長さが可変であるパケットを転送する 低速・低品質無線ネットワークでのグッドプット解析 −バースト的にビット誤りが発生する場合−

池川 隆司

[研究論文] 長さが可変であるパケットを転送する低速・低品質無線ネットワークでのグッドプット解析
—バースト的にビット誤りが発生する場合—

池川隆司

神奈川工科大学非常勤講師
東京大学大学院数理科学研究科特任研究員
早稲田大学理工学術院総合研究所招聘研究員

Goodput analysis for lossy low-speed wireless networks with variable packet-sized packet transmission: Case of bursty bit-error prone links

Takashi IKEGAWA

Abstract

In general, packet sizes are not constant, i.e., variable, in the scenarios including that data units generated by various applications, i.e., messages, are multiplexed into a link and an application implements a protocol with a message segmentation function. However, almost existing performance models for wireless networks assume that the packet sizes are fixed. This paper proposes the analytical form of goodput for wireless networks where packets whose sizes are variable are lost due to bursty bit-errors and these lost packets are recovered by a stop-and-wait protocol. Furthermore, we apply this analytical form of goodput to the lossy low-speed wireless networks during message segmentation. For a simple scenario where fixed-sized messages are transferred using IPv6 over LoRaWANs, we show that the larger mean bit-error burst length yields higher goodput under the same mean bit-error rate.

Keywords: goodput, lossy low-speed wireless networks, variable packet sizes, bursty bit-errors, stop-and-wait protocol.

1　はじめに

機械対機械通信を実現する無線ネットワークは、IoT (Internet of Things) 時代の基盤ネットワークとなっている。特に、低消費電力無線 PAN (LoWPAN: Low-power Wireless Personal Area Network) [1]、低消費電力 WAN (LPWAN: Low-Power Wide Area Network) [2] のような低速で低品質 (ビット誤りが頻繁に発生する) 回線から構成される無線ネットワーク (低速・低品質無線ネットワーク) は IoT の基盤ネットワークとして採用されている。

パケット (リンク上で転送されるデータ単位) がビット誤りとなる確率やパケット転送時間は、パケット長に比例するため、パケット長は QoS (Quality of Service) に影響を与える [3]。特に、低速・低品質無線ネットワークではパケット長が QoS に多大な影響を与える。そこで、低速・低品質無線ネットワークにおいて、パケット長やペイロード長 (パケットの情報フィールド長の最大値) が QoS に与える影響や、パケット長 (またはペイロード長) の QoS に対する最適化問題に関する研究が、近年活発に行われている (例えば [3–8])。

以下を含むシナリオでのパケット長は通常、固定値ではなく可変となる。

- **シナリオ 1:** 送信局が TCP/IP [9], 6LoWPAN (IPv6 over Low-Power Wireless Personal Area Networks) [10], SCHC (Static Context Header Compression) [11] のような、メッセージ (アプリケーションで生成されたデータ単位) を複数のパケットに分割する機能を持つプロトコルを実装している時 (例えば [12])
- **シナリオ 2:** 送信局が TCP のような、短い制御パケットを発生させるプロトコルを実装している時 (例えば [13])
- **シナリオ 3:** 異種のアプリケーションにおいて生成されたメッセージが、1 つの回線に多重化されている時 (例えば [14, 15])

しかしながら、ほとんどの無線ネットワークの性能解析モデルでは、パケット長は一定値と仮定している (例えば、ビット誤りが発生する環境での無線ネットワークの性能解析モデル [16–18])。

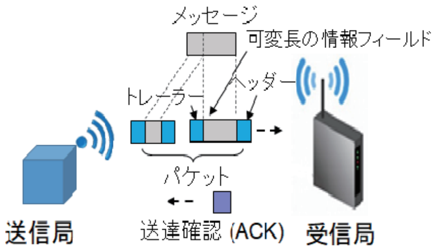


図 1. ネットワークモデル

本稿の目的は次の通りである。

- 以下の特徴を持つ無線ネットワークにおいて、グッドプットの解析解を導出すること
  - ビット誤りがバースト的に発生し、ビット誤りとなったパケットは Stop-and-Wait (SW) プロトコルによって再送される
  - パケット長は一定ではなく可変である
- 導出された解析解をメッセージ分割が発生する無線ネットワーク環境 (前述のシナリオ 1) に適用し、以下の問いについて考察すること
  - 平均ビット誤りバースト期間がグッドプットに及ぼす影響
  - 情報フィールド長を固定値のペイロード長で近似した時の精度
  - グッドプットを最大化するペイロード長

本稿の構成は次の通りである。2 節では、本稿で対象としたネットワークモデルを説明する。3 節において、グッドプット解析のために導出した仮定を述べる。4 節では、グッドプットの解析解を導出する。5 節では、固定長のメッセージを複数のパケットに分割し、分割されたパケットは IPv6 over LoRWAN を使って転送するネットワークモデルにおいて、前述の問いを考察する。最後に、6 節で本稿を要約するとともに今後の課題を説明する。

2 ネットワークモデル

本稿では、前述のシナリオ 1 のように、メッセージが複数のパケットに分割され、可変長の (分割) パケットが送達確認される無線ネットワークを考える (図 1 参照)。本節ではまず、送信局・受信局間のデータ単位の交換手順を説明する。次に、無線リンク上のバースト的なビット誤りの発生モデルを説明する。

2.1 送信局・受信局間のデータ単位の交換手順

送信局でのアプリケーションは、メッセージと呼ばれるデータ単位を発生させる。

送信局はメッセージの全部または一部を情報フィールドにカプセル化し、ヘッダー・トレーラー (PCI: Protocol Control Information) を追加してデータ単位 (パケットと呼ぶ) を作成する。そして、そのパケットを受信局に送信する。

注 1 長さがパケットの情報フィールド長の最大値 (ペイロード長と呼ぶ) を超えるメッセージは、メッセージ分割機能によって、複数のパケットに分割される。 ■

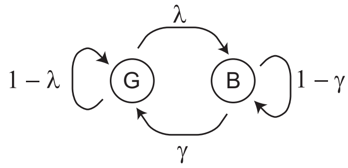


図 2. 2 次元マルコフ連鎖を用いたバーストビット誤りモデル

受信局は、ビット誤りのないパケットを受信した場合、送達確認 (ACK: acknowledgement) を返送する。ビット誤りが発生したパケットを受信した場合、そのパケットを廃棄する。

送信局はパケットを送信後、定められた時間 (タイムアウト値と呼ぶ) 待っても、ACK を受け取らない場合、送信したパケットが廃棄されたと判断し、そのパケットを再送する。つまり、廃棄パケットは、SW 方式の誤り回復機能を使って再送される。

注 2 低速・低品質無線ネットワークでは、電力消費を抑えるため、SW 方式の誤り回復機能が実装されている。例えば、LoWPAN の代表例である IEEE 802.15.4 ネットワークでの MAC (media access control) プロトコルや LPWAN の代表例である LoRaWAN の MAC プロトコルでは、SW 方式の誤り回復機能を具備している。 ■

2.2 バーストビット誤りモデル

無線リンクでは通常、フェージング・遮蔽等によりバースト的にビット誤りが発生する [19, 20]。本稿では、無線リンク上でのビット誤り発生過程を、次の 2 つの状態で表す。

状態 G: ビット誤りがほとんど発生しない (リンク品質は良好である)、

状態 B: ビット誤りが頻繁に発生する (リンク品質は劣悪である)。

各状態でのビット誤りは、独立に発生すると仮定する。

離散時刻 t(単位：ビット) での無線リンク上のビット誤りの発生状態 (以下、リンク状態) を $\upsilon(t) \in C$ で表す。確率過程 $\{\upsilon(t)\}$ の状態空間 C は $\{\mathrm{G}, \mathrm{B}\}$ である。

グッドプットの解析解をマルコフ (報酬) 過程の枠組みで導出するために、確率過程 $\{\upsilon(t)\}$ はマルコフ性を有すると仮定する。つまり、

$$
\begin{aligned}
&\Pr\left(\upsilon(t+1)=\eta \mid \upsilon(t)=\xi_t, \upsilon(t-1)=\xi_{t-1}, \cdots, \upsilon(0)=\xi_0\right)\\
&\quad = \Pr\left(\upsilon(t+1)=\eta \mid \upsilon(t)=\xi_t\right). \qquad (1)
\end{aligned}
$$

離散時間マルコフ連鎖 $\{\upsilon(t) : t = 0, 1, 2, \cdots\}$ の状態推移図を図 2 に示す。このような 2 次元の離散時間マルコフ連鎖を Gilbert モデル [21] と呼ぶ。離散時間マルコフ連鎖 $\{\upsilon(t)\}$ の推移行列 $\mathbf{P}_\mathrm{c}$ は、次式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{P}_\mathrm{c} &\triangleq \left[\Pr\left(\upsilon(t+1)=\eta \mid \upsilon(t)=\xi\right), \eta \in C, \xi \in C\right] \qquad (2a)\\
&= \begin{pmatrix} 1-\lambda & \lambda \\ \gamma & 1-\gamma \end{pmatrix}. \qquad (2b)
\end{aligned}
$$

ただし、$0 < \lambda < 1, 0 < \gamma < 1$ である。

リンク状態 G と B で発生するビット誤り率を、それぞれ $p^{(\mathrm{G})} (\leq 1), p^{(\mathrm{B})} (\leq 1)$ で表す。ただし、$p^{(\mathrm{G})} \ll p^{(\mathrm{B})}$ である。

$\boldsymbol{\pi}_\mathrm{c} = (\pi^{(\mathrm{G})}, \pi^{(\mathrm{B})})$ をマルコフ連鎖 $\{\upsilon(t)\}$ での定常状態確率ベクトルとする。$\pi^{(\mathrm{G})}$ と $\pi^{(\mathrm{B})}$ は、

$$
\pi^{(\mathrm{G})} = \frac{\gamma}{\lambda+\gamma} \quad , \quad \pi^{(\mathrm{B})} = \frac{\lambda}{\lambda+\gamma}, \qquad (3)
$$

として与えられる。

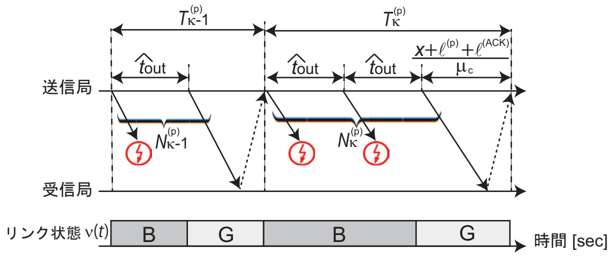


図 3. リンク状態列 $\{\upsilon(t)\}$, 確率変数列 $[T_\kappa^{(\mathrm{p})}\}$, $\{N_\kappa^{(\mathrm{p})}\}$ の例

平均ビット誤り率 $p_\mathrm{e}(<1)$ を、

$$p_\mathrm{e} = \pi^{(\mathrm{G})} p^{(\mathrm{G})} + \pi^{(\mathrm{B})} p^{(\mathrm{B})}, \tag{4}$$

として定義する。

リンク状態が続けて B である期間 (ビット誤りバースト期間) を $D^{(\mathrm{B})}$ とする。確率変数 $D^{(\mathrm{B})}$ は、平均 $\gamma^{-1}(=E[D^{(\mathrm{B})}])$ の幾何分布に従う。

注 3 ビット誤り発生過程を表現するパラメータ群 $p^{(\mathrm{G})}, p^{(\mathrm{B})}, \lambda, \gamma$ の近似表現は、リンクの物理パラメータ群 (変調方式, 信号対雑音比 (SN 比) 等) が与えられた時、求めることができる。例えば、フェージング現象をモデル化したパラメータ群 $p^{(\mathrm{G})}, p^{(\mathrm{B})}, \lambda, \gamma$ の導出については、文献 [22] を参照して欲しい。 ■

1 ビット送信成功する (つまりビット誤りが発生することなく 1 ビットが送信される) 事象 (イベント) を $\mathcal{E}_\mathrm{bs}$ で表す。この時、以下の補題が成立する。

補題 1 時刻 t のリンク状態 (つまり $\upsilon(t)$) が $\xi(\in C)$ の時、1 ビットをビット誤りなく送信した後、時刻 $t+1$ のリンク状態 (つまり $\upsilon(t+1)$) が $\eta(\in C)$ に推移する確率を (ξ,η) 番目要素の値とする (確率) 行列を $\mathbf{Q}$ とする。この時、行列 $\mathbf{Q}$ は、

$$\mathbf{Q} \triangleq [\Pr(\upsilon(t+1)=\eta \cap \mathcal{E}_\mathrm{bs} \mid \upsilon(t)=\xi), \eta \in C, \xi \in C] \tag{5a}$$

$$= \begin{pmatrix} \left(1-p^{(\mathrm{G})}\right)(1-\lambda) & \left(1-p^{(\mathrm{G})}\right)\lambda \\ \left(1-p^{(\mathrm{B})}\right)\gamma & \left(1-p^{(\mathrm{B})}\right)(1-\gamma) \end{pmatrix}, \tag{5b}$$

として与えられる。

証明 ページ数の制限上、(G, G) 番目の要素 $\mathbf{Q}_{\mathrm{G,G}}$ のみを導出する。

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\mathrm{G,G}} &\triangleq \Pr(\upsilon(t+1)=\mathrm{G} \cap \mathcal{E}_\mathrm{bs} \mid \upsilon(\mathrm{t})=\mathrm{G}) \\ &= \left(1-p^{(\mathrm{G})}\right)(1-\lambda). \end{aligned} \tag{6}$$

■

3 仮定

解析の簡単化のため、幾つかの仮定を設ける。

ネットワークやプロトコルのパラメータ値に関して、以下の仮定を置く。

A1: 情報フィールド長の分布 $F^{(\mathrm{pI})}(\cdot)$ は有限の平均値 $\ell^{(\mathrm{pI})}$ を持つ。

A2: PCI の長さを一定値 $\ell^{(\mathrm{h})}$ とする。

A3: 無線リンクの伝送速度は固定値 μ_c とする。

A4: タイムアウト値は一定であり、その値を $\hat{t}_\mathrm{out}$(単位: sec) とする。ただし、4 節で述べるグッドプットの解析では、ビット換算されたタイムアウト値 $t_\mathrm{out} \triangleq \hat{t}_\mathrm{out}\,\mu_\mathrm{c}$)(単位：bit) を用いる。

注 4 CSMA/CA 方式を採用しているプロトコル (例えば IEEE 802.15.4 MAC プロトコル) では、タイムアウト値は一定ではない。このプロトコルでのタイムアウト値は、パケットの再送回数によって指数的に増加する。ここでは、簡単化のため一定と仮定する。 ■

A5: ACK の長さを一定値 $\ell^{(\mathrm{ACK})}$ とする。

A6: 同一パケットの最大再送回数は無限とする。

A7: 送信局には、常に送信すべきパケットが存在する。つまり、飽和トラヒック状態を仮定する。

グッドプットの陽解を求めるために、以下の仮定を置く。

B1: パケットの情報フィールド長は互いに独立であり、同一の分布 $F^{(\mathrm{pI})}(\cdot)$ に従う。

注 5 メッセージ分割が発生するシナリオを考える (注 1 参照)。分割されたパケットの情報フィールド長は通常、互いに独立とならない。例えば、i 番目メッセージの長さを $L_i^{(\mathrm{m})}$ とし、ペイロード長を $\ell^{(\mathrm{d})}$ とする。この時、$j(=1,2,\ldots,\lceil L_i^{(\mathrm{m})}/\ell^{(\mathrm{d})}\rceil)$ 番目パケットの情報フィールド長 $L_{i,j}^{(\mathrm{pI})}$ は、

$$L_{i,j}^{(\mathrm{pI})} = \begin{cases} \ell^{(\mathrm{d})}, & j=1,2,\ldots,\lceil L_i^{(\mathrm{m})}/\ell^{(\mathrm{d})}\rceil-1, \\ L_i^{(\mathrm{m})} - (\lceil L_i^{(\mathrm{m})}/\ell^{(\mathrm{d})}\rceil-1)\,\ell^{(\mathrm{d})}, & j=\lceil L_i^{(\mathrm{m})}/\ell^{(\mathrm{d})}\rceil, \end{cases} \tag{7}$$

として与えられる。ここで、$\lceil a \rceil$ は a 以上の最小の整数を意味する。

式 (7) から、分割されたパケット群での情報フィールド長の間には、依存性があることがわかる。 ■

注 6 メッセージ分割が発生するシナリオでの情報フィールド長の分布 $F^{(\mathrm{pI})}(\cdot)$ は、メッセージ長の分布とペイロード長が与えられた時、容易に求めることができる [12]。 ■

B2: 最初の送信のパケットは確率 $\pi^{(\mathrm{G})}$ でリンク状態 G に、確率 $\pi^{(\mathrm{B})}$ でリンク状態 B に、リンクに到着する。

仮定 B1, B2 の妥当性については、シミュレーション結果と解析結果との比較を通して検証する (5.2 節参照)。

4 グッドプット解析

本節では、十分長い期間で測定された (つまり定常的) グッドプットの解析解を導出する。

G_p をグッドプットつまり受信局が単位時間 [sec] あたりに正しく受信した平均ビット数と定義する。G_p の解析解の導出にあたって、次の確率変数を導入する (図 3 参照)。

$L_\kappa^{(\mathrm{pI})}$: κ 番目パケットの情報フィールド長。メッセージ分割が発生するシナリオの場合、式 (7) で与えられた $L_{i,j}^{(\mathrm{pI})}$ の序数の組 $\{i,j\}$ をパケットの順序番号 $\kappa(=1,2,\ldots)$ で置き換えている。

$T_\kappa^{(\mathrm{p})}$: 送信局が $L_\kappa^{(\mathrm{pI})}$ の情報フィールド長を持つ κ 番目パケットを送信後、κ 番目パケットに対する送達確認する (ACK を受信する) までの時間 [sec]

$N_\kappa^{(\mathrm{p})}$: κ 番目パケットが受信局で正しく受信されるまでに送信した κ 番目パケットの送信回数, $1 \le N_\kappa^{(\mathrm{p})} \le \infty$

2.2 節で述べたマルコフ性を有するビット誤り過程や仮定 B1 より、確率変数列 $\{T_\kappa^{(\mathrm{p})} : \kappa = 1, 2, \ldots\}$ は再生過程となる。報酬付き再生過程理論 [23, Sec. 3.9] より、グッドプット G_p の解析解は次式で与えられる。

$$G_\mathrm{p} = \frac{\ell^{(\mathrm{pl})}}{\displaystyle\int_{x=0}^{\infty} E\left[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x\right] dF^{(\mathrm{pl})}(x)}. \tag{8}$$

注 7 式 (8) では、情報フィールド長の分布 $F^{(\mathrm{pl})}(\cdot)$ を用いている。したがって、$F^{(\mathrm{pl})}(\cdot)$ が与えられればグッドプットを導出することができる。例えば、1 節で述べたシナリオ 2 と 3 においても、$F^{(\mathrm{pl})}(\cdot)$ が陽にわかれば、グッドプットを求めることができる。■

式 (8) 内の $E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x]$ は、

$$E\left[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x\right] = \sum_{n=1}^{\infty} \Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x) \times E\left[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x, N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n\right], \tag{9}$$

として与えられる。

本節ではまず、式 (9) 内の $\Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x)$ を導出する。次に、式 (9) 内の $E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x, N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n]$ を導出する。最後に、$E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x]$ を導出する。

4.1 $\Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x)$ の導出

$\Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x)$ の導出にあたって、次に示すイベント $\mathcal{E}_\mathrm{s}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$ と $\mathcal{E}_\mathrm{f}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$ を導入する。

$\mathcal{E}_\mathrm{s}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$: 以下の 2 つの条件 S1, S2$_\mathrm{s}$ を満たすイベントである。

S1:

- 時刻 t (単位: ビット) で情報フィールド長が x ビットであるパケットが送信開始される。
- 当該パケットの送信完了時 ($t + x + \ell^{(\mathrm{h})}$ 時) のチャネルの状態は η である (つまり $\upsilon(t + x + \ell^{(\mathrm{h})}) = \eta$)。

S2$_\mathrm{s}$: 当該パケットの送信は成功する (つまり、当該パケット上のすべてのビットには誤りが発生しない)。

$\mathcal{E}_\mathrm{f}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$: 上記の条件 S1 以外に以下の条件 S2$_\mathrm{f}$ を満たすイベントである。

S2$_\mathrm{f}$: 当該パケットの送信は失敗する (つまり、当該パケットにおいて少なくとも 1 つ以上のビットが誤りとなる)。

以下の補題が成立する。

補題 2 行列 $\mathbf{P}_\mathrm{s}(x + \ell^{(\mathrm{h})})$ と $\mathbf{P}_\mathrm{f}(x + \ell^{(\mathrm{h})})$ を、$\upsilon(t) = \xi$ の条件のもとで、(ξ, η) 番目要素がそれぞれイベント $\mathcal{E}_\mathrm{s}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$ と $\mathcal{E}_\mathrm{f}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$ の発生確率である行列とする。この時、

$$\mathbf{P}_\mathrm{s}(x + \ell^{(\mathrm{h})}) \triangleq \left[\Pr\left(\mathcal{E}_\mathrm{s}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta) \,|\, \upsilon(t) = \xi\right), \xi \in C, \eta \in C\right] \tag{10a}$$

$$= \mathbf{Q}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}}, \tag{10b}$$

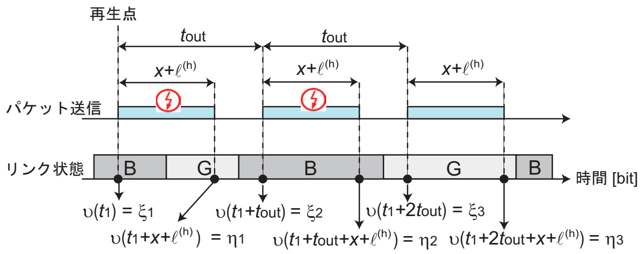


図 4. リンク状態列が $\{\xi_i : i = 1, 2, 3\} = \{\mathrm{B}, \mathrm{B}, \mathrm{G}\}$, $\{\eta_i : i = 1, 2, 3\} = \{\mathrm{G}, \mathrm{B}, \mathrm{G}\}$ の時のパケット送信列

$$\mathbf{P}_\mathrm{f}(x + \ell^{(\mathrm{h})}) \triangleq \left[\Pr\left(\mathcal{E}_\mathrm{f}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta) \,|\, \upsilon(t) = \xi\right), \xi \in C, \eta \in C\right] \tag{11a}$$

$$= \mathbf{P}_\mathrm{c}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}} - \mathbf{Q}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}}, \tag{11b}$$

である。

証明　式 (1) と補題 1 より、

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}_\mathrm{s}(x + \ell^{(\mathrm{h})})_{\xi, \eta} = \\
&\quad \sum_{\xi_1 \in C} \sum_{\xi_2 \in C} \cdots \sum_{\eta_{x+\ell^{(\mathrm{h})}-2} \in C} \sum_{\eta_{x+\ell^{(\mathrm{h})}-1} \in C} \\
&\quad \Pr\left(\upsilon(t+1) = \xi_1 \cap \mathcal{E}_\mathrm{bs} \,|\, \upsilon(t+1) = \xi\right) \\
&\quad \times \Pr\left(\upsilon(t+2) = \xi_2 \cap \mathcal{E}_\mathrm{bs} \,|\, \upsilon(t+1) = \xi_1\right) \\
&\quad \cdots \\
&\quad \times \Pr\Big(\upsilon(t + x + \ell^{(\mathrm{h})} - 1) = \xi_{x+\ell^{(\mathrm{h})}-1} \cap \mathcal{E}_\mathrm{bs} \,| \\
&\qquad\qquad \upsilon(t + x + \ell^{(\mathrm{h})} - 2) = \xi_{x+\ell^{(\mathrm{h})}-2}\Big) \\
&\quad \times \Pr\left(\upsilon(t + x + \ell^{(\mathrm{h})}) = \eta \cap \mathcal{E}_\mathrm{bs} \,|\, \upsilon(t + x + \ell^{(\mathrm{h})} - 1) = \xi_{x+\ell^{(\mathrm{h})}-1}\right) \\
&= \mathbf{Q}_{\xi, \eta}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}},
\end{aligned} \tag{12}$$

となるため、式 (10b) は明らか。

イベント $\mathcal{E}_\mathrm{f}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$ は $\upsilon(t) = \xi$ の条件のもとで、$\mathcal{E}_\mathrm{s}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta)$ の補 (complement) イベントになることに注意すると、

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}_\mathrm{f}(x + \ell^{(\mathrm{h})})_{\xi, \eta} \\
&= \Pr\left(\upsilon(t + x + \ell^{(\mathrm{h})}) = \eta \,|\, \upsilon(t) = \xi\right) - \Pr\left(\mathcal{E}_\mathrm{s}(t, x + \ell^{(\mathrm{h})}, \eta) \,|\, \upsilon(t) = \xi\right) \\
&= \mathbf{P}_{\mathrm{c}\,\xi, \eta}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}} - \mathbf{Q}_{\xi, \eta}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}},
\end{aligned} \tag{13}$$

となるため、式 (11b) は明らか。■

命題 1 $\Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x)$ は次式で与えられる。

$$\Pr\left(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \,|\, L_\kappa^{(\mathrm{pl})} = x\right) = \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c} \left\{\mathbf{R}(x, t_\mathrm{out} + \ell^{(\mathrm{h})})\right\}^{n-1} \mathbf{Q}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}} \, \mathbf{e}. \tag{14}$$

ここで、$\mathbf{e} \triangleq (1, 1)^T$ は単位ベクトルであり、$\mathbf{R}(x + \ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})$ は

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}(x + \ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out}) &\triangleq \mathbf{P}_\mathrm{f}(x + \ell^{(\mathrm{h})}) \, \mathbf{P}_\mathrm{c}^{t_\mathrm{out} - x - \ell^{(\mathrm{h})}} \\
&= \mathbf{P}_\mathrm{c}^{t_\mathrm{out}} - \mathbf{Q}^{x + \ell^{(\mathrm{h})}} \mathbf{P}_\mathrm{c}^{t_\mathrm{out} - x - \ell^{(\mathrm{h})}},
\end{aligned} \tag{15}$$

である。

証明　情報フィールド長が x である (つまり $L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x$) κ 番目パケットにおいて、次のシナリオを考える。

- 当該パケットは時刻 t_1 [bit] で最初の送信が開始される、
- $n-1$ 回の送信で当該パケットの送信は失敗し、n 回目の送信が成功する (つまり $N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n$)。

ξ_i と η_i を、それぞれ情報フィールド長が x である $i(=1,2,\cdots,n)$ 番目パケット送信開始時と当該パケットの i 番目送信終了時でのリンクの状態とする (つまり、$\xi_i \triangleq \upsilon(t_1+(i-1)\,t_{\mathrm{out}})$, $\eta_i \triangleq \upsilon(t_1+(i-1)\,t_{\mathrm{out}}+x+\ell^{(\mathrm{h})})$)。

図 4 に、リンク状態列が $\{\xi_i : i = 1,2,3\} = \{\mathrm{B},\mathrm{B},\mathrm{G}\}$, $\{\eta_i : i = 1,2,3\} = \{\mathrm{G},\mathrm{B},\mathrm{G}\}$ の時のパケット送信列を示す。

ビット誤り発生過程のマルコフ性 (2.2 節参照)、補題 2 と図 4 より、$\Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x)$ は次式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
&\Pr\left(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x\right)\\
&= \sum_{\xi_1\in C}\sum_{\eta_1\in C}\sum_{\xi_2\in C}\sum_{\eta_2\in C}\cdots\sum_{\eta_{n-1}\in C}\sum_{\xi_n\in C}\sum_{\eta_n\in C}\\
&\quad \Pr\Big(\upsilon(t_1) = \xi_1\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1)\\
&\qquad \cap\, \upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \xi_2\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1+t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_2)\\
&\qquad \cdots\cdots\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1+(n-2)\,t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_{n-1})\\
&\qquad \cap\, \upsilon(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}}) = \xi_n\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{s}}(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_n)\Big) \qquad (16a)\\
&= \sum_{\xi_1\in C}\sum_{\eta_1\in C}\sum_{\xi_2\in C}\sum_{\eta_2\in C}\cdots\sum_{\eta_{n-1}\in C}\sum_{\xi_n\in C}\sum_{\eta_n\in C}\\
&\quad \Pr(\upsilon(t_1) = \xi_1)\\
&\quad \times \Pr\Big(\mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1 \mid \upsilon(t_1) = \xi_1\Big)\\
&\quad \times \Pr\Big(\upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \eta_1 \mid \upsilon(t_1) = \xi_1\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1)\Big)\\
&\quad \times \Pr\Big(\mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1+t_{\mathrm{out}}), x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_2) \mid \upsilon(t_1) = \xi_1\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1)\\
&\qquad \cap\, \upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \xi_2\Big)\\
&\quad \cdots\cdots\\
&\quad \times \Pr\Big(\upsilon(t_1+(n-2)\,t_{\mathrm{out}}) = \eta_n \mid \upsilon(t_1) = \xi_1\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1)\\
&\qquad \cap\, \upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \xi_2\\
&\qquad \cdots\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1+(n-2)\,t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_{n-1})\\
&\quad \times \Pr\Big(\mathcal{E}_{\mathrm{s}}(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_n) \mid \upsilon(t_1) = \xi_1\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1)\\
&\qquad \cap\, \upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \xi_2\\
&\qquad \cap\cdots\\
&\qquad \cap\, \mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1+(n-2)\,t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_{n-1})\\
&\qquad \cap\, \upsilon(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}} = \xi_n\Big) \qquad (16b)\\
&= \sum_{\xi_1\in C}\sum_{\eta_1\in C}\sum_{\xi_2\in C}\sum_{\eta_2\in C}\cdots\sum_{\eta_{n-1}\in C}\sum_{\xi_n\in C}\sum_{\eta_n\in C}\\
&\quad \Pr(\upsilon(t_1) = \xi_1)\\
&\quad \times \Pr\Big(\mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_1) \mid \upsilon(t_1) = \xi_1\Big)\\
&\quad \times \Pr\Big(\upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \xi_2 \mid \upsilon(t_1+x+\ell^{(\mathrm{h})}) = \eta_1\Big)\\
&\quad \times \Pr\Big(\mathcal{E}_{\mathrm{f}}(t_1+t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_2) \mid \upsilon(t_1+t_{\mathrm{out}}) = \xi_2\Big)\\
&\quad \cdots\cdots\\
&\quad \times \Pr\Big(\upsilon(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}}) = \xi_{n-1} \mid\\
&\qquad \upsilon(t_1+(n-2)\,t_{\mathrm{out}}+x+\ell^{(\mathrm{h})}) = \eta_{n-1}\Big)\\
&\quad \times \Pr\Big(\mathcal{E}_{\mathrm{s}}(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}}, x+\ell^{(\mathrm{h})}, \eta_n) \mid \upsilon(t_1+(n-1)\,t_{\mathrm{out}}) = \xi_n\Big) \qquad (16c)\\
&= \boldsymbol{\pi}_{\mathrm{c}} \left\{\mathbf{P}_{\mathrm{f}}(x+\ell^{(\mathrm{h})})\,\mathbf{P}_{\mathrm{c}}^{t_{\mathrm{out}}-x-\ell^{(\mathrm{h})}}\right\}^{n-1} \mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e} \qquad (16d)\\
&= \boldsymbol{\pi}_{\mathrm{c}} \left\{\mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_{\mathrm{out}})\right\}^{n-1} \mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e} \qquad (16e)\\
&= \text{式 (14)}.
\end{aligned}
$$

なお、式 (16c) への変形は確率の乗法公式を、式 (16d) への変形はイベント $\mathcal{E}_{\mathrm{f}}(\cdot,\cdot,\cdot)$ の定義と式 (1) を利用している。■

4.2 $E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x, N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n]$ の導出

$E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x, N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n]$ は次式で与えられる (図 3 参照)。

$$
E\left[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x, N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n\right] = (n-1)\,\hat{t}_{\mathrm{out}} + \frac{x+\ell^{(\mathrm{h})}+\ell^{(\mathrm{ACK})}}{\mu_{\mathrm{c}}}. \qquad (17)
$$

4.3 $E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x]$ の導出

式 (17) から式 $E[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x]$ は、次式で与えられる。

$$
E\left[T_\kappa^{(\mathrm{p})} \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x\right] = \hat{t}_{\mathrm{out}}\,E\left[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x\right] + \frac{x+\ell^{(\mathrm{h})}+\ell^{(\mathrm{ACK})}}{\mu_{\mathrm{c}}}. \qquad (18)
$$

式 (18) 内の $E[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x]$ (情報フィールド長が x であるパケットの平均再送回数) を導出するにあたって、次の補題を与える。

補題 3 $\mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e}$ は、次式で与えられる。

$$
\mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_{\mathrm{out}})\right)\mathbf{e}. \qquad (19)
$$

証明

行列 $\mathbf{P}_{\mathrm{c}}$ は確率行列であるため、次式を得る。

$$
\mathbf{P}_{\mathrm{c}}^{t_{\mathrm{out}}}\,\mathbf{e} = \mathbf{P}_{\mathrm{c}}^{t_{\mathrm{out}}-x-\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e} = \mathbf{e}. \qquad (20)
$$

式 (15) と式 (20) から、$\mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_{\mathrm{out}})\,\mathbf{e}$ は次式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_{\mathrm{out}})\,\mathbf{e} &= \left(\mathbf{P}_{\mathrm{c}}^{t_{\mathrm{out}}} - \mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{P}_{\mathrm{c}}^{t_{\mathrm{out}}-x-\ell^{(\mathrm{h})}}\right)\mathbf{e}\\
&= \mathbf{e} - \mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e}\\
&= \mathbf{I}\,\mathbf{e} - \mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e}. \qquad (21)
\end{aligned}
$$

式 (21) を変形すると式 (19) を得る。■

式 (18) 内の $E[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{pI})} = x]$ に関して、次の命題が成立する。

命題 2　$E[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x]$ は次式で与えられる。

$$E\left[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x\right] = \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x + \ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\right)^{-1} \mathbf{e} - 1. \tag{22}$$

証明

$E[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x]$ は、命題 1 を用いると次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
E\left[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x\right] &= \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)\ \Pr(N_\kappa^{(\mathrm{p})} = n \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x) \\
&= \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\left[\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)\,\mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})^{n-1}\right]\mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e} \\
&= \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\,\mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\right)^{-2}\mathbf{Q}^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}\,\mathbf{e}.
\end{aligned} \tag{23}$$

式 (19) を式 (23) に代入し変形すると、次式を得る。

$$\begin{aligned}
&E\left[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x\right] \\
&= \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\,\mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\right)^{-1}\mathbf{e} \\
&= \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\left[\mathbf{I} - \left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out}\right)\right]\left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\right)^{-1}\mathbf{e} \\
&= \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x+\ell^{(\mathrm{h})}, t_\mathrm{out})\right)^{-1}\mathbf{e} - \boldsymbol{\pi}_\mathrm{c}\,\mathbf{I}\,\mathbf{e} \\
&= \text{式 (22)}.
\end{aligned}$$

■

注 8　ビット誤りが独立に発生する時の $E[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x]$ は、

$$E\left[N_\kappa^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_\kappa^{(\mathrm{p_I})} = x\right] = \frac{\mathrm{PER}(x)}{1 - \mathrm{PER}(x)}, \tag{24}$$

として与えられる。ここで、$\mathrm{PER}(x)$ は情報フィールド長が x であるパケットがビット誤りとなる確率であり、

$$\mathrm{PER}(x) = 1 - (1 - p_\mathrm{e})^{x+\ell^{(\mathrm{h})}}, \tag{25}$$

として与えられる [8]。■

5　数値例と考察

本節ではまず、数値例での仮定を述べる。次に、シミュレーション結果と解析結果を比較することにより、3 節で導入した仮定 B1, B2 の妥当性を検証する。最後に、1 節であげた問いを考察する。

5.1　仮定

以下の数値例では、LPWAN を使って IoT デバイスとゲートウエイから構成されるネットワークを考える (図 5 参照)。IoT デバイスとゲートウエイは、それぞれ図 1 での送信局と受信局に対応する。IoT デバイスとゲートウエイは、IPv6 over LPWAN の機能すなわち SCHC の機能 (例えばメッセージ分割機能) [11] を持つと仮定する。

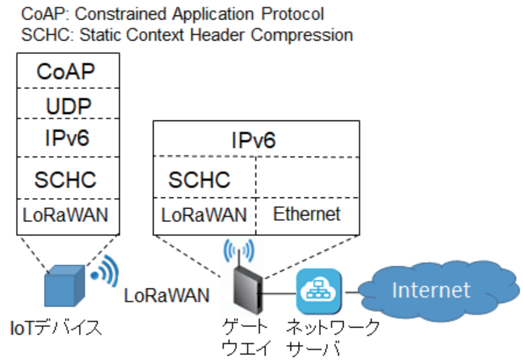


図 5. 数値例におけるネットワークモデル

5.1.1　無線ネットワークのパラメータ値

LPWAN として LoRaWAN (つまり IPv6 over LoRa) をとりあげる [24]。本稿では、以下に示すパラメータ値を用いた。

- 伝送速度 μ_c: 11 Kbps (拡散率 SF 値が 7、帯域幅 250KHz の場合)
- PCI 長 $\ell^{(\mathrm{h})}$: 15 bytes
- ACK パケット長 $\ell^{(\mathrm{ACK})}$: 15 bytes
- タイムアウト値 $\hat{t}_\mathrm{out}$: 2 sec
- リンク状態 G, B のビット誤り率: $p^{(\mathrm{G})} = 0, p^{(\mathrm{B})} = 1$.

以下の数値例では、様々な平均ビット誤り率 p_e と平均ビット誤りバースト期間 $E[D^{(\mathrm{B})}](=\gamma^{-1})$ において、ペイロード長がグッドプットに及ぼす影響を考察する。これにあたって、リンク状態が G から B への推移率 λ を決定しなければならない。推移率 λ は、p_e と $E[D^{(\mathrm{B})}](=\gamma^{-1})$ が与えられた時、仮定 $p^{(\mathrm{G})} = 0, p^{(\mathrm{B})} = 1$, 式 (3) と式 (4) より、次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{p_\mathrm{e}\,\gamma}{1 - p_\mathrm{e}} = \frac{p_\mathrm{e}}{(1 - p_\mathrm{e})\ E\left[D^{(\mathrm{B})}\right]}. \tag{26}$$

5.1.2　メッセージ長の分布

送信局のアプリケーションでは、固定値 $\ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})}$ のメッセージを発生させると仮定する。この時の情報フィールド長の分布 $F^{(\mathrm{p_I})}(\cdot)$ は、次式で与えられる [8]。

$$\begin{aligned}
F^{(\mathrm{p_I})}(x) = &\left(1 - \frac{1}{\left\lceil \frac{\ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})}}{\ell^{(\mathrm{d})}} \right\rceil}\right)\mathbf{1}\left(x - \ell^{(\mathrm{d})}\right) \\
&+ \frac{\mathbf{1}\left(x - \left\{\ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})} - \left(\left\lceil \frac{\ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})}}{\ell^{(\mathrm{d})}} \right\rceil - 1\right)\ell^{(\mathrm{d})}\right\}\right)}{\left\lceil \frac{\ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})}}{\ell^{(\mathrm{d})}} \right\rceil}.
\end{aligned} \tag{27}$$

注 9　ペイロード長 $\ell^{(\mathrm{d})}$ が以下を満たす時、

$$\ell^{(\mathrm{d})} \in \left\{\frac{\ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})}}{n_\mathrm{c}} : n_\mathrm{c} = 1, 2, \ldots,\right\} \triangleq \mathcal{S}_\ell. \tag{28}$$

情報フィールド長は固定値 $\ell^{(\mathrm{d})}$ となる (つまり $F^{(\mathrm{p_I})}(x) = \mathbf{1}(x - \ell^{(\mathrm{d})})$)。

一方、$\ell^{(\mathrm{d})} \notin \mathcal{S}_\ell$ の時の情報フィールド長の分布 $F^{(\mathrm{p_I})}(\cdot)$ は、2 つの値 $\ell^{(\mathrm{d})}, \ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})} - (\lceil \ell_\mathrm{c}^{(\mathrm{m})}/\ell^{(\mathrm{d})} \rceil - 1)\,\ell^{(\mathrm{d})}$ でステップを持つ。■

$$\hat{G}_{\mathrm{p}} = \frac{\ell_{\mathrm{c}}^{(\mathrm{m})}}{\left(\left\lceil \frac{\ell_{\mathrm{c}}^{(\mathrm{m})}}{\ell^{(\mathrm{d})}} \right\rceil - 1\right) E\left[T_{\kappa}^{(\mathrm{p})} \mid L_{\kappa}^{(\mathrm{p_I})} = \ell^{(\mathrm{d})}\right] + E\left[T_{\kappa}^{(\mathrm{p})} \mid L_{\kappa}^{(\mathrm{p_I})} = \ell_{\mathrm{c}}^{(\mathrm{m})} - \left(\left\lceil \frac{\ell_{\mathrm{c}}^{(\mathrm{m})}}{\ell^{(\mathrm{d})}} \right\rceil - 1\right) \ell^{(\mathrm{d})}\right]}. \tag{29}$$

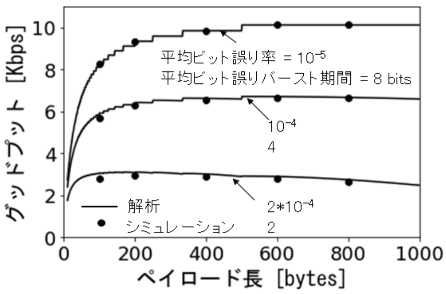


図 6. シミュレーション結果と解析結果

メッセージ長が固定値 $\ell_{\mathrm{c}}^{(\mathrm{m})}$ の時のグッドプットを $\hat{G}_{\mathrm{p}}$ とする。式 (27) を式 (8) に代入すると、$\hat{G}_{\mathrm{p}}$ は式 (29) で与えられる。

以下の数値例では、メッセージ長 $\ell_{\mathrm{c}}^{(\mathrm{m})}$ を 1000 bytes とする。この値は、自動販売機をセンサとした時のメッセージ長として知られている [25]。

5.2 シミュレーション結果と解析結果の比較

3 節で導入した仮定 B1 と B2 の妥当性を確認するために、シミュレーション結果と解析結果を比較した。

図 6 に、様々な組 (平均ビット誤り率 p_{e}, 平均ビット誤りバースト期間 $E[D^{(\mathrm{B})}]$) でのシミュレーション結果と解析結果を示す。図 6 より、シミュレーション結果と解析結果はほぼ一致していることから、仮定 B1 と B2 は妥当であるといえる。

5.3 グッドプット

本節では、1 節で述べた問いを考察する。

5.3.1 平均ビット誤りバースト期間がグッドプットに及ぼす影響

平均ビット誤り率 p_{e} が 10^{-5}, 2×10^{-5}, 10^{-4} の時、平均ビット誤りバースト期間 $E[D^{(\mathrm{B})}]$ が 2, 4, 8 [bits] の場合のペイロード長 $\ell^{(\mathrm{d})}$ に対するグッドプット $\hat{G}_{\mathrm{p}}$ をそれぞれ図 7 (a), (b), (c) に示す。なお、以下の図では、ビット誤りが独立に発生する時のグッドプット $\hat{G}_{\mathrm{p}}$ を併記している。

図 7 より、同一平均ビット誤り率のもとでは、平均ビット誤りバースト期間が大きくなるほど、グッドプットの値は大きくなることがわかる。この傾向は、メッセージ分割が発生しない環境での固定長のパケットの平均遅延時間においても、示されている [17]。

この傾向を定量的に解析するために、次式で与えられる平均パケット廃棄率 $p_{\mathrm{loss}}^{(\mathrm{p})}$ を考察する。

$$p_{\mathrm{loss}}^{(\mathrm{p})} = \frac{E\left[N_{\kappa}^{(\mathrm{p})} - 1\right]}{E\left[N_{\kappa}^{(\mathrm{p})}\right]} = \frac{E\left[N_{\kappa}^{(\mathrm{p})} - 1\right]}{E\left[N_{\kappa}^{(\mathrm{p})} - 1\right] + 1} = 1 - \frac{1}{E\left[N_{\kappa}^{(\mathrm{p})} - 1\right] + 1}$$

$$= 1 - \frac{1}{\displaystyle\int_{x=0}^{\infty} E\left[N_{\kappa}^{(\mathrm{p})} - 1 \mid L_{\kappa}^{(\mathrm{p_I})} = x\right] dF^{(\mathrm{p_I})}(x) + 1}$$

$$= 1 - \frac{1}{\displaystyle\int_{x=0}^{\infty} \boldsymbol{\pi}_{\mathrm{c}} \left(\mathbf{I} - \mathbf{R}(x + \ell^{(\mathrm{h})}, t_{\mathrm{out}})\right)^{-1} \mathbf{e}\, dF^{(\mathrm{p_I})}(x)}. \tag{30}$$

図 8 に、平均ビット誤り率 p_{e} が 10^{-4} の時の様々な平均ビット誤りバースト期間 $E[D^{(\mathrm{B})}]$ でのペイロード長 $\ell^{(\mathrm{d})}$ に対する平均パケット廃棄率 $p_{\mathrm{loss}}^{(\mathrm{p})}$ を示す。

平均ビット誤りバースト期間が大きくなるほど平均パケット廃棄率 $p_{\mathrm{loss}}^{(\mathrm{p})}$ が小さくなり、その結果、グッドプットの値は大きくなる (図 8 参照)。

5.3.2 情報フィールド長をペイロード長で近似した時の精度

ほとんどの先行研究では、パケット長を固定値と仮定している。そこで本節では、情報フィールド長を固定値のペイロード長で近似 (つまり $F^{(\mathrm{p_I})}(x) \approx \mathbf{1}(x - \ell^{(\mathrm{d})})$) した時の近似精度を考察する。

図 7 に、情報フィールド長をペイロード長で近似した時のグッドプット値を併記する。図 7 より、以下がわかる。

- **ペイロード長が式 (28) を満たす時:** この時の近似値は厳密解値と一致する。これは、メッセージ分割されたパケットの情報フィールド長は常にペイロード長と等しくなるからである (注 9 参照)。
- **ペイロード長が式 (28) を満たさない時:** この時、近似誤差は大きくなり、危険側の近似となる。これは、パケットの情報フィールド長がペイロード長より小さくなることによる。

5.3.3 グッドプットを最大化するペイロード長

図 7 から、グッドプットの曲線はペイロード長に対して上に凸であることがわかる。つまり、グッドプットを最大化するペイロード長が存在する。

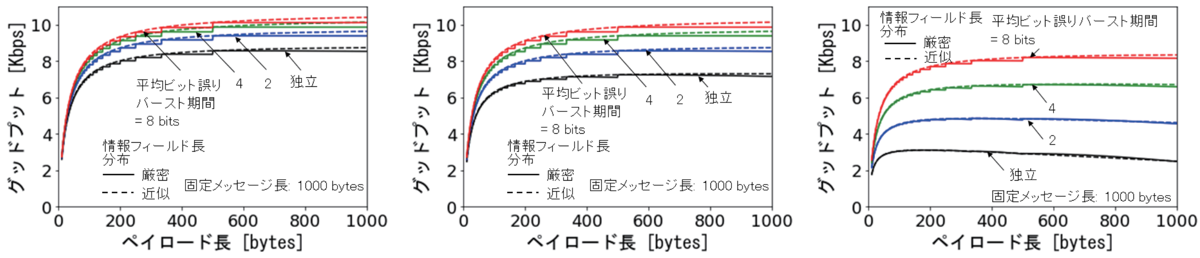
無線システムの設計での興味のある点は、最適なペイロード長を解析的に導出することである。ビット誤りが独立に発生する時、グッドプットを最大化するペイロード長については、容易に求めることができる (付録参照)。

ビット誤りがバースト的に発生する場合、付録で示したアルゴリズムで得られるペイロード長を適用することは好ましくない。例えば、平均ビット誤り率 $p_{\mathrm{e}} = 10^{-4}$ の時、ビット誤りが独立に発生する場合の最適なペイロード長は 250 bytes である。このペイロード長値は、平均ビット誤りバースト期間が 8 bits の時、最適とならない (図 7 (c) 参照)。

今後は、ビット誤りバースト期間を考慮した最適なペイロード長の解析解の導出が課題である。

6 おわりに

本稿では、長さが可変であるパケットがバースト的に発生するビット誤りによって廃棄され、廃棄されたパケットは Stop and Wait 方式の誤り回復によって再送される無線ネット



(a) 平均ビット誤り率 p_e が 10^{-5} の時　(b) 平均ビット誤り率 p_e が 2×10^{-5} の時　(c) 平均ビット誤り率 p_e が 10^{-4} の時

図 7. 様々な平均ビット誤りバースト期間 $E[D^{(B)}]$ でのペイロード長 $\ell^{(d)}$ に対するグッドプット $\hat{G}_p$

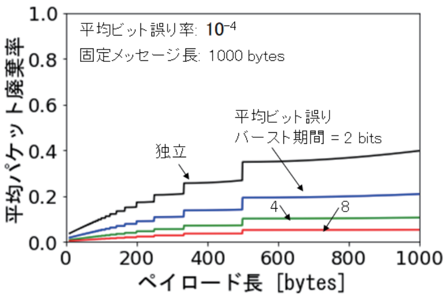


図 8. 平均ビット誤り率 p_e が 10^{-4} の時の様々な平均ビット誤りバースト期間 $E[D^{(B)}]$ でのペイロード長 $\ell^{(d)}$ に対する平均パケット廃棄率 $p_{\mathrm{loss}}^{(p)}$

ワークでのグッドプットの解析解を導出した。この解析解をIPv6 over LoRaWAN のようなメッセージ分割が発生する無線ネットワーク環境に適用した。数値例を通して、以下が明らかとなった。

1. 同一平均ビット誤り率のもとでは、平均ビット誤りバースト期間が大きいほどグッドプットは大きくなる。
2. 情報フィールド長を固定長のペイロード長で近似して得られるグッドプット値は危険側となる。

今後の課題として、様々なメッセージ長の分布での考察、CSMA/CA 方式のような実際のプロトコルへの拡張、ビット誤りバースト期間を考慮した最適なペイロード長の解析解の導出が挙げられる。

パケット長が一定とならないシナリオは、本稿で対象としたメッセージ分割以外にも幾つか存在する (1 節参照)。メッセージ分割以外のシナリオでの考察も今後の課題である。

付録: ビット誤りが独立に発生する時のグッドプットを最大化するペイロード長

本付録では、ビット誤りが独立に発生する時のグッドプットを最大化するペイロード長を導出する。

メッセージ分割が発生する場合でのグッドプットを最大化するペイロード長は、ペイロードを有効に活用する条件を満足することが望ましい (文献 [7,8] 参照)。ペイロード長を有効に活用する条件は、ペイロード長が $\mathcal{S}_\ell$ の要素になることである。つまり、情報フィールド長が常にペイロード長 $\ell^{(d)}$ となることを意味する。

情報フィールド長が常にペイロード長 $\ell^{(d)}$ となる時のグッドプット $\bar{G}_p$ は、式 (31) で与えられる (次ページ参照)。

$\bar{G}_p$ を最大化するペイロード長 $\ell^{(d)}$ の必要条件は、$\frac{\partial \bar{G}_p}{\partial \ell^{(d)}} = 0$ である。$\frac{\partial \bar{G}_p}{\partial \ell^{(d)}} = 0$ を解くと次式を得る[1]。

$$\left(\ell^{(h)} + \ell^{(ACK)} - t_{\mathrm{out}}\right)(1-p_e)^{\ell^{(d)}+\ell^{(h)}} + t_{\mathrm{out}} + \ell^{(d)} \log(1-p_e)\, t_{\mathrm{out}} = 0 \quad (32)$$

ここで、式 (32) は非線形であるが、二分法等の数値解析によって、$\ell^{(d)}$ 値を求めることができる。

以上より、最適なペイロード長 $\hat{\ell}_{\mathrm{opt}}$ は、次を満たす値に設定すると良い。

- R1: $\hat{\ell}_{\mathrm{opt}}$ は式 (32) を満たす $\ell^{(d)}$ 値以上である。
- R2: ペイロード長は集合 $\mathcal{S}_\ell$ の要素の中で、最も小さいペイロード長である。

例えば、平均ビット誤り率 $p_e = 10^{-4}$ の時、式 (32) を満たすペイロード長は、249.1 bytes となる。要件 R2 を考慮すると、最適なペイロード長 $\hat{\ell}_{\mathrm{opt}}$ は 250 bytes となる。

参考文献

[1] J. Gutierrez, M. Naeve, E. Callaway, M. Bourgeois, V. Mitter and B. Heile: "IEEE 802.15.4: A developing standard for low-power low-cost wireless personal area networks", IEEE Network, **15**, 5, pp. 12–19 (2001).

[2] U. Raza, P. Kulkarni and M. Sooriyabandara: "Low power wide area networks: An overview", IEEE Communications Surveys & Tutorials, **19**, 2, pp. 855–873 (2017).

[3] 池川隆司:"無線ネットワークにおける動的ペイロード長方式の研究動向", 神奈川工科大学研究報告.B, 理工学編, **44**, pp. 23–28 (2020).

[4] M. Yigit, H. U. Yildiz, S. Kurt, B. Tavli and V. C. Gungor: "A survey on packet size optimization for terrestrial, underwater, underground, and body area sensor networks", Int. J. Communication Systems, **31**, 11 (2018).

[5] V. Freschi and E. Lattanzi: "A study on the impact of packet length on communication in low power wireless sensor networks under interference", IEEE Internet of Things Journal, **6**, 2, pp. 3820–3830 (2019).

[6] T. Ikegawa: "Effect of payload size on mean response time when message segmentations occur: Case of burst packet arrival", Proceedings of the 12th EAI International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools, VALUETOOLS 2019, New York, NY, USA, ACM, pp. 7–14 (2019).

[7] 池川隆司:"メッセージ分割が発生する無線ネットワークでのグッドプット解析–ビット誤りが独立的に発生する回線の場合–", 神奈川工科大学研究報告.B, 理工学編, **45**, pp. 17–26 (2021).

[8] T. Ikegawa: "Goodput analysis for lossy low-speed wireless networks during message segmentation", 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), pp. 1–7 (2021).

[1] 文献 [7,8] では、タイムアウト値は往復応答時間と等しい (つまり $\ell^{(d)} + \ell^{(h)} + \ell^{(ACK)} = t_{\mathrm{out}}$) と仮定した。実システムでは、この仮定は適切ではない。本付録では、この仮定を緩め、グッドプットを最大化するペイロード長の解析解を導出した。

$$\bar{G}_{\mathrm{p}} = \frac{\ell^{(\mathrm{d})}}{E\left[T_{\kappa}^{(\mathrm{p})} \mid L_{\kappa}^{(\mathrm{pl})} = \ell^{(\mathrm{d})}\right]} = \frac{\ell^{(\mathrm{d})}\,\mu_{\mathrm{c}}\,(1-p_{\mathrm{e}})^{\ell^{(\mathrm{d})}+\ell^{(\mathrm{h})}}}{\left(\ell^{(\mathrm{d})}+\ell^{(\mathrm{h})}+\ell^{(\mathrm{ACK})}\right)(1-p_{\mathrm{e}})^{\ell^{(\mathrm{d})}+\ell^{(\mathrm{h})}} + \left\{1-(1-p_{\mathrm{e}})^{\ell^{(\mathrm{d})}+\ell^{(\mathrm{h})}}\right\} t_{\mathrm{out}}}. \tag{31}$$

[9] G. R. Wright and W. R. Stevens: "TCP/IP Illustrated, Volume 2: The Implementation", Addison-Wesley Publishing Company (1995).

[10] J. W. Hui and D. E. Culler: "Extending IP to low-power, wireless personal area networks", IEEE Internet Computing, **12**, 4, pp. 37–45 (2008).

[11] C. Gomez, A. Minaburo, L. Toutain, D. Barthel and J. C. Zuniga: "IPv6 over LPWANs: Connecting low power wide area networks to the Internet (of Things)", IEEE Wireless Communications, **27**, 1, pp. 206–213 (2020).

[12] T. Ikegawa, Y. Kishi and Y. Takahashi: "Data-unit-size distribution model when message segmentations occur", Performance Evaluation, **69**, 1, pp. 1–16 (2012).

[13] C. Fraleigh, S. Moon, B. Lyles, C. Cotton, M. Khan, D. Moll, R. Rockell, T. Seely and C. Diot: "Packet-level traffic measurements from the Sprint IP backbone", IEEE Network, **17**, 6, pp. 6–16 (2003).

[14] A. Sivanathan, D. Sherratt, H. H. Gharakheili, A. Radford, C. Wijenayake, A. Vishwanath and V. Sivaraman: "Characterizing and classifying IoT traffic in smart cities and campuses", 2017 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS), pp. 559–564 (2017).

[15] P. Schulz, M. Matthe, H. Klessig, M. Simsek, G. Fettweis, J. Ansari, S. A. Ashraf, B. Almeroth, J. Voigt, I. Riedel, A. Puschmann, A. M-Thie, M. Muller, T. Elste and M. Windisch: "Latency critical IoT applications in 5G: Perspective on the design of radio interface and network architecture", IEEE Communications Magazine, **55**, 2, pp. 70–78 (2017).

[16] R. Zorzi, A. Chockalingam and R. Rao: "Throughput analysis of TCP on channels with memory", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, **SAC-18**, 7, pp. 1289–1300 (2000).

[17] J. G. Kim and M. M. Krunz: "Delay analysis of selective repeat ARQ for a Markovian source over a wireless channel", IEEE Transactions on Vehicular Technology, **49**, 5, pp. 1968–1981 (2000).

[18] Y. Zheng, K. Lu, D. Wu and Y. Fang: "Performance analysis of IEEE 802.11 DCF in imperfect channels", IEEE Transactions on Vehicular Technology, **55**, 5, pp. 1648–1656 (2006).

[19] A. Willig, M. Kubisch, C. Hoene and A. Wolisz: "Measurements of a wireless link in an industrial environment using an IEEE 802.11-compliant physical layer", IEEE Transactions on Industrial Electronics, **49**, 6, pp. 1265–1282 (2002).

[20] A. Antonopoulos, M. D. Renzo and C. Verikoukis: "Effect of realistic channel conditions on the energy efficiency of network coding-aided cooperative MAC protocols", IEEE Wireless Communications, **20**, 5, pp. 76–84 (2013).

[21] E. N. Gilbert: "Capacity of a burst-noise channel", The Bell System Technical Journal, **39**, 9, pp. 1253–1265 (1960).

[22] R. R. R. M. Zorzi and L. B. Milstein: "ARQ error control for fading mobile radio channels", IEEE Transactions on Vehicular Technology, **46**, 2, pp. 445–455 (1997).

[23] S. M. Ross: "Applied probability models with optimization applications", Dover Books on Mathematics, Dover, Mineola, NY (1992).

[24] R. Sanchez-Iborra, J. Sánchez-Gómez, J. Santa, P. J. Fernández and A. F. Skarmeta: "IPv6 communications over LoRa for future IoV services", 2018 IEEE 4th World Forum on Internet of Things (WF-IoT), pp. 92–97 (2018).

[25] GSMA: "3GPP Low Power Wide Area Technologies", `http://www.gsma.com/connectedliving/wp-content/uploads/2016/10/3GPP-Low-Power-Wide-AreaTechnologies-GSMA-White-Paper.pdf`, 2020 年 8 月 26 日参照.

神奈川工科大学研究報告

B–46　理工学編　通巻 46 号

令和 4 年 3 月 1 日　発行

編集兼発行者　神 奈 川 工 科 大 学

〒 243–0292　神奈川県厚木市下荻野1030

電　話　046-241-6221

印　刷　者　株式会社スクールパートナーズ