

[研究論文] ニューラルネットワークを用いたスマートヘルム
ホルツ共鳴器の共鳴振動数の設計

小机わかえ¹・宮地秀征¹

1 機械工学科

Design of Resonance Frequency of Smart Helmholtz Resonator Using Neural Network

Wakae KOZUKUE¹, Hideyuki MIYAJI¹

Abstract

In the past paper the authors developed the design method for determining the gains of PID controller of Smart Helmholtz Resonator by using Response Surface Method and optimization analysis. This method is the original method by the authors and the details are described in the authors' papers. There, it was concluded that the desired resonance frequency of the resonator can be obtained quite accurately by using the gains from the analysis. However, it was shown that there is the error due to the optimization analysis from error analysis. When using optimization analysis, accuracy and calculation cost becomes key problems. In order to improve this fact it is needed to develop the more accurate method. In this paper it is proposed to utilize Artificial Neural Network (ANN) to improve the accuracy of the obtained resonance frequency. From the numerical simulation it is confirmed that the mapping between the integral gain K_I and the resonance frequency can be constructed very well by using Holographic Neural Network(HNN) and the accuracy of the testing is improved by selecting the input and output of the HNN properly.

Key Words :Neural Network, Helmholtz Resonator, Resonance Frequency, PID control, Acoustics,Gain

1. まえがき

著者らは、既に共鳴振動数可変のスマートヘルムホルツ共鳴器^[1]において、PIDコントローラのゲインを、応答曲面法と最適化解析を援用して設計する方法を開発した^[6]。この手法は、著者ら独自の方法で、既報で詳細が述べられている。解析により得られるゲインを用いると、かなりの精度で望みの共鳴振動数を求めることが可能であるとの結果を得た。しかし、誤差解析により、応答曲面法による誤差は小さいが、最適化解析に起因する誤差がかなりあることがわかった。したがって、これを改善して、より精度の良い手法を開発する必要性が生じた。そこで、本研究では、得られる共鳴振動数、すなわちゲインの精度を上げるために、ニューラルネットワークを用いることを提案する。

対象とするシステムは、スマートヘルムホルツ共鳴器とし、設計共鳴振動数を与えると、設定すべきPIDコン

トローラのゲインが訓練済みのニューラルネットワークから求められるようなシステムの構築を行い、実際の解析を実行することにより、その妥当性を検証する。PIDコントローラのゲインを決定する方法は、いろいろ提案されている^[3]が、本手法であるニューラルネットワークの応用は他に例が見られない。

2. ニューラルネットワークを用いた解析方法

ニューラルネットワークとしては、著者らが長年使用し、実績のあるホログラフィックニューラルネットワーク(HNN)^[7]を使用する。また、共鳴器の共鳴振動数は、制御用CADであるMATLABを用いてボード線図から求める。訓練済みのニューラルネットワークに共鳴振動数を入力すると、PID制御のゲインが出力されるように、ニューラルネットワークを訓練する。

以下に本解析で用いたHNNのアルゴリズムを簡単に示

す。HNN は Sutherland によって開発されたニューラルネットワーク (NN) で、その最大の特徴は、入力データと出力データを複素平面上に均一に写像することによって、両者の間に線形関係を持たせていることである。HNN ではニューロンの数は 1 個であり、NN の構築は入力と出力の間の伝達関数を求めることに等しい。そのため、計算が収束するまでの時間を大幅に短縮することが可能となる。

学習に l 組の m 次元入力ベクトル \mathbf{s} と n 次元出力ベクトル \mathbf{r} を用いるとする。入出力ベクトルの各要素は、次のような非線形関数により、複素平面上に変換される。

$$f(s_{hk}) = \lambda_{hk} e^{i\theta_{hk}} \quad (1)$$

$$g(r_{jk}) = \gamma_{jk} e^{i\phi_{jk}} \quad (2)$$

ここで、 i は虚数単位、 θ_{hk} 、 ϕ_{jk} はシグモイド関数のような写像関数により変換される位相角度で、区間 $[0, 2\pi]$ の値を持つ。 λ_{hk} 、 γ_{jk} は入出力データが、対応する位相角領域に出現する確率を示し、区間 $[0, 1]$ の値を持つ。以上の式 (1) と (2) により次のような入力行列 $[S]$ と教師行列 $[T]$ が得られる。

$$[S] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} e^{i\theta_{11}} & \lambda_{12} e^{i\theta_{12}} & \cdots & \lambda_{1m} e^{i\theta_{1m}} \\ \lambda_{21} e^{i\theta_{21}} & \lambda_{22} e^{i\theta_{22}} & \cdots & \lambda_{2m} e^{i\theta_{2m}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_{l1} e^{i\theta_{l1}} & \lambda_{l2} e^{i\theta_{l2}} & \cdots & \lambda_{lm} e^{i\theta_{lm}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \gamma_{11} e^{i\phi_{11}} & \gamma_{12} e^{i\phi_{12}} & \cdots & \gamma_{1n} e^{i\phi_{1n}} \\ \gamma_{21} e^{i\phi_{21}} & \gamma_{22} e^{i\phi_{22}} & \cdots & \gamma_{2n} e^{i\phi_{2n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{ln} e^{i\phi_{ln}} & \gamma_{ln} e^{i\phi_{ln}} & \cdots & \gamma_{ln} e^{i\phi_{ln}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

出力行列 $[A]$ は、伝達関数 $[X]$ を用いて、次式のように表される。

$$[A] = [S] \cdot [X] \quad (5)$$

$[X]$ は、次式で表される $[A]$ と $[T]$ の差が最小となるように決定される。

$$E_{rr} = ([A] - [T])^H \cdot ([A] - [T]) \quad (6)$$

ここで、 H は共役転置を表す。この条件より、次式が得られる。

$$[X] = ([S]^H \cdot [S])^{-1} \cdot [S]^H \cdot [T] \quad (7)$$

$[S]$ と $[T]$ は既知であるので、 $[X]$ は式 (7) により直接求まる。しかし、Gauss-Jordan 消去法で n 次の行列の逆行列を求める場合、その演算関数は n^3 回となるので、 $[S]$ が高次元になると演算に膨大な時間が必要となる。そこで、これを避けるため、次式の反復学習により $[X]$ を求める。

$$[X]_i = \frac{1}{E} [S]^H \cdot [T] \quad (8)$$

$$[X]_{i+1} = [X]_i + [S]^H \cdot \left([T] - \frac{1}{E} [S] \cdot [X]_i \right) \quad (9)$$

ここで、 E は $[X]$ のノルムを正規化するパラメータである。伝達関数 $[X]$ の収束を速くするためには、入力ベクトルを複素平面上に均一に変換することが望ましい。また、式 (6) で示されるように、誤差は二次関数で表されるので、最小値は一意である。したがって、初期値や結合係数の影響を受けないことがわかる。

3. スマートヘルムホルツ共鳴器について

既報^{[1], [6]}で詳細に述べているので、PID 制御を行うときの伝達関数だけを以下に示す。また共鳴器の概念図を図 1 に示す。

$$\frac{u_a}{P_{in}} = \frac{1}{I_a} \left[\frac{(K_D + C_a)s^2 + K_P s + K_I}{(K_D + C_a)s^3 + K_P s^2 + (K_I + 1/I_a)s} \right] \quad (10)$$

ここで、 K_P は比例ゲイン、 K_D は微分ゲイン、 K_I は積分ゲインである。また、下記のようにパラメータを定義している。なお、ここで $G(s)$ として理想化した PID 制御器を仮定しているが、実際にはセンサやアクチュエータをモデル化したより複雑な境界条件になることを追記しておく。

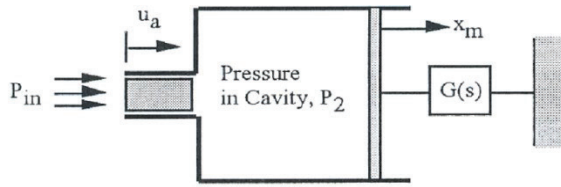


Fig.1 Schematic Diagram of Smart Helmholtz Resonator

$$I_a = \rho_0 l_e \tag{11}$$

$$C_a = \frac{V}{\rho_0 c_0^2 S} \tag{12}$$

また、解析に用いたパラメータを表 1 に示す。

Table 1 Parameters of Helmholtz Resonator

Volume	V	0.00742m ³
Length of Throat	<i>l_e</i>	0.055m
Cross Section of Throat	S	0.000113m ²
Density of Medium	ρ_0	1.18kg/m ³

4. 解析結果

まず、HNN を用いて、共鳴振動数を与えると、3つのゲイン K_p , K_I , K_D が出力されるように訓練を行った。訓練済みの HNN に共鳴振動数を入力してテストを行った結果、3つのゲインは出力されたが、正解値とは大きく異なった結果が得られた。これは、1対3の訓練が、うまくいかなかったことを示している。最適化解析を援用した際には、若干精度に問題はあったが、正解値に近い結果が得られたこととは対照的である。

そこで、共鳴振動数に大きく影響する K_I だけを出力変数とし、 K_p は 0.001, K_D は 0.0001 という 0 に近い小さな値に固定して、再び HNN の訓練を行った。共鳴振動数としては低周波数域 (17Hz から 60Hz) と高周波数域 (70Hz から 100Hz) を対象とした。その結果、共鳴振動数の刻み幅を、比較的小さく設定することにより、正解値に近い値がテストにより得られた。訓練データの例の一部を表 2 (低周波数域) と表 4 (高周波数域) に示す。また、テスト結果の例を表 3 (低周波数域) と表 5 (高周波数域) に示す。また、これらの共鳴振動数対 K_I の関係を精査したところ、線形の関係にあることが見出された。線形回帰式に適合させた結果を図 2 に示す。共鳴振動数は、 K_I を増加させると大きくなり、 K_D を減少させると大きくなることが、予備解析ではわかっていたので、本解析より、共鳴振動数を望みの値に設計するためには、 K_I を適切な値に設定する必要があることが示されたと言える。また、

応答曲面法と最適化解析を用いる場合とは異なり、一対他の写像は困難であるが、多対一、一対一の写像関係は HNN で可能であることも確認できた。

最後に、共鳴振動数が 75Hz での、共鳴器のインパルス応答を求めた。結果を図 3 に示す。インパルス応答が収束することにより、本解析の範囲では、システムは安定であることが確認できた。

Table 2 Examples of Training Data for HNN (Lower Frequency Region)

K_I	Resonance Frequency(Hz)
1.0	16.9
2.0	17.4
3.0	17.8
4.0	18.3
6.0	19.3
7.0	19.6
8.0	20.1

Table 3 Examples for the Results of Testing (Lower Frequency Region)

Resonance Frequency (Hz)	Accuracy of K_I (%)
18.8	0.234
20.9	-0.518
22.9	0.542
24.7	-1.185
26.4	-0.111

Table 4 Examples of Training Data for HNN (Higher Frequency Region)

K_I	Resonance Frequency(Hz)
100.0	71.5
105.0	72.9
110.0	74.5
115.0	76.0
120.0	77.4
125.0	78.8
130.0	80.3

Table 5 Examples for the Results of Testing (Higher Frequency Region)

Resonance Frequency (Hz)	Accuracy of K_I (%)
72.6	0.022
78.5	-0.015
89.6	-0.22
94.6	0.31
97.1	0.295
100.5	-0.018

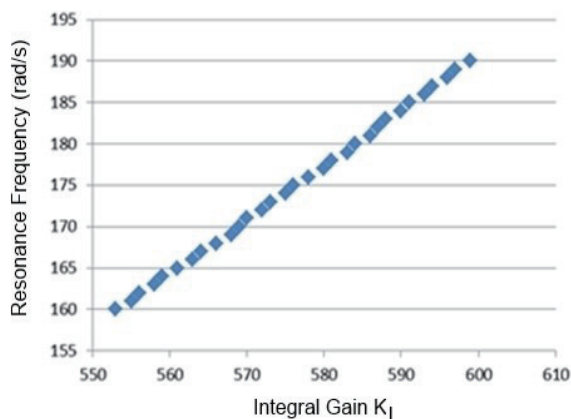
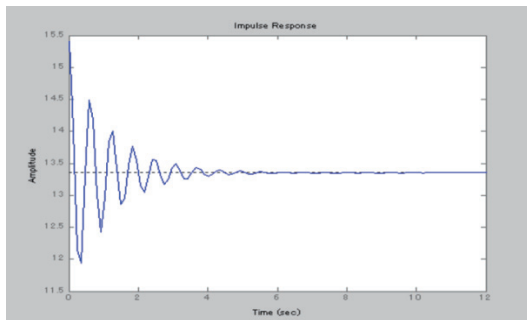
Fig. 2 Linear Relationship between Resonance Frequency and Integral Gain K_I of Smart Helmholtz Resonator

Fig. 3 Impulse Response of Resonator at Resonance Frequency 75Hz

5. まとめ

HNN を用いて、スマートヘルムホルツ共鳴器の共鳴振動数を設計する方法を示した。HNN では、一対多の写像は困難であったが、入力信号を共鳴振動数、出力信号を積分ゲインとすることで、共鳴器の共鳴振動数を簡便に設計できることがわかった。また、精度も共鳴振動数の刻み幅を適切に設定することにより、良好となることが示された。最後に、スマートヘルムホルツ共鳴器の共鳴振動数と積分ゲインの間にはほぼ線形の関係があることを

シミュレーションにより明らかにし、またシステムが安定であることも確認した。今後は、実際にスマートヘルムホルツ共鳴器を試作し、本手法が有用かどうかを検証することなどが、課題である。

参考文献

- [1]Birdsong, C.B.,and Radcliffe,C.J., “A Smart Helmholtz Resonator”, ASME Forum on Active Noise Control, IMECHE,(1997).
- [2]Blackstock, D. T., Fundamentals of Physical Acoustics, Wiley Interscience ,pp. 153-156,(2000).
- [3]北森俊行, 制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法, 計測自動制御学会論文集, Vol.15, No.4, pp.549-555,(1978).
- [4]Kozukue.,W. and Miyaji,H.,PID Control of Eigenfrequency for Smart Helmholtz Resonator,Proceedings of the First Japan-Korea Joint Symposium on Dynamics and Control, pp. 106-108,(2009).
- [5]Kozukue.,W. and Miyaji,H., PID Control of Eigenfrequency for Smart Helmholtz Resonator, Proceedings of the 10th International Conference on MOTION AND VIBRATION CONTROL, CD-ROM(2010).
- [6]小机 わかえ, 宮地秀征, 応答曲面法を用いたスマートヘルムホルツ共鳴器の共鳴振動数の最適化, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.801,pp. 1628-1632,(2013)
- [7]Sutherland,J.G., The Holographic Model of Memory, Learning and Expression, International Journal of Neural System, Vol.1, No.3, pp. 259-267,(1990)