

折線近似による実効値回路

大 島 正 和, 白 滝 順

Root-Mean-Square Computing Circuit by
Piecewise Linear Approximation

Masakazu OSHIMA and Jun SHIRATAKI

Abstract

In the measurement of effective value or rms value of the waveform with high crest factor, the thermal type instruments have been commonly employed. Also, the above measurement can be made by means of an electronic circuit employing a multiplier and a square-root computing circuit when fast response is required. In this report, another electronic circuit, in which an absolute value circuit, a piecewise linear approximation and an integrating circuit are included, constructed to obtain the rms value having the error less than 1dB for the waveform with crest factor 10 is explained. The feature of this arrangement is that the obtained rms voltage is fed back into the piecewise approximation circuit to adjust the proportion of the input-output relation. Because of this feed back, no square-root operation is required to obtain rms values and this procedure is considered to be more favorable compared with other circuits, to get good results for the input waveform which has wide dynamic range and high crest factor. In the constructed circuit, expected values have been obtained.

1. ま え が き

波高率(最大値/実効値)の高いパルス波, バースト信号などの交流電圧の測定は, 従来, 熱起電力を応用した熱電対形が多く用いられ, また, 乗算器, 平方根演算回路を用いて, アナログ又はデジタルの電子回路により目的を達することが出来る。

本研究では, 折線近似で自乗特性を持たせ, 波高率 10 まで所定の誤差範囲で測定できる回路を設計し, 試作した。

この回路構成では, 波高率 10 を目標にして構成すれば実効値電圧は常に波高率 1 に相当する値で示され, 波高率が一定で, 入力電圧が変化すれば, 出力の直流的帰還により, 近似折線も入力電圧と共に, 相似的变化するのでダイナミックレンジの広いことが求められる場合に有効である。

2. 回路構成および原理

前節で述べたように, 入力電圧が波高率 10 で, 所定

の誤差を ± 1.0 dB とする回路を具体的に実現するため, 図 1 に示す回路構成とした。

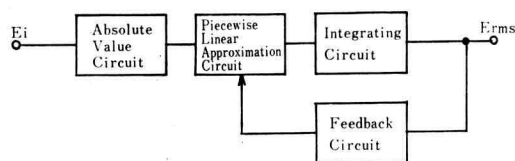


図 1 Block Diagram.

同図中の絶対値回路は, 折線近似が常に, 正の電圧で動作するために設けたものである。

実効値電圧 E_{rms} は式 (1) で定義される。

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e(t)^2 \cdot dt} \quad (1)$$

$e(t)$: 瞬時電圧 Volt

T : 周期 sec

又この試作回路では, 出力の実効値電圧が, 直流的な帰還回路を通じて, 後述する折線回路の基準電圧 E_s と

なり、自乗近似折線の折点を定める。この動作原理は、次のように考えられる。すなわち、図1の自乗に対する抵線近似の関数を、 $F(e_{(t)})$ とすれば帰還により、

$$k \frac{F(e_{(t)})}{E_s} = E_s$$

の関係があるので、(k は常数)

$$E_s = \sqrt{k F(e_{(t)})}$$

となり、平方回路を用いずに、自乗平均平方を行うことが出来る。なお、この方法では、近似の相対誤差が一定波形に対しては入力の大さきに関係しないことが特徴である。折線により、自乗関数を $f(x) = x^2$ の許容誤差内で近似するため、 x を i) $0 \leq x \leq 1$ と、ii) $1 \leq x \leq 10$ に分けて考え誤差をこの二つの範囲に振り分ける。

i) $0 \leq x \leq 1$ の範囲では、図2に示すように、 $x=1$ のとき誤差が ± 0.5 dB となる巾 $2D$ を保って一定とし許容範囲の値を式 (2), (3) で示す。関数 $f_1(x)$ に接し、式 (3) で示す $f_2(x)$ 上に交点となる直線で折線を構成する。関数 $f_1(x)$, $f_2(x)$ は、

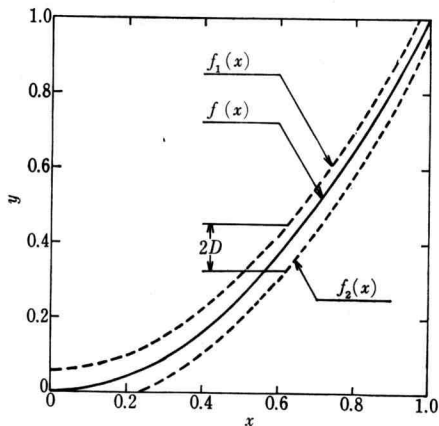


図2 Approximation Range for $0 \leq x \leq 1$.

$$f_1(x) = x^2 + D_1 \quad (2)$$

$$f_2(x) = x^2 - D_2 \quad (3)$$

巾 D は、 $x=1$ において、 $f_1(x)$ と x^2 の差が 0.5 dB となる値で

$$0.5 \text{ dB} = 20 \log |f_1(1)| = 20 \log (1 + D),$$

$$D_1 = 5.925 \times 10^{-2}.$$

同様にして

$$D_2 = 5.594 \times 10^{-2}$$

ii) $1 \leq x \leq 10$ の範囲では、図3に示すように、関数 $f(x)$ の ± 0.5 dB となる $g_1(x)$, $g_2(x)$ で i) と同様に

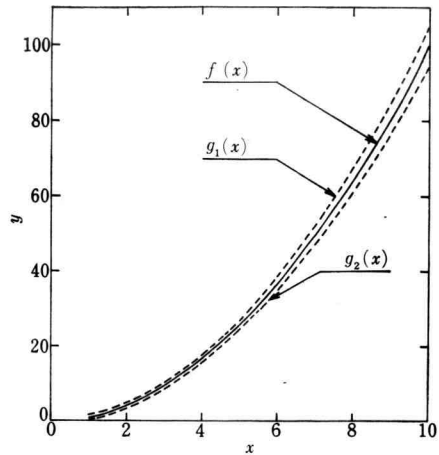


図3 Approximation Range for $1 \leq x \leq 10$.

して、折線を求める。関数 $g_1(x)$, $g_2(x)$ は、

$$g_1(x) = A_1 x^2, \quad (4)$$

$$g_2(x) = A_2 x^2. \quad (5)$$

式 (4) が、自乗関数 $f(x)$ と 0.5 dB となるには、

$$0.5 \text{ dB} = 20 \log \frac{g_1(x)}{x^2} = 20 \log A_1.$$

よって

$$A_1 = 1.0592$$

同様に、式 (5) の場合の A_2 は

$$A_2 = 0.9441$$

よって、式 (2), (4) に接し、又式 (3), (5) に交わる直線方程式を求めた。表1の E_{n0} および y_n は、原点 $0, y=0$ から始めた場合5本の直線で表わされた結果を示す。図4に x が3以下の範囲の近似折線を示す。なお、i) において、巾 D_1, D_2 を一定としたのは、実効値電圧が、前述の通り、波高率1に相当する位置で値が求まり、波高率1以下に対してこの巾を一定にしても、その誤差が十分であると考えられるためであり、又、それにより、必要な折点の数が減少し、折線の構成が容易とな

表1 Values of Piecewise Linear approximation.

n	E_{n0}	$y_n = a_n x - c$	a'_n
0	0.0	$y_0 = 0.4877 x$	0.4877
1	0.5876	$y_1 = 1.864 x - 0.8092$	1.376
2	1.329	$y_2 = 3.746 x - 8.311$	1.882
3	2.638	$y_3 = 7.431 x - 13.03$	3.685
4	5.234	$y_4 = 14.74 x - 51.31$	7.309

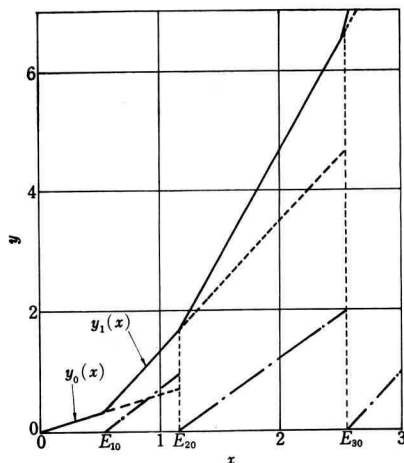


図4 Piecewise Linear Approximation to x^2 for $0 \leq x \leq 3$.

る。

3. 設 計

前節で示された、折線近似回路を電子回路で実現するには、小入力に対する非線形特性のため、単なる半導体ダイオードを用いては不可能であり、演算増巾器と半導体ダイオード、あるいはFETを組合せて、理想的ダイオード特性を得なければならない。その一つの方法として、リッチマン氏により提案された回路¹⁾があり、本研究では試作回路として、この方法を用いた。

第一の直線 $y_0(x)$ は、その直線方程式の傾きを持つように構成するように、絶対値回路の出力に接続する抵抗値を定める。又第二の直線 $y_1(x)$ は、第4図で直線 $y_0(x)$ を延長した点線と図中の E_{10} から出発する一点鎖線の和として合成される。したがって、直線 y_0 の方

式を

$$y_0 = a_0 x,$$

直線 $y_1(x)$ の方程式を

$$\begin{aligned} y_1 &= a_1 x - c = a_1 (x - E_{10}) + y_0(E_{10}) \\ &= a_1 x_1 + y_0(E_{10}) \end{aligned}$$

とすれば、(但し $x_1 = x - E_{10}$) 一点鎖線の傾きは

$$a'_1 = a_1 - a$$

として求められる。表1中の値からおのおのの a_n' を求めた結果は、同表の最後の列に示してある。

$y_1(x), y_2(x)$ などから得られる一点鎖線の式は $a'_1 x_1, a'_2 x_2$ など、これに相当する回路を実現するため、上に述べたように図5の回路が用いられた。

入力電圧の波高値を 10 V とした時、基準電圧 $E_s = 10$ V 一定として設計すれば、 $a'_1 x_1$ については、設定値 E_{10} で、 $I_f = 0$ となるためには、この電圧で電流 I_1, I_2 が等しいことが必要で、

$$\frac{E_{10}}{R_1} = \frac{E_s}{R_2},$$

$$R_2 = \frac{E_s}{E_{10}} R_1. \quad (6)$$

入力電圧が設定値 E_{10} をこえた場合には、ダイオード D_2 が導通し、点 A の電圧は、仮想零点であるので

$$\frac{E_{10} + x_1}{R_1} - \frac{E_s}{R_2} = -\frac{V_{10}}{R_f},$$

となり、式 (6) の関係があるので

$$\frac{x_1}{R_1} = -\frac{V_{10}}{R_f} \quad (7)$$

出力電圧 V_{10} は次の加算回路の仮想零点に対して流入する電流を I_{10} とすれば

$$V_{10} = R_3 I_{10},$$

の関係がある。

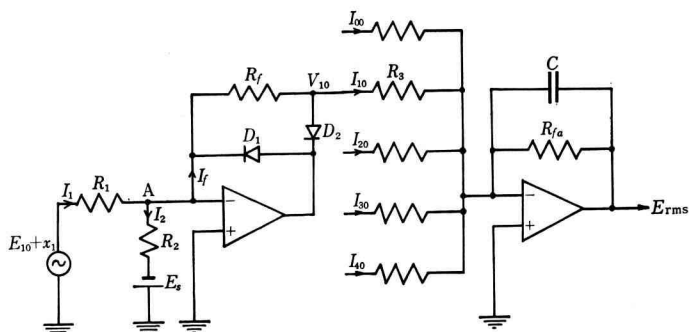


図5 Piecewise linear approximation circuit.

式 (7) に上式を代入すれば

$$I_{10} = -\frac{R_f}{R_1} \cdot \frac{1}{R_3} \cdot x_1 = -K_1 x_1, \quad (8)$$

ただし

$$K_1 = \frac{R_f}{R_1} \cdot \frac{1}{R_3}.$$

K_1 は、表 1 中の a_1' に比例する必要がある。したがって各折線回路の R_1 , R_3 を同値にとり、 α を比例定数とすれば

$$R_f = \alpha a_n' \quad (9)$$

表 2 Values of Resistances in Piecewise Linear approximation.

n		$R_2 \quad k\Omega$	$R_f \quad k\Omega$
0	y_0	—	7.31
1	y_1	255	20.65
2	y_2	112.8	28.23
3	y_3	56.85	55.29
4	y_4	28.65	109.6

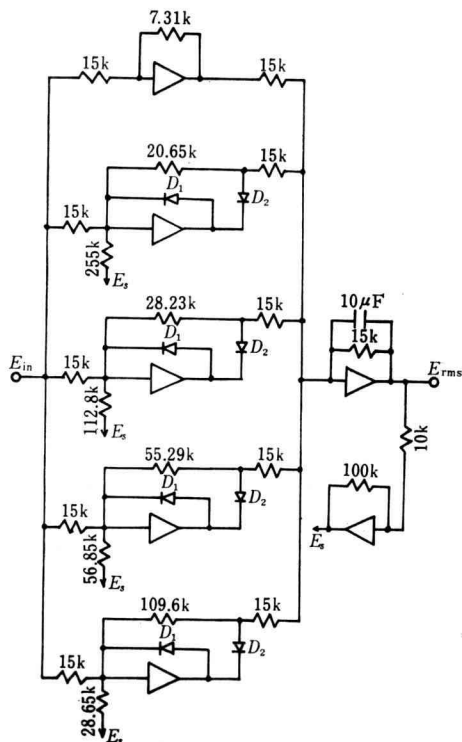


図 6 Total Circuit of Piecewise rms Approximation.

とすることがある。

前段の絶対値回路の最大出力電流を 5mA とし、 $R_1 = 15k\Omega$ とすれば、式 (6)、式 (9) より抵抗 R_2 , R_f が定まりその結果を表 2 に示す ($\alpha = 15k\Omega$)。

なお入力瞬間電圧が、設定値電圧 E_{10} 以下の時は、ダイオード D_1 が導通し、出力電圧 V_{10} は 0 に保たれる。

表 2 の抵抗値で構成した回路の個々の電流 I_{n0} を、後段の加算回路で加算して、当初の近似自乗折線が得られる。その出力電圧を直流実効値電圧とするため、加算回路を加算積分回路とし、得られた実効値電圧を 1V になるようにすれば、基準電圧 E_s は $-10V$ であるので、実効値出力電圧を反転増巾器で 10 倍に設定する。全体の回路図を図 6 に示す。

4. 実験結果および考察

1) 図 7 は、折線近似回路に波高率 10 に相当する所まで示されるように、回路の基準電圧 E_s を定め、入力に正弦波を加えて、オシロスコープにより、描かせたものである。図 8 は、同様にして、基準電圧 E_s と、正弦波の電圧を、半分にして、描かせたものである。これらにより、折線が自乗関数を近似し、入力の大きさにより相似的に変化するのを確認できた。

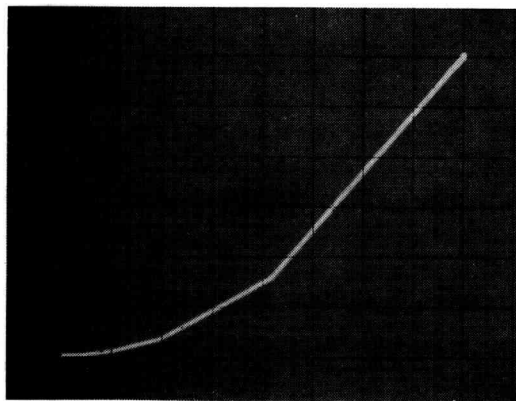


図 7 Input-output Relation for Full Input.

2) 図 9(a) および (b) は試作回路に、a) 正弦波、b) 三角波、c) 方形波、d) パルス波を入力し、その出力電圧と、入力の実効値電圧との誤差を求めた結果である。入力の実効値電圧の測定には、電流の加熱作用を原理として動作するヒューレット、パカード社の hp 4300 型電圧計を用いた。

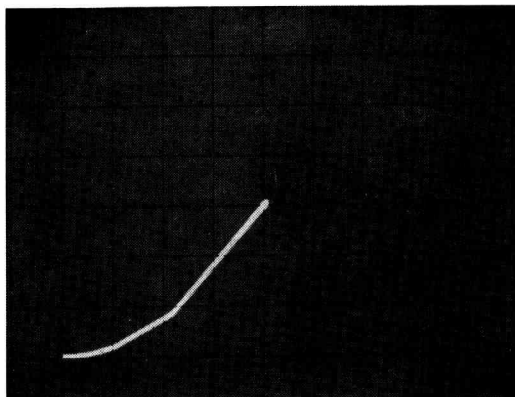


図8 Input-output Relation for Half Input.

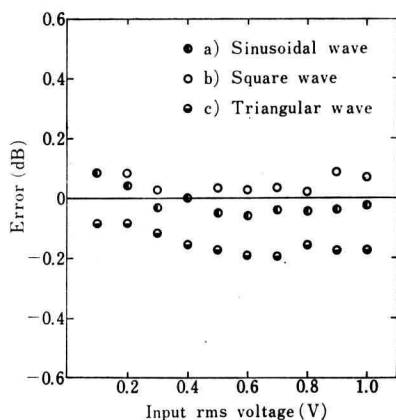


図9 (a) Measured Results for Inputs of Various Waveforms.

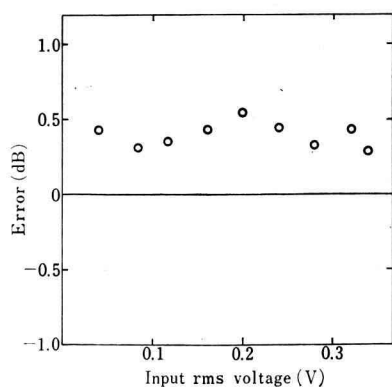


図9 (b) Measured Results for ac Pulse Input (Crest Factor 10).

各波形の波高値は、表3に示す。又、波高率が一樣な場合には、原理的に折線近似のための誤差は一定となる。正弦波において最少 17 mV で、所定の誤差 ± 1 dB をこえたが、これは演算増巾器の入力オフセット電圧などの影響と考えられる。

表3 Crest Factors for Various Waveforms.

	waveform	crest factor
a)	sinusoidal	1.414
b)	triangular	1.732
c)	square	1.0
d)	ac pulse	9.95

波高値 9.95 の交流パルス波に対して測定した結果では、入力電圧が 350 mV で、折線回路の加算回路に流入する電流が飽和した。これは、表3中の算出した抵抗値 R_1 , R_2 , R_f を変えることにより、実効値電圧を 1 V まで、測定可能になると考えられる。

3) パルス波の周期 T , パルス巾 τ とすれば、波高率は式 (10) により求まる。

$$\text{波高率} = \sqrt{\frac{T}{\tau}} - 1 \quad (10)$$

図10は試作回路に実効値 100 mV の入力パルス波の波高率を変えて、出力実効値の誤差を求めた結果である。

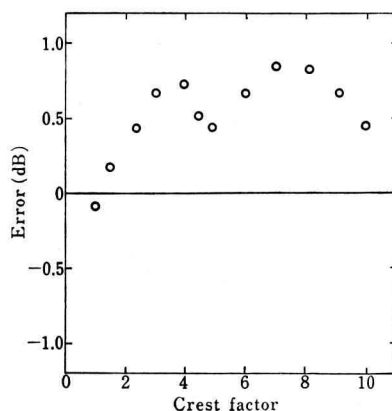


図10 Measured Results for 100 mV ac pulse.

設定した誤差内ではあるが、波高率が大きくなると波高率が低い正弦波等に比べ、誤差が大きい。

5. あ と が き

試作回路の測定結果では、当初の設計誤差、 ± 1 dB 以内で結果が得られ、パルス波などの波高率 10 までのひずみ波形においても、十分測定が可能である。しかし、周波数的には、絶対値回路、および、折線近似回路をダイオードを含む演算増巾器 (LM 301 A) で構成したため、位相補償をフィード・フォワード補正にしても、12 KHz が限界であった。又回路構成を容易にするため、誤差の巾を、波高率 1 以下に相当する値に対して、一定としたが、今後、全体の誤差を ± 0.5 dB とす

るために、各波高率に相当する許容誤差を変え、又 20 KHz で波高率 10, 1 mV を目標にする場合には、更に特性の良い、演算増巾器および改良された回路を用いる必要があると考えられる。

文 献

- 1) P. Richman and N. Walker: "A new fast computing rms-to-dc conversion", IEEE Trans Instrumentation and Measurement, Vol. IM 20, pp. 313-319, (Nov. 1971).