

# 交流複エネルギー系の過渡現象

安 田 文 彦

## Transient Phenomena on Double Energy Alternating Current System

Fumihiko YASUDA

交流複エネルギー系の過渡現象は、その計算式がわかっていても計算が容易でない。そこで電子計算機を使って、先づ L-R-C 直列交流回路が振動系である場合の閉路時の過渡電流を例にとって計算を試みた。

交流複エネルギー系の過渡現象の解明には、回路の固有角周波数  $\omega_n$  の交流電源の角周波数  $\omega$  に対する周波数比  $\eta = \omega_n / \omega$  と、減衰比  $\zeta$  および定常項の閉路時の位相  $\psi$  をパラメータとして、横軸には時間  $t$  ではなく、 $\omega t$  をとることにより基準化すると、計算や図表化の手数が大幅に節約できて都合がよい。

この方法によって  $\omega_n$  が  $\omega$  より大きい場合、共振、即ち  $\omega_n = \omega$  の場合、および  $\omega_n$  が  $\omega$  より小さい場合について計算し、その結果を図示して、全貌を解明することができた。

### 1. ま え が き

交流複エネルギー系の過渡現象は、系の固有角周波数  $\omega_n$ 、減衰比  $\zeta$ 、交流電源の角周波数  $\omega$  およびその閉路時の位相  $\theta$  などによって変わるから、その全貌を把握することは簡単でない。

この問題について電子計算機を使って計算した結果、L-R-C 直列交流回路が振動系である場合の閉路のときの過渡電流の全貌をよくわかるように図示することができたので、その概要を報告する。

### 2. L-R-C 直列交流回路

図 1 に L-R-C 直列交流回路を示した。S は開閉器、L はインダクタンス [H]、R は抵抗 [ $\Omega$ ]、C は静電容量 [F]、

電源電圧： $e = E_m \sin(\omega t + \theta)$ 、 $E_m$  は最大値

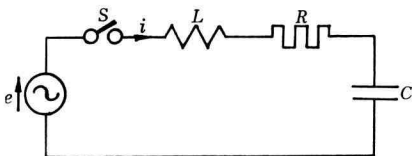


図 1 L-R-C 直列交流回路

[V]、 $\omega$  は角周波数 [rad./s]、 $\theta$  は開閉器 S を閉路したときの位相 [rad.]、 $i$  が求める過渡電流である。

図 1 の回路は複エネルギー系であって、固有

$$\text{周波数 } \omega_n = 1/\sqrt{LC}, \text{ 減衰比 } \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}},$$

回路のインピーダンスの位相角

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \text{ である。}$$

周波数比  $\eta = \omega_n / \omega$  を用いると、

$$\phi = \tan^{-1} \frac{1 - \eta}{2\zeta} \text{ となる。また、定常項を}$$

$i_s = I_m(\omega t + \psi)$  とすれば、定常項の最大値は

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \text{ [A]}$$

また定常項の閉路時の位相は、 $\psi = \theta - \phi$  [rad.] である。

### 3. 過渡電流の計算

過渡電流  $i$  はつぎの微分方程式 (1) の解として (2) 式で計算できる。

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E_m \sin(\omega t + \theta) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) + I_t \varepsilon^{-\alpha t} \sin(\beta t + \gamma) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに  $I_t \varepsilon^{-\alpha t} \sin(\beta t + \gamma)$  は過渡項で

$$I_t = \frac{\sqrt{\sin^2 \psi + \eta^2 \cos^2 \psi - 2\eta \zeta \sin \psi \cos \psi}}{\xi} I_m,$$

$$\xi = \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad \gamma = \tan^{-1} \frac{\xi \sin \psi}{\eta \cos \psi - \zeta \sin \psi}$$

となる。

#### 4. 過渡項の大きさ

定常電流に対する過渡項の大きさの比は、減衰比が同じときは  $I_t/I_m$  で決まるので、 $\tau = I_t/I_m$  とおけば、 $\tau$  はつぎの (3) 式で求められる。

$$\tau = \frac{\sqrt{\sin^2 \psi + \eta^2 \cos^2 \psi - 2\eta \zeta \sin \psi \cos \psi}}{\xi} \quad \dots\dots\dots (3)$$

図 2~8 に、周波数比  $\eta = 10, 5, 2, 1, 0.5, 0.2, 0.1$  の 7 つの場合について、それぞれ減衰比  $\zeta = 0.1, 0.5$  および  $0.9$  のときの  $\tau$  の値を、定常電流  $i_s$  の閉路時の位相  $\psi [^\circ]$  を横軸にとりて示した。 $\tau$  の最大および最小となる  $\psi$  の値は、 $\eta$  と  $\zeta$  によって変わり、 $\tau$  の値は  $\eta$  と  $\zeta$  とが夫々大きいときに大きくなる。しかし  $\zeta$  が大きいときは過渡項の減衰が早いので、 $\tau$  の値が大きくても過渡項そのものは大きくなる。結局  $\tau$  が大きくて、 $\zeta$  が小さいときに過渡項は大きくなるのである。

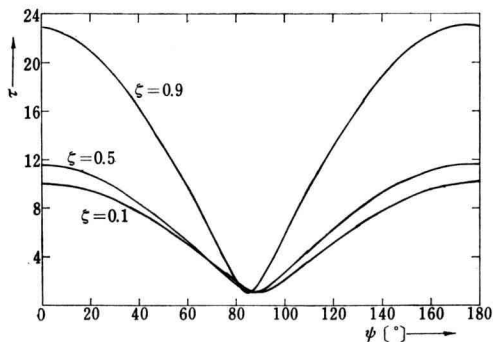


図 2  $\eta = 10$  の場合

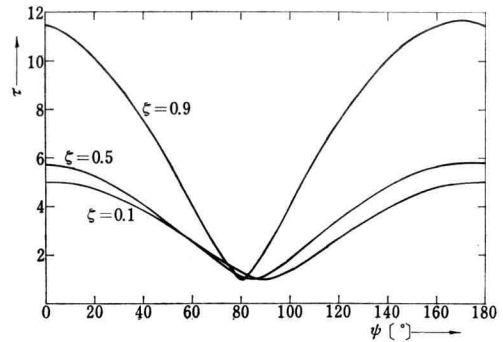


図 3  $\eta = 5$  の場合

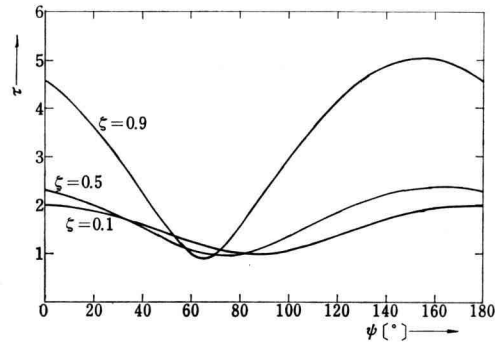


図 4  $\eta = 2$  の場合

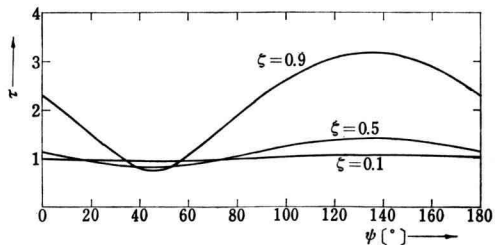


図 5  $\eta = 1$  の場合

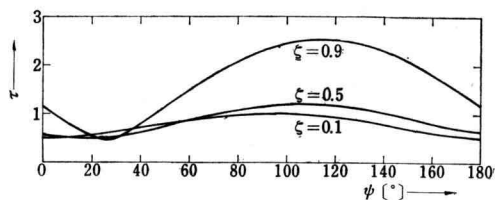


図 6  $\eta = 0.5$  の場合

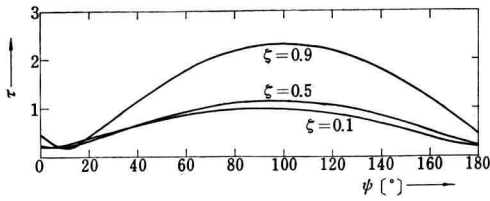


図 7  $\eta = 0.2$  の場合

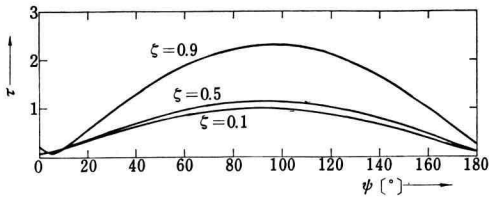


図 8  $\eta = 0.1$  の場合

図 9 に  $\eta = 5$ ,  $\zeta = 0.1$  の場合の  $\psi = 0^\circ$  および  $\psi = 90^\circ$  のときの過渡電流を図示してある。図でわかるように  $\zeta$  が小さくて、 $\eta$  が大きい場合は、 $\tau$  の値の大きい  $\psi = 0^\circ$  のときは、過渡項の振幅が非常に大きくなるのである。これに対し、 $\tau$  の値の小さい  $\psi = 90^\circ$  のときは、過渡項の振幅はそれほど大きくはなっていない。

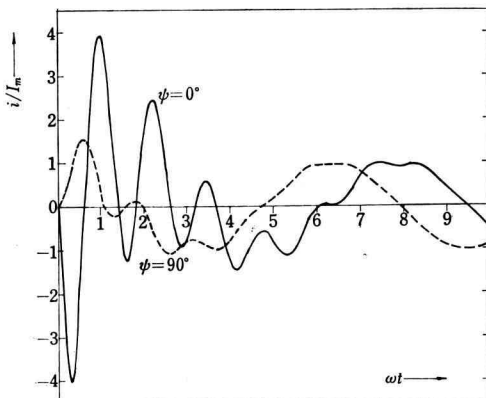


図 9  $\eta = 5$ ,  $\zeta = 0.1$  のときの過渡電流

### 5. $\omega_n$ が $\omega$ より大きい場合

$\eta = 5$  周波数の場合の過渡電流を図 10 および図 11 に示した。それぞれ減衰比  $\zeta = 0.1, 0.5$  および  $0.9$  のときの過渡電流を示してあるが、

図 10 は過渡項の大きい  $\psi = 0^\circ$  のときで、図 11 は過渡項の小さい  $\psi = 90^\circ$  のときである。この両者には  $\zeta$  の小さいときに特に著しい差があることがわかる。

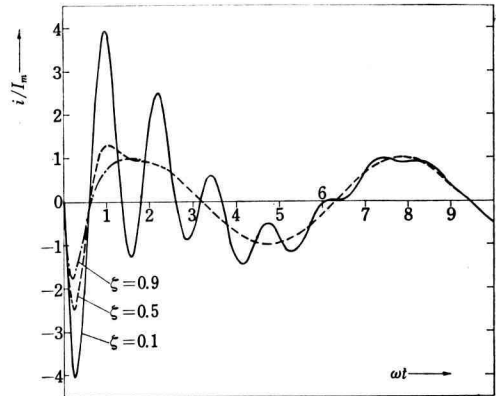


図 10  $\eta = 5$ ,  $\psi = 0^\circ$  のときの過渡電流

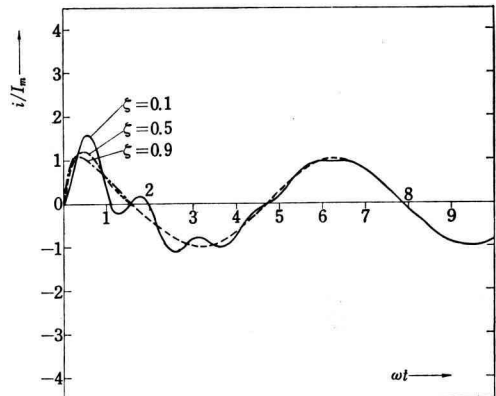


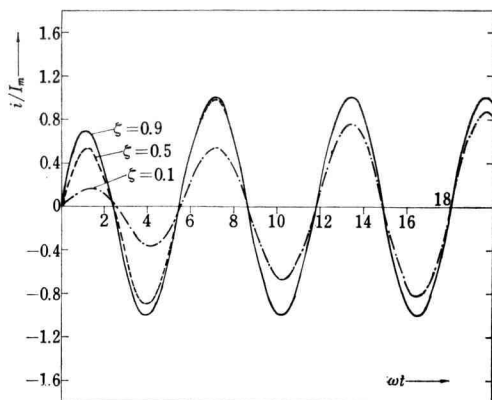
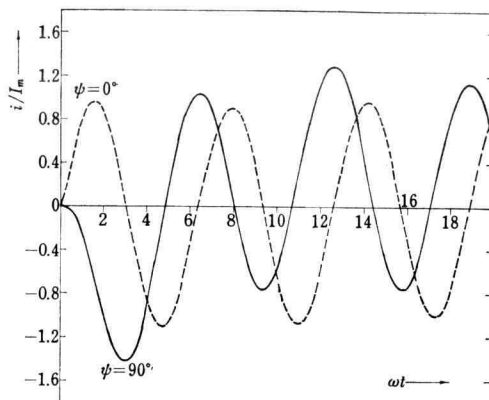
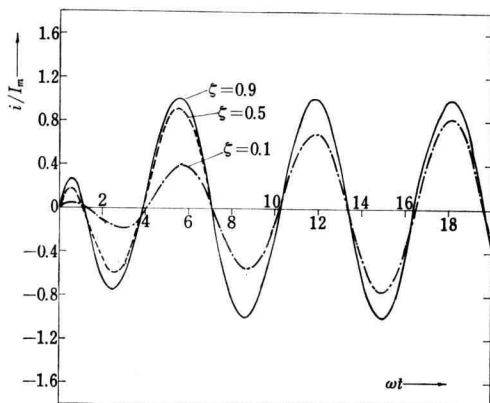
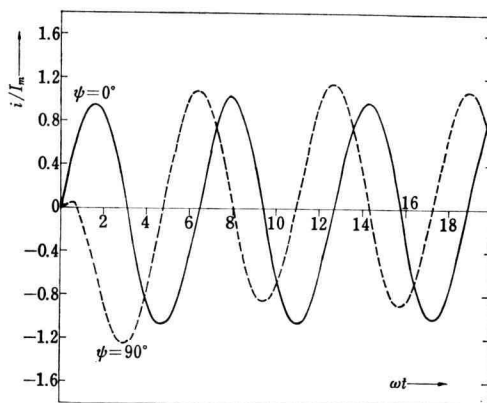
図 11  $\eta = 5$ ,  $\psi = 90^\circ$  のときの過渡電流

### 6. 共振の場合

この場合は、減衰比  $\zeta$  によって遅速はあるが、過渡電流の振幅は次第に増加して、遂には共振電流になるので、共振電流より大きい振幅になることはない。その様子を図 12, 図 13 に示す。

### 7. $\omega_n$ が $\omega$ より小さい場合

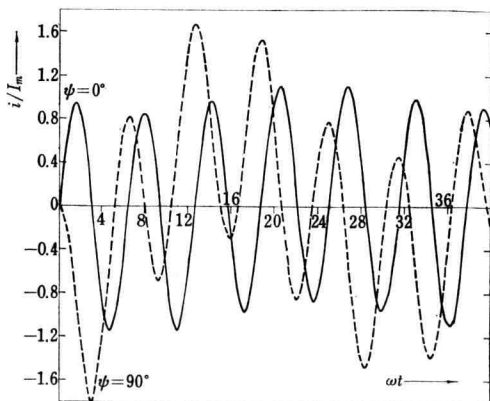
減衰比  $\zeta$  が小さいと過渡項はなかなか減衰しないが、 $\psi = 0^\circ$  のとき、過渡項はかなり小さ

図 12  $\eta = 1, \psi = 45^\circ$  のときの過渡電流図 15  $\eta = 0.2, \zeta = 0.5$  のときの過渡電流図 13  $\eta = 1, \psi = 135^\circ$  のときの過渡電流図 16  $\eta = 0.2, \zeta = 0.9$  のときの過渡電流

くなるのが特徴である。 $\psi = 90^\circ$  のとき過渡項は最大であるが、それはど大きくはならない。この様子を図 14~16 に示す。

## 8. む す び

L-R-C 直列交流回路が振動系であるときの閉路時の過渡電流の全貌について解明したが、このように周波数比  $\eta$ 、減衰比  $\zeta$  および定常項の閉路時の位相  $\psi$  の 3 元パラメータを使用し、 $\omega t$  を横軸として基準化して計算図示する方法は一般に交流複エネルギー系の解明に最良の方法と思う。作成した計算プログラムを使用すれば、何時でも任意の  $\eta, \zeta, \psi$  に対する過渡電流を計算図示できるのである。

図 14  $\eta = 0.2, \zeta = 0.1$  のときの過渡電流