

軸圧縮を受ける薄肉円管の座屈

坂 薫 臣, 佐々木 正 孝

Buckling of a thin Circular pipe under the Action of
Uniform Axial Pressure.

Tsutaomi BAN and Masataka SASAKI

Abstract

When a thin circular pipe having a very large value of the ratio a/h , subjects to a uniform axial compression N_x , critical stress of the buckling is shown as following formula.

$$\sigma_{cr} = \frac{N_x}{h} = \frac{Eh}{a\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (1)$$

here a : radius of the pipe

h : thickness of the pipe

E : modulus of elasticity of the pipe material

ν : Poisson's ratio

For the thicker pipe, the buckling of the pipe appears in two types. One is symmetrical buckling with respect to the axis of the pipe as shown in Fig. 4, and critical stress can be obtained from the same formula as (1).

The other type is the Euler's buckling for a strut as shown in Fig. 5 and critical stress is determined by the formula (2)

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E a^2}{2 l^2} \quad (2)$$

here l : length of the pipe

The type of buckling is determined by the ratio a/h , and l/a . This critical value of a/h and l/a are shown by the curve in Fig. 1.

On the buckling of a thin circular pipe, it is important to know which type buckling will occur on the pipe.

To determine the critical value of l/a , experiments of the buckling, on the three kinds of pipe (as shown in Table 1-A, 1-B, 1-C) were carried out, and comparisons were made with values of l/a obtained from Fig. 1.

Moreover, the critical stresses from formula (1) and (2) were discussed. Experiments obtain good agreement with results of calculations.

1. 緒 言

両端にて自由に支持された薄肉円管が軸方向に一様な圧縮力 N_x を受けた場合の座屈は、半径 a と円管の厚さ h との比 a/h が非常に大きいときには、座屈は材料の弾性限内にて起り、その限界応力 σ_{cr} は

$$\sigma_{cr} = \frac{N_x}{h} = \frac{Eh}{a\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (1)$$

にて求められる。

ここに E : 弾性係数, ν : ポアソン比

上記の場合は航空機等特別な場合で、普通に用いられる比較的厚い円管の座屈については管の長さ l の短い場合には軸に対して対称の座屈を起し、そのときの限界応力は (1) と同じ式にて求められる。この場合、式より判る様に σ_{cr} は管の長さ l には関係しない。 l が比較的長い場合には、オイラーの短柱の座屈となり、その限界値 σ_{cr} は

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E a^2}{2 l^2} \quad (2)$$

にて求められる。

薄肉円管の座屈に対しては柱の座屈とは異なり、この2つの何れの型の座屈が起るかを知る必要がある。その発生条件は薄肉円管の a/h と l/a の値によって決定される。例えば円管の a/h が与えられれば l/a により、したがって円管の長さによって座屈の型は決定される。

a/h と l/a の関係は Fig. -1 に示すような曲線にて表される。曲線より下の部分の寸法の管にては両端部にて対称の座屈を起し限界応力 σ_{cr} は (1) 式によって、曲線より上の部分の寸法の管は中央にてオイラーの座屈を起し限界応力 σ_{cr} は (2) 式によって求められる。したがってその限界を知ることが第一であるので、三種類の a/h を有する薄肉円管について実験により l/a の限界の値を求め、曲線の値と比較した。なお、(1), (2) 式による座屈の限界応力について実験と比較検討した。

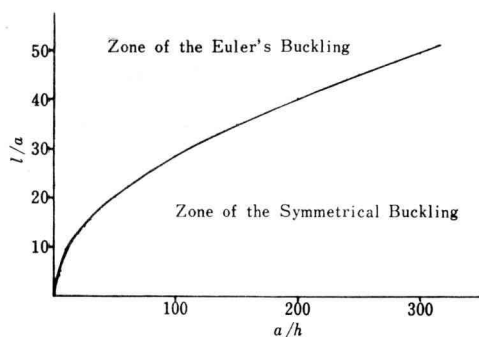


Fig. 1

2. 実験

2-1 実験方法

半径と肉厚の与えられた薄肉円管について座屈の型を決める l/a の値を求めるために下記の三種の円管について、Table (1-A) (1-B) (1-C) に示す管長を有する試験片について座屈試験をし、 l/a の値を求めた。

(A) $a=31\text{ mm}$ $h=1.75\text{ mm}$ $a/h=18$

(B) $a=32\text{ mm}$ $h=1.70\text{ mm}$ $a/h=19$

(C) $a=36.7\text{ mm}$ $h=1.70\text{ mm}$ $a/h=21.5$

またそれぞれの材料の降伏応力 σ_y 、弾性係数 E を求めるために (A) (B) (C) の材料より試料をとり、引張り試験を行い σ_y と E を決定した。

2-2 実験装置

実験は 50 ton リーレ型万能試験機を用い、圧縮に際

Table (1-A) $a=31\text{ mm}$ $h=1.75\text{ mm}$ $a/h=18$
(l/a)_{cr}=12 $\sigma_y=45\text{ kgf/mm}^2$

l mm	l/a	σ_{cr} kgf/mm ² 実験値	σ'_{cr} kgf/mm ² 計算値	座屈の型式
700	23	40	42.6	中央にてオイラーの座屈
600	20	40	43.3	"
500	16	40	43.7	"
400	13	46	44.1	中央と両端にて座屈
300	9.7	47	45	両端にて対称座屈
64	2.0	46	45	"

Table (1-B) $a=32\text{ mm}$ $h=1.7\text{ mm}$ $a/h=19$
(l/a)_{cr}=12.4 $\sigma_y=43\text{ kgf/mm}^2$

l mm	l/a	σ_{cr} kgf/mm ² 実験値	σ'_{cr} kgf/mm ² 計算値	座屈の型式
700	22	38	41.1	中央にてオイラーの座屈
600	19	39	41.3	"
500	16	40	41.8	"
400	13	43	42.3	両端にて対称座屈
300	9.5	43	43	"
200	6.3	43	43	"
150	4.7	45	43	"
100	3.2	43	43	"
65	2.1	44	43	"

Table (1-C) $a=36.7\text{ mm}$ $h=1.7\text{ mm}$ $a/h=21.5$
(l/a)_{cr}=13.3 $\sigma_y=41\text{ kgf/mm}^2$

l mm	l/a	σ_{cr} kgf/mm ² 実験値	σ'_{cr} kgf/mm ² 計算値	座屈の型式
700	19.1	38	39.3	中央にてオイラーの座屈
600	16.4	40	39.8	"
500	13.7	40	40.2	"
400	10.9	41	41	中央と両端にて座屈
300	8.2	41	41	両端にて対称座屈
200	5.5	41	41	"
150	4.1	42	41	"
100	2.7	41	41	"
75	2.1	40	41	"

して均一なる軸圧力が掛るように鋼球 (Fig. -3) を介して圧縮した。歪はダイヤルゲージおよび抵抗線歪計を用いて測定した。装置全体は Fig. -2 及び Fig. 3 に示す。

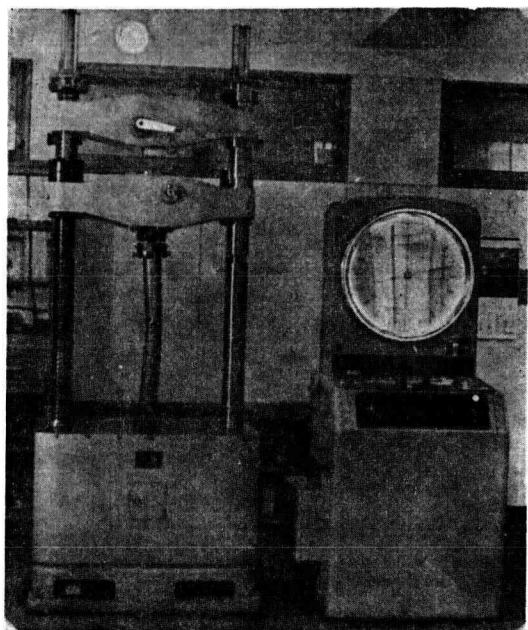


Fig. 2 装置全体

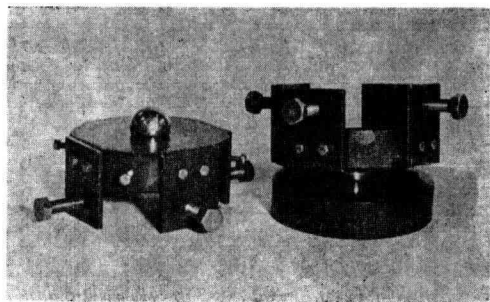


Fig. 3 球座

2-3 実験結果

三種の円管について行った実験の結果は、Table (1-A) (1-B) (1-C), Fig. 6-A, 6-B, 6-C に示す通りであり、三種の円管にて長さ l の短いとき試験片の両端部にて対称座屈 (Fig. -4) を発生しており、 l が Fig. -1 の曲線にて求めた l/a の限界の値を超えると中央にて大なるたわみを伴うオイラーの座屈 (Fig. -5) の発生して

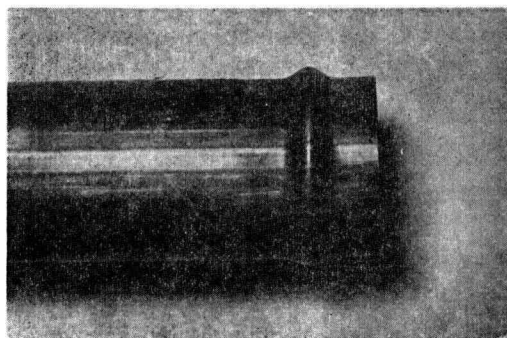


Fig. 4 両端にての対称座屈

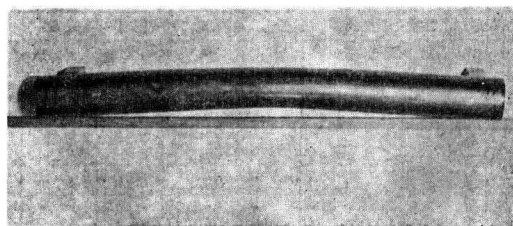


Fig. 5 オイラーの柱の座屈

いることが判る。

座屈の限界応力 σ_{cr} については対称座屈においては (1) 式オイラーの座屈にては (2) 式にて求められる。しかし σ_{cr} が弾性限内にあるためには三種の材料について

	σ_y kgf/mm ²	a/h	l/a	細長比 $\sqrt{2} l/a$
(A)	45	282	47	66
(B)	43	295	49	69
(C)	41	310	50	71

となり、三種の円管は何れも塑性座屈となり、対称座屈の (1) 式は $\sigma_{cr} = \sigma_y$ となり、オイラー座屈の (2) 式は細長比は $\sqrt{2} l/a$ となり、この範囲にて適用されるジョンソンの実験式によって限界応力 σ_{cr} を求めた結果は Table (1-A) (1-B) (1-C), Fig. (6-A) (6-B) (6-C) に一括示してある。

3. 結 論

軸方向に圧縮される薄肉円管の座屈に対しては柱の座屈と異なり、円管の長さが短くなった場合にも対称座屈が発生するから、最初に Fig. -1 の曲線より円管の座屈の型を決める l/a の値を求め、座屈の型を決定し、それによって限界応力を求めればよいことになる。

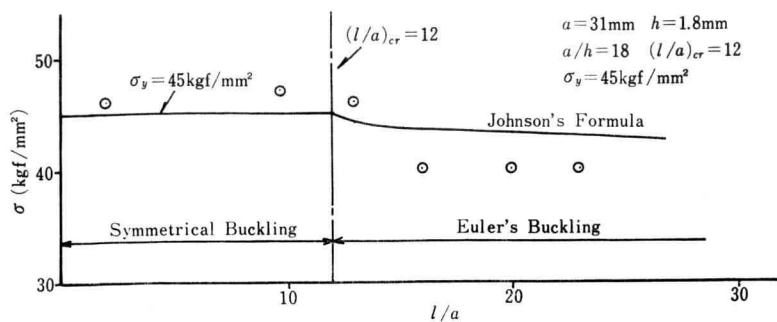


Fig. 6-A

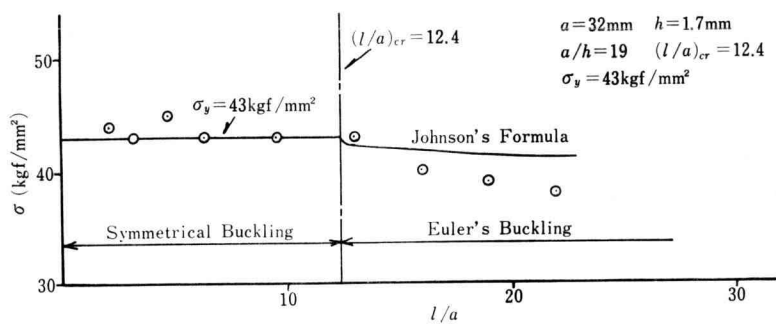


Fig. 6-B

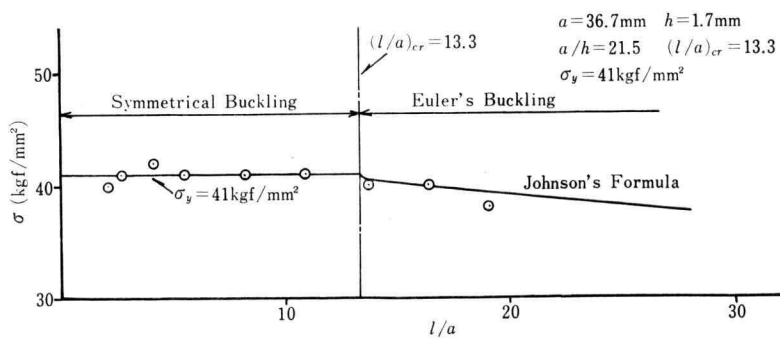


Fig. 6-C