 \sum_{k=0}^{m-1} \rho_k^{(r)} \cos\{(m-k)\omega\} & M = 2m \\ 2 \sum_{k=0}^m \rho_k^{(r)} \cos\{(m+0.5-k)\omega\} & M = 2m+1 \end{cases} \quad (17)$$

である。補償フィルタ $D_M^{(r)}(z)$ を定めるために、Chebyshev 近似フィルタを用いる。すなわち、

$$J_M^{(r)} = \text{Max}_{0 \leq \omega \leq \pi} |T_M^{(r)}(\omega) - I(\omega)/P_0^r(\omega) Q_0^{r_{\max}-r}(\omega)| \quad (18)$$

が最小になるように $\rho_0^{(r)}, \rho_1^{(r)}, \dots, \rho_m^{(r)}$ を定める。ここで、 $H_0(s)$ は位相遅れ0の低域フィルタであるので ω の実関数 $I(\omega)$ により

$$H_0(j\omega) = I(\omega) \quad (19)$$

となる。この理想特性 $I(\omega)$ は直流を通過させるような狭い低域の特性である。この論文では、

$$I(\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega \leq \omega_E \mu \\ (\omega_E - \omega)/\{\omega_E(1-\mu)\} & \omega_E \mu < \omega \leq \omega_E \quad (0 < \mu < 1) \\ 0 & \omega_E \leq \omega \leq \pi \end{cases} \quad (20)$$

と設定している。また、 $W(\omega)$ は荷重関数であり

$$W(\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega \leq \omega_E \\ w_E & \omega_E < \omega \leq \pi \end{cases} \quad (21)$$

とする。最適化問題 $\text{Min}_\rho \{J_M^{(r)}\}$ 解法は Remes のアルゴリズムによる。

4. Remes アルゴリズム

Remes アルゴリズムによる Chebyshev 近似フィルタ設計プログラムとしては、McClellan^[10] のプログラムがよく知

られている。また、Matlab 等のパッケージを用いれば容易に処理が達成できるが、精度は 2 倍精度(8 バイト長、約 15 桁)である。この論文では、必要となる高次のフィルタを設計するために、全体のプログラムを 4 倍精度(16 バイト長、約 33 桁の精度を有する)の数値計算により実施する。PC 上で実施可能な環境として Fortran90/95 を利用する。高次のフィルタを Remes アルゴリズムで設計するには、フィルタ次数の約半分を行と列の次数とする行列の逆行列計算が現われる。この行列は条件が悪く Gauss-Seidel 法等の繰り返し法では収束が悪いので、どうしても Gauss 消去等を用いる必要がある。以下、Remes アルゴリズムの流れ^[11]を説明する。アルゴリズム記述の便宜上、この節だけは、 ω を x とし、 $n = m + 1$ として、 $k = 1, 2, \dots, n$ に対して

$$c_k = \rho_{k-1} \quad (22)$$

$$g_k(x) = \begin{cases} (2 - \delta_{k,m+1}) \cos\{(m+1-k)x\} & M = 2m \\ 2 \cos\{(m+1.5-k)x\} & M = 2m+1 \end{cases} \quad (23)$$

とすると、

$$T_M^{(r)}(x) = \sum_{k=1}^n c_k g_k(x) \quad (24)$$

となる。

1° 区間 $[0, \pi]$ 上に相異なる $n+1$ 個の数値 x_0, x_1, \dots, x_n

$$0 \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq \pi \quad (25)$$

を選ぶ。

2° 交代定理^[11]により次の方程式が成立する。ここで、 r_e は最大誤差を示す。

$$(-1)^p r_e = f(x_p) - \sum_{k=1}^n c_k g_k(x_p) \quad (p=0, 1, \dots, n) \quad (26)$$

ここで、

$$f(x) = I(x) / P_0'(x) Q_0^{m-r}(x) \quad (27)$$

である。式(26)は行列を用いて次のように表される。

$$\mathbf{A} \mathbf{c} = \mathbf{b} \quad (28)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} g_1(x_0) & \dots & g_n(x_0) & 1 \\ g_1(x_1) & \dots & g_n(x_1) & -1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_1(x_n) & \dots & g_n(x_n) & (-1)^n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix} \quad (29)$$

ここでの関数列 $g_k(x)$ は Haar の条件^[11]を満たすから、方程式(28)の行列 \mathbf{A} は式(25)の条件で常に正則であり、方程式(28)は常に一意解を持つ。

3° ここで、

$$R(x) = f(x) - \sum_{k=1}^n c_k g_k(x) \quad (30)$$

とする。このとき、 $R(x_p) = (-1)^p r_e$ であるから、中間値の定理により、

$$R(z_p) = 0 \quad x_{p-1} < z_p < x_p \quad (p=1, \dots, n) \quad (31)$$

となる z_1, z_2, \dots, z_n が存在する。さらに、 $z_0 = 0, z_{n+1} = \pi$ とする。

4° $R(x_p)$ の符号を $\sigma_p = \text{sgn}\{R(x_p)\}$ により表す。 $[z_p, z_{p+1}]$

の中で $\sigma_p R(x)$ が最大となる点を y_p とする。

5° $[0, \pi]$ における $|R(x)|$ の最大値を R_{\max} とする。

6° $R_{\max} > \max_{0 \leq k \leq n} |R(y_k)|$ ならば、数列

$$0 \leq y_0 < y_1 < \dots < y_n \leq \pi \quad (32)$$

の中に y_{\max} を埋めこみ、長さ $n+2$ の数列を作る。そこから、長さ $n+1$ の部分列を選び、それらの点で順番に $R(*)$ の符号が交互に変化するようにする。この部分列を改めて y_0, y_1, \dots, y_n とする。 $R_{\max} \leq \max_{0 \leq k \leq n} |R(y_k)|$ ならば、数列 y_0, y_1, \dots, y_n は変更しない。

7° R_{\max} の値が所定の値より小さければ、この時点での \mathbf{c} の値が最適なパラメータとなる。また、前の繰り返しでの R_{\max} の値を \tilde{R}_{\max} としたとき、

$$|R_{\max} - \tilde{R}_{\max}| < \varepsilon_{\text{End}} \quad (33)$$

となれば、やはり繰り返しを中断し、その時の \mathbf{c} を最適なパラメータとする。そうでなければ、 y_0, y_1, \dots, y_n を次のステップの x_0, x_1, \dots, x_n として、2° に戻り計算を繰り返す。

8° 終了条件が満たされるまでの繰り返し数を $k_{R_{\max}, M, r}$ とし、その時点での R_{\max} を $R_{\max, M, r}$ とする。

このアルゴリズムは有限の回数で所定の条件を満たす^[11]。

5. Remes アルゴリズム実施上の諸設定

Remes アルゴリズムを実施するに際して、本論文では次のように設定する。

(a) 初期点列としては、等間隔、

$$x_k = \pi k / n \quad (k=0, 1, \dots, n) \quad (34)$$

とする。

(b) 逆行列の数値計算法としては、掃出し法と繰り返し法がある。通常、次数が大きい行列の逆行列を求めるには Gauss-Seidel 等の繰り返し法が用いられる。この論文で現れる行列は条件が悪く、繰り返し法には向かない。そこで、Gauss の掃出し法を用いる。この場合、次数が大きくなると、精度の桁落ち等の現象のため、短い精度の計算では、解の信頼度が保てない。200×200 程度の行列であれば、double precision(8 バイト)で十分な信頼度が得られると考えられるが、この論文で扱うような 2500×2500 程度の行列の逆行列演算では、精度の信頼度は保てない。そこで、この論文では 4 倍精度の計算をしている。

(c) 区間 (x_{p-1}, x_p) における $R(z)$ のゼロ点 z_p を求める方法は 2 分法を用いている。便宜上、区間 (α, β) を考え、 $R(\alpha)R(\beta) < 0$ とする。この区間内の $R(z)$ のゼロ点 z の近似値を求める。以下のように、数列 $\xi_k < \eta_k (k=0, 1, \dots)$ を定義する。まず、 $\xi_0 = \alpha, \eta_0 = \beta$ とする。 $\xi_k < \eta_k (k=0, 1, \dots)$ が定まった場合、次のように

する。所定の小正数を ε_z とする。 $|R(\xi_k)| < \varepsilon_z$ ならば、ゼロ点の近似値を $z = \xi_k$ とし計算を終了する。また、 $|R(\eta_k)| < \varepsilon_z$ ならば、 $z = \eta_k$ とし計算を終了する。このいずれでもなければ、 $R(\xi_k)R(\eta_k) < 0$ となる。ここで、 $\zeta = (\xi_k + \eta_k)/2$ とする。このとき、 $R(\xi_k)R(\zeta) \leq 0$ か $R(\zeta)R(\eta_k) \leq 0$ である。そこで、 $R(\xi_k)R(\zeta) \leq 0$ ならば $\xi_{k+1} = \xi_k, \eta_{k+1} = \zeta$ とし、 $R(\zeta)R(\eta_k) \leq 0$ ならば $\xi_{k+1} = \zeta, \eta_{k+1} = \eta_k$ とする。繰り返しの最大値を k_{nr} とする。途中で計算が終了しない場合には、 $z = (\xi_{k_{nr}} + \eta_{k_{nr}})/2$ を零点の近似値とする。この誤差 e_z は

$$|e_z| \leq (\beta - \alpha)/2^{k_{nr}} \leq \pi/2^{k_{nr}} \quad (35)$$

の範囲となる。

- (d) $[z_p, z_{p+1}]$ の中で $\sigma_p R(x)$ が最大となる点 y_p を求める方法を示す。区間 $[0, \pi]$ を k_{Cal} 等分して、この点を $u_k = \pi k / k_{Cal} (k = 0, 1, \dots, k_{Cal})$ とする。ここで、 $u_{k_L-1} < z_p \leq u_{k_L}, u_{k_R} \leq z_{p+1} < u_{k_R+1}$ となるように、 $0 \leq k_L < k_R \leq k_{Cal}$ を選ぶ、 $\sigma_p R(u_k) (k = k_L, \dots, k_R)$ が最大となる k を k_{max} とするとき、 $y_p = u_{k_{max}}$ とする。
- (e) $[0, \pi]$ の中で $|R(x)|$ の最大値 y_{max} を求める方法を示す。(d)で求めた $u_k = \pi k / k_{Cal} (k = 0, 1, \dots, k_{Cal})$ における誤差絶対値 $|R(u_k)| (k = 0, 1, \dots, k_{Cal})$ の最大値を R_{max} とする。

6. 伝達関数パラメータの推定

伝達関数は微分フィルタを用いて推定できる。すなわち、式(2)が成立することを考慮して、デジタルなサンプル値 $x_k = x(kT_s), y_k = y(kT_s) (k = 0, 1, \dots, K)$ にデジタルフィルタ $D_M^{(r)}(z)/T_s^r$ を作用させることにより $x_M^{(r)}(kT_s), y_M^{(r)}(kT_s)$ を十分に近似するデジタルデータ $x_k^{(r)}, y_k^{(r)}$ を得る。ここで、 K は M を超える大きな整数である。このデータも式(2)と同様

$$y_k^{(0)} + a_1 y_k^{(1)} + \dots + a_{n_s} y_k^{(n_s)} = b_0 x_k^{(0)} + \dots + b_{n_s-1} x_k^{(n_s-1)} \quad (36)$$

を満たすので、最小二乗法で推定する。すなわち、

$$J_K = \sum_{k=M+1}^K [y_k^{(0)} + a_1 y_k^{(1)} + \dots + a_{n_s} y_k^{(n_s)} - (b_0 x_k^{(0)} + \dots + b_{n_s-1} x_k^{(n_s-1)})]^2 \quad (37)$$

を最小にする係数を求める。

伝達関数が無駄時間を含む場合、

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n_s-1} s^{n_s-1}}{1 + a_1 s + \dots + a_{n_s} s^{n_s}} e^{-Ls} \quad (38)$$

には、次のようにする。ここで、

$$|\omega L| \leq 1 \quad (39)$$

のような低域の周波数領域では、

$$e^{-Ls} \approx 1/(1+Ls) \quad (40)$$

という近似が可能である。具体的には、

$$|\xi| \leq \xi_c \equiv 0.1 \quad (41)$$

において

$$0.995 \leq |e^{-j\xi}| / |1/(1+j\xi)| \leq 1 \quad (42)$$

$$0.997 \leq |-j\xi| / |-j \tan^{-1}(\xi)| \leq 1 \quad (43)$$

である。そこで、

$$|\omega L| \leq \xi_c \quad (44)$$

では伝達関数 $G(s)$ が

$$\tilde{G}(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n_s-1} s^{n_s-1}}{(1 + a_1 s + \dots + a_{n_s} s^{n_s})(1 + Ls)} \quad (45)$$

により近似できる。この場合、領域(7)を念頭において、伝達関数、

$$\tilde{G}(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n-2} s^{n-2}}{1 + \tilde{a}_1 s + \dots + \tilde{a}_n s^n} \quad (46)$$

を推定する。ここで、

$$n = n_s + 1 \quad a_0 = 1$$

$$\tilde{a}_k = a_k + La_{k-1} \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad \tilde{a}_n = La_{n-1} \quad (47)$$

である。推定係数 \tilde{a}_k, b_k から非線形方程式(47)を解いて a_k と L を求める。係数 $\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n, b_0, \dots, b_{n-2}$ が推定できると、最終的には、さらに、係数 a_1, \dots, a_{n-1}, L を求める必要がある。係数 $\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n$ と a_1, \dots, a_{n-1}, L は式(47)の非線形の関係にある。この非線形方程式を解くために、次のように設定する。二つのベクトル

$$\tilde{\mathbf{a}} = [\tilde{a}_1 \quad \tilde{a}_2 \quad \dots \quad \tilde{a}_n]^T \quad \mathbf{a} = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{n-1} \quad L]^T \quad (48)$$

を定義する。さらに、ベクトル関数

$$\mathbf{f}(\mathbf{a}) = [a_1 + L \quad a_2 + La_1 \quad \dots \quad a_{n-1} + La_{n-2} \quad La_{n-1}]^T \quad (49)$$

を定義する。従って、目的は非線形方程式

$$\mathbf{f}(\mathbf{a}) = \tilde{\mathbf{a}} \quad (50)$$

を \mathbf{a} について解くことである。この論文ではNewton-Raphson法を適用する。まず、 $\mathbf{f}(\mathbf{a})$ のJacobianは

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ L & 1 & \dots & 0 & a_1 \\ 0 & L & \dots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & 1 & a_{n-2} \\ 0 & 0 & \dots & L & a_{n-1} \end{bmatrix} \quad (51)$$

である。初期値 $\mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ を与え、 $k+1$ ステップ目の近似値を

$$\mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{a}_k - \mathbf{J}^{-1} \{ \mathbf{f}(\mathbf{a}_k) - \tilde{\mathbf{a}} \} \quad (k = 0, 1, \dots, K_{NR}) \quad (52)$$

で与える。収束条件は小正数 ε_{NR} により、

$$\|\mathbf{a}_{k+1} - \mathbf{a}_k\| < \varepsilon_{NR} \quad (53)$$

とする。

7. フィルタ設計例

本論文では、設計例として

$$\omega_E = 0.5, \mu = 0.5, w_E = 1, r_{\max} = 3 \tag{54}$$

の場合を示す。設計に係るパラメータは

$$\varepsilon_Z = 10^{-8}, \varepsilon_{\text{End}} = 10^{-8}, k_{\text{Itr}} = 20, k_{\text{Cal}} = 10,000 \tag{55}$$

としてある。また、フィルタ次数は

$$M = 50, 2000, 3000, 4000, 5000 \tag{56}$$

の場合について計算している。Table 1 は M と r の各設定での $R_{\max,M,r}$, $k_{\text{Rme},M,r}$, $t_{\text{Cal},M,r}$ を示している。ここで、 $t_{\text{Cal},M,r}$ はフィルタの計算時間である。Table 1 では全ての r について計算していないものもある。Fig.1 には $M = 2000$ での $S_M^{(r)}$ を、Fig.2 には $U_M^{(r)}$ を示す。Fig.3, Fig.4 にはそれぞれ $M = 50, 2000$ での $S_M^{(0)}$ を示している。 $M = 5000$ になると、 $r = 0$ の場合だけでも、かなりの設計時間を要する(約 8 時間)ことがわかる。

8. まとめ

この論文は、伝達関数のパラメータを直接推定するために微分フィルタを用いる方法を示し、必要となるフィルタの設計法を与えた。アナログフィルタでは所望の特性を得ることができないので、デジタルフィルタとして設計する方法を提示した。1次 FIR 微分フィルタを r 個と 1次 FIR 低域フィルタを $r_{\max} - r$ 個と高次低域フィルタをカスケードに接続して、 $r = 0$ から $r = r_{\max}$ 次までの微分フィルタを位相特性が同じで、振幅特性は理想微分特性と低域特性の積になるように構成した。カスケードの要素となる高次低域フィルタは Chebyshev 近似による最適フィルタにより設計した。この設計には Remes のアルゴリズムを利用した。この中で、所定区間内での誤差関数の零点の計算に 2 分法を用いた。区間内の最適値探索には、固定分点での誤差関数 R の値を用いた。4 倍精度計算を用いることで、高次のフィルタに対しても、アルゴリズムの途中で現れる逆行列の計算法に Gauss の掃出し法を用いることができることを示した。設計例を与え、手法の妥当性を示した。

参考文献

- [1] 立花康夫, "無駄時間を含む無駄時間同定のためのデジタル・フィルタ", 第 23 回「回路とシステムワークショップ」, Bd1-1-4, 2010.4
- [2] "Identification ToolBox for Use with Matlab", The MathWorks Inc., 1988
- [3] 足立修一「システム同定の基礎」, 東京電機大学出版局, 2009.9
- [4] S.Sagara, Z.J.Yang and K.Wada, "Identification of continuous systems using digital low-pass filters", Int. J. System Sci., Vol.22, No.3, pp.1159-1176, 1991
- [5] R.Johansson, "Identification of Continuous-Time Models", IEEE Trans. on signal processing, Vol.42, No.4, April 1994
- [6] 立花康夫, "デジタル・フィルタを用いた同定", 計測自動制御学会論文集 Vol.9, No.4, pp.438-445, 1973.8
- [7] 立花康夫, "カスケードデジタル微分フィルタによる伝達関数の推定", 電子通信学会論文誌 Vol.58-D, No.9, pp.546-553, 1975.9
- [8] 立花康夫, 真庭久和, 亀田洋志, 近藤倫正, "巡回型狭帯域フィルタによる微分フィルタの最適設計", 電子情報通信学会論文誌 A, Vol.J78-A, No.5, pp.554-561, 1995.5
- [9] Y. Tachibana, and Y. Suzuki, "Parameters and system order estimation using differential filters and resultant", IEICE Trans. Fundamentals, vol. E82-A, no.9, pp.1900-1910, Sept.1999
- [10] J.H.McClellan, T.W.Parks, "A Personal History of the Parks-McClellan Algorithm", IEEE Signal Processing Magazine, pp.82-86, march, 2005
- [11] E.W.Cheney, "Introduction to Approximation Theory", McGraw-Hill, 1966

Table 1 計算結果

M	50				2000				3000	4000	5000
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	0	0
$R_{\max,M,r}$	0.05681	0.04546	0.03658	0.02965	0.00125	0.00098	0.00098	0.00061	0.000840	0.000629	0.00009
$k_{\text{Rme},M,r}$	5	5	5	5	10	10	10	11	12	11	10
$t_{\text{Cal},M,r}$	2s	2s	2s	2s	36m54s	37m6s	36m39	40m17	2h15m58s	6h16m8s	8h17m33s

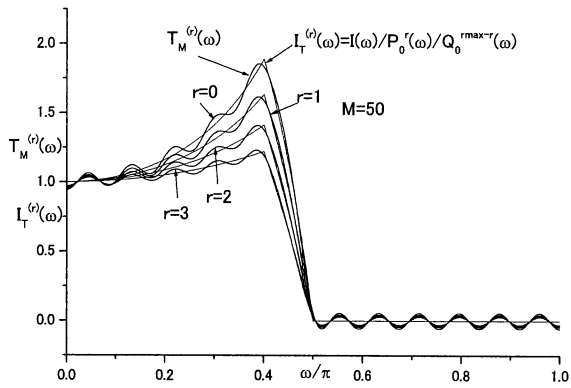


Fig.2 $T_M^{(r)}(\omega)$ for $M = 50$

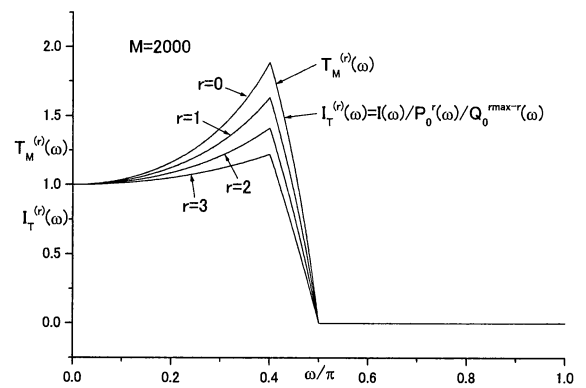


Fig.5 $T_M^{(r)}(\omega)$ for $M = 2000$

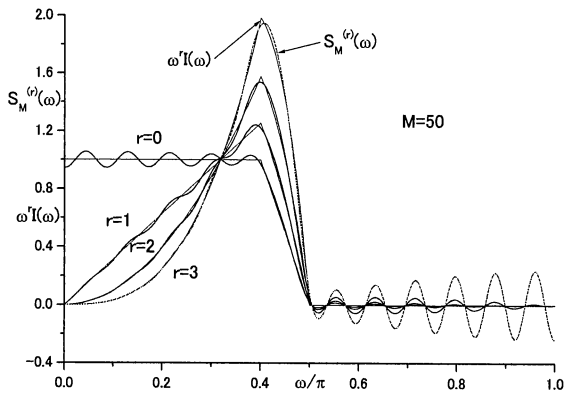


Fig.3 $S_M^{(r)}(\omega)$ for $M = 50$

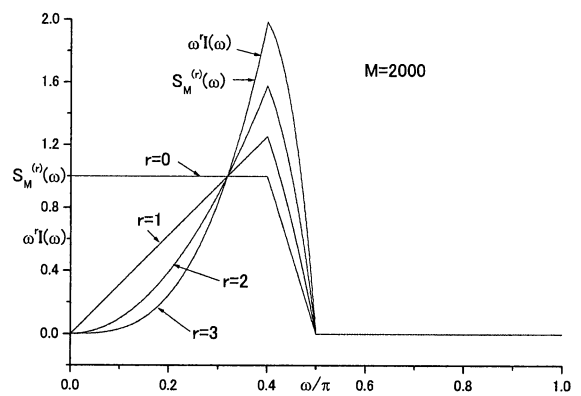


Fig.6 $S_M^{(r)}(\omega)$ for $M = 2000$

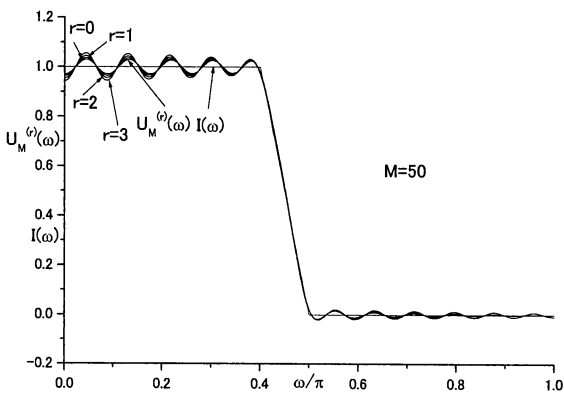


Fig.4 $U_M^{(r)}(\omega)$ for $M = 50$

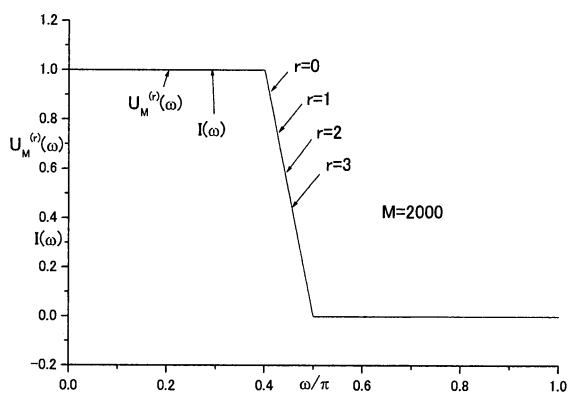


Fig.7 $U_M^{(r)}(\omega)$ for $M = 2000$