

# 垂直長方形管内の気泡流の流れ模様と みかけの粘度

岩 永 正 裕

## Flow-Patterns and Apparent Viscosity of Bubble-Flow Through Vertical Rectangular Pipes

Masahiro IWANAGA

### Abstract

In this paper, the bubble-flow through a vertical rectangular pipe is studied by using a Laser-Doppler anemometer and micro-photographs in the range of Reynolds number 0.3-2.5.

It is found that the value of the apparent viscosity of the bubble-flow is approximately equal to that of the liquid-phase, which differs from the theoretical results by G.I. Taylor and others. The velocity distribution of the bubble-flow in the plane perpendicular to the flow direction is found to be flatter than that of a laminar single-phase flow. The distribution of the bubbles in that plane is uniform at the entrance of the pipe but the breadth of the distribution of bubbles becomes narrower downstream. It is also observed that the bubbles are deformed by the shear.

At last we discussed the cause of the difference between the theoretical value of the apparent viscosity and the experimental data on the basis of the flow-pattern.

### 1. ま え が き

低レイノルズ数における気液二相流の実験的研究は高レイノルズ数のそれに較べて数が少なく、流れ模様と圧力損失（見掛けの粘度）の関係を明らかにしたものはほとんどない。油圧回路において発生するエアレーションが器機等に及ぼす影響を知るために、また G. I. Taylor をはじめとして気泡流の見掛けの粘度に関する理論的研究<sup>2),3)</sup>がいくつかあるが、それらを実験的に検証するためにも低レイノルズ数における気泡流の特性を知る必要がある。

そこで本研究では小さな気泡を含む作動油を相当直径約 1.2 mm の長方形管路に流し、管路に設けた十数本の圧力ピックアップを用いて流れ方向の圧力の変化を調べて各点の見掛けの粘度を求める。同時にレーザー・ドップラ流速計と瞬間顕微鏡写真撮影を用いて管路断面の速度

分布と粒子濃度分布を計測し流れ模様を調べる。これらを総合して流れ模様と見掛けの粘度の関係を考察する。

### 2. 主 な 記 号

- $A$  : 管路の断面積  
 $a$  : 管路断面の長辺の長さ  
 $b$  : 管路断面の短辺の長さ  
 $D$  : 相当直径  
 $L$  : 圧力端子間の距離  
 $N$  : 粒子濃度。単位長さ当りの粒子数  
 $\left[ \frac{1}{\text{cm}} \right]$   
 $p_0$  : 大気圧  
 $p$  : 管路各断面の圧力  
 $\Delta p$  : 単相流の圧力損失  
 $\Delta p_{bf}$  : 気泡流の圧力損失  
 $(\Delta p)_{\text{ratio}}$  : 圧力損失比  
 $Q_{\text{air}}$  : 大気圧下の気相流量

- $Q_{air}$  : 流路各断面の気相流量
- $Q_{oall}$  : 大気圧下の気泡流の全流量
- $Q_{all}$  : 流路各断面における気泡流の全流量
- $Q_{oil}$  : 油の流量
- $Re$  : レイノルズ数
- $U$  : 単相流の平均流速
- $U_{oil}$  : 気泡流中の油の平均流速 ( $=Q_{oil}/A$ )
- $\bar{U}$  : 流路各断面における気泡流の平均流速 ( $=Q_{oall}/A$ )
- $u$  : 管断面の各点の速度
- $x$  : 流路断面の短辺方向の座標
- $y$  : 流路断面の長辺方向の座標
- $z$  : 流れ方向の座標
- $Z$  : 流路入口からの距離
- $\alpha$  : 局所的体積濃度
- $\bar{\alpha}$  : 気泡体積濃度 ( $=Q_{air}/Q_{all}$ )
- $\delta$  : 気泡分布限界幅
- $\varepsilon$  : 流路断面の縦横比 ( $=b/a$ )
- $\lambda$  : 管摩擦係数
- $\mu$  : 液相の粘度
- $\bar{\mu}$  : 見掛けの粘度
- $\bar{\mu}_0$  : 局所の見掛けの粘度

3. 実験装置ならびに方法

3.1 流路

図1に実験装置の概略を示す。  
 供試流路は断面が1.2mm×1.4mmの長方形で長さが800mmの亚克力製であり、入口と出口に二本の熱電

対と等間隔に15本の圧力ピックアップを設けた。流路は水平方向には1/1000mm、垂直方向には1mmの精度で移動できる台の上に垂直に設置した。

3.2 気泡流の作成

圧力容器(250リットル)中でISO32のタービン油に空気を混入した後数気圧まで加圧し、1時間以上放置して空気を十分に油の中に溶解させる。これを圧力容器からオリフィスを通して急激な減圧と剪断を加えて流出させると、ヘンリーの法則により過飽和の空気が小さな気泡となって析出する。この様にして得られる気泡の径は0.03mmから0.15mmであった。

3.3 流量測定

流路出口で大気中に放出される気泡流をメスシリンダに受けて、気泡が分離して大気に開放されるのを待って残留する油の量を計ることにより気泡流中の油の流量 $Q_{oil}$ を求めた。次に密閉容器(図1参照)に気泡流を導き、容器から排除される空気量を水中で計測することにより気泡流の全流量 $Q_{oall}$ を求めた。 $Q_{oall}$ から $Q_{oil}$ を差引いたものが大気圧における気相流量 $Q_{air}$ となる。

3.4 速度分布と粒子濃度分布の測定

レーザ・ドップラ流速計を用いて流路断面の速度分布と粒子濃度分布を測定した。測定は次の様に行なった(図1参照)。

1) フォトマルの信号をハイパスフィルタを介してレーザ・ドップラ信号処理器に入れて速度の値を計測し、速度の信号処理時に発生するパルスを濃度処理器に入力する。

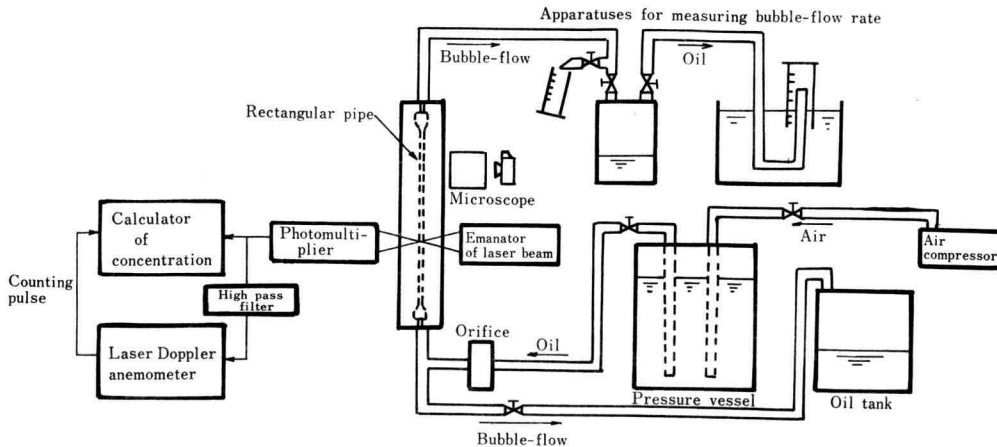


Fig. 1. Apparatuses.

2) 濃度処理器は、フォトマルの原信号が変動しかつ上記の速度処理のパルスが入力された時に一個の粒子がレーザ・ドップラ流速計の測定体積中を通過したと判定しカウントする。これはフォトマル信号は粒子が測定体積外を通過しても変動し、流速計は気泡以外の小さな粒子に対しても速度の信号処理を行なうからである。

3) この様にして求めた測定体積中を単位時間に通過する粒子の個数を速度で割れば単位長さ当りに存在する粒子の個数—粒子濃度—を求めることができる。

なお本方法を検定するために、直径約 0.1mm のガラス球を付着させた円板を回転してその速度と粒子濃度を測定したところ、それらはそれぞれ回転数より求めた速度と顕微鏡で調べた粒子濃度にはほぼ一致した。

### 3.5 圧力と温度の計測

流路に設けられた 15 本の圧力ピックアップと 2 本の熱電対で圧力と温度を測定した。圧力測定においては精度向上のために実験の前後に毎回ピックアップの検定を行なった。

### 3.6 瞬間顕微鏡写真

ストロボを用いて流動中の気泡流を瞬間的に顕微鏡写真に撮って気泡の分布状態や気泡の変形等を調べることができた。倍率は 15 倍であった。

## 4. 実験結果

### 4.1 整理方法

気泡は流路中で圧力が降下するに従って膨張するので、各断面の気相流量  $Q_{air}$  は大気圧を  $p_0$ 、その断面の圧力を  $p$  とすると次式で与えられる。

$$Q_{air} = Q_{air} p_0/p \quad (1)$$

ここで  $Q_{air}$  は 3.3 で述べた大気圧下の気相流量であり、気泡はボイルの法則に従って膨張するとした。流路断面の平均流速を求めるにあたって、気泡流に含まれる油だけが流れた場合の平均流速  $U_{oil}$  と気泡流全体の平均流速  $\bar{U}$  を次式の様に定義した。但し  $A$  は断面積。

$$U_{oil} = Q_{oil}/A \quad (2)$$

$$\bar{U} = U_{oil} + Q_{air}/A \quad (3)$$

気泡体積濃度  $\alpha$  は次式で求めた。

$$\alpha = Q_{air}/Q_{all} \quad (4)$$

単相流の場合圧力損失  $\Delta p$  は相隣る圧力ピックアップで計測した圧力の差であり、ピックアップの間隔を  $L$  とすると次式で整理される。

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho U^2}{2} \quad (5)$$

ここに  $\lambda$  は管摩擦係数、 $D$  は相当直径、 $\rho$  は密度、 $U$  は平均流速である。

断面の長辺、短辺の長さを  $a, b$ 、粘度を  $\mu$  とすると、相当直径  $D$  とレイノルズ数  $Re$  は次式で与えられる。

$$D = 2ab/(a+b) \quad (6)$$

$$Re = \rho U D/\mu \quad (7)$$

管摩擦係数  $\lambda$  は

$$\lambda = C/Re \quad (8)$$

$C$  は断面形状により変化する係数で断面の短辺と長辺の比を  $\varepsilon (=b/a)$  とすると次式で与えられる<sup>1)</sup>。

$$C = \frac{96}{(1+\varepsilon)^2 \left\{ 1 - \frac{192}{\pi^5} \varepsilon \left( \tanh \frac{\pi}{2\varepsilon} + \frac{1}{3^5} \tanh \frac{3\pi}{2\varepsilon} + \dots \right) \right\}} \quad (9)$$

粘度  $\mu$  について (5), (7), (8) 式を解くと次式となる。

$$\mu = (2\Delta p D^3)/(C L U) \quad (10)$$

気泡流について見掛けの粘度  $\bar{\mu}$  を求めるにあたって (10) 式を流用する。この時の変更点は  $U$  の代わりに  $U_{all}$  を用いるだけである。なお気泡流における圧力損失を  $\Delta p_{bf}$  と記した。

$$\bar{\mu} = 2\Delta p_{bf} D^3/(C L U_{all}) \quad (11)$$

したがって気泡流の見掛けの粘度と液相の粘度の比は次式で与えられる。

$$\bar{\mu}/\mu = \Delta p_{bf} U/( \Delta p \bar{U}) \quad (12)$$

これは気泡流の圧力損失と、同流量の単相流の圧力損失との比を表わしている。

次に気泡流の圧力損失と、気泡流中の油と同流量の単相流が流れた場合の圧力損失の比 ( $\Delta p$ ) ratio は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} (\Delta p) \text{ ratio} &= \Delta p_{bf} U/( \Delta p U_{oil}) \\ &= \frac{\bar{\mu}}{\mu (1-\alpha)} \end{aligned} \quad (13)$$

実験に際しては、気泡流とほぼ同じ圧力損失の単相流を実際に流して、(12), (13) 式の見掛けの粘度比および圧力損失比 ( $\Delta p$ ) ratio の形で整理した。これは流路形状の微妙な不均一や圧力ピックアップの特性の変化の影響を最小限に抑えるためである。

気泡流のレイノルズ数は代表速度として  $U_{oil}$  を用い、密度と粘度には油の物性値を用いた。

$$Re = \rho U_{oil} D/\mu \quad (14)$$

### 4.2 圧力損失結果

レイノルズ数が 2.15 の場合の圧力損失に関する実験結果を図 2 に示す。横軸は入口からの距離で、縦軸は圧力損失比と見掛けの粘度比をとった。気泡体積濃度は流

路中で7.3%から16.4%まで増加し、それにもなって圧力損失比も増加して1以上の値をとっている。これは気泡流の圧力損失はその中に含まれる油だけが流れた場合の圧力損失よりも大きいことを示している。見掛け

の粘度比は0.9から1.0の間の値をとり、上流で少し減少するが、中流下流では増加する傾向が見られる。

図3～図7は見掛けの粘度比の流れ方向の変化を示したもので、図中のレイノルズ数範囲のデータを集めた。

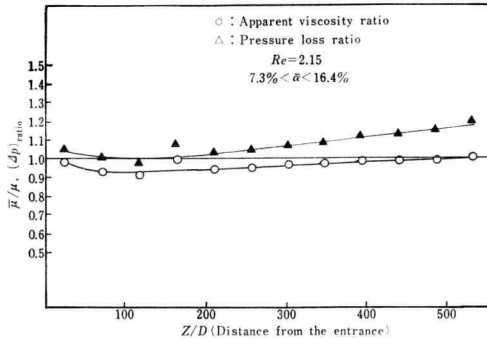


Fig. 2. Apparent viscosity ratio and pressure loss ratio.

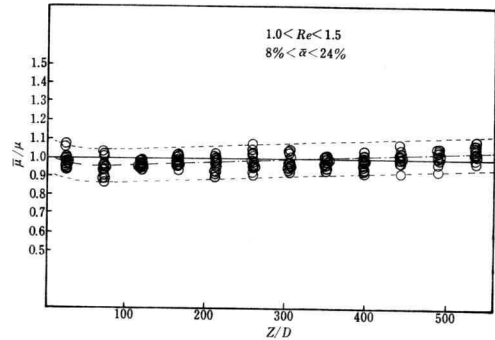


Fig. 5. Apparent viscosity ratio in the range of Reynolds number 1.0-1.5.

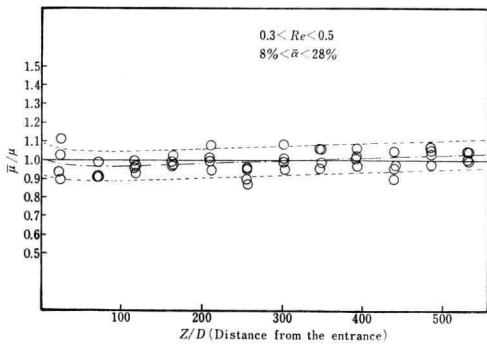


Fig. 3. Apparent viscosity ratio in the range of Reynolds number 0.3-0.5.

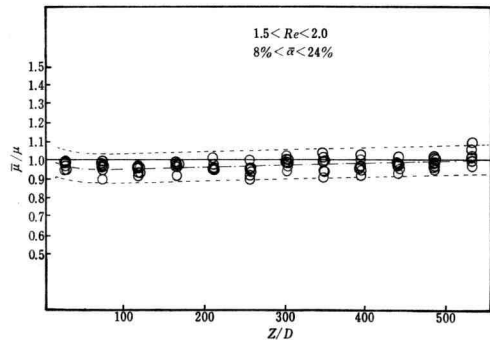


Fig. 6. Apparent viscosity ratio in the range of Reynolds number 1.5-2.0.

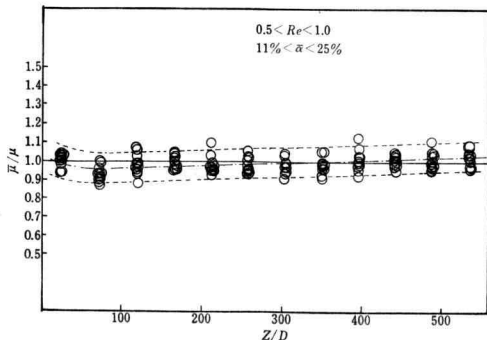


Fig. 4. Apparent viscosity ratio in the range of Reynolds number 0.5-1.0.

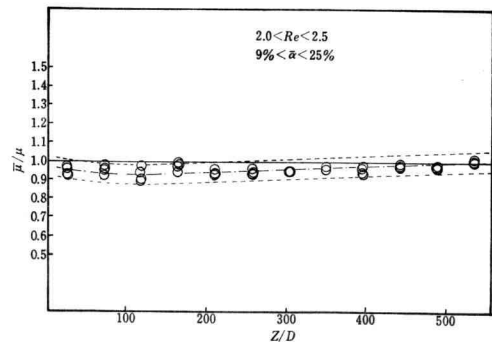


Fig. 7. Apparent viscosity ratio in the range of Reynolds number 2.0-2.5.

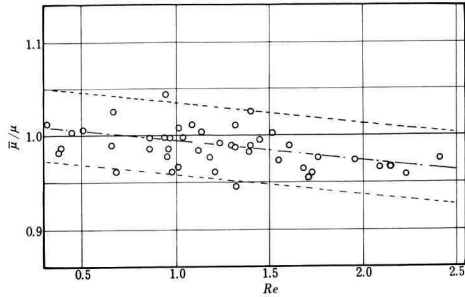


Fig. 8. Relation between apparent viscosity ratio and Reynolds number.

見掛けの粘度比は 0.9 から 1.1 の範囲にばらついているが、入口より 100D 付近までは減少しその後ゆるやかに増加する傾向がある。

図 8 は縦軸に流路全域の圧力損失比の平均値をとり横軸にレイノルズ数をとったもので、見掛けの粘度比の平均値は 0.95 から 1.05 の範囲に分布しており、レイノルズ数が大きくなる程小さくなる傾向が見られた。

#### 4.3 流れ模様の写真

図 9 にレイノルズ数が 2.15 の場合の流れ模様の顕微鏡写真撮影結果を示す。入口付近では気泡はほぼ一様に分布しているが、徐々に中央に集まり、下流で再び分布幅が増大することがわかる。壁面近傍の粒子は剪断によ

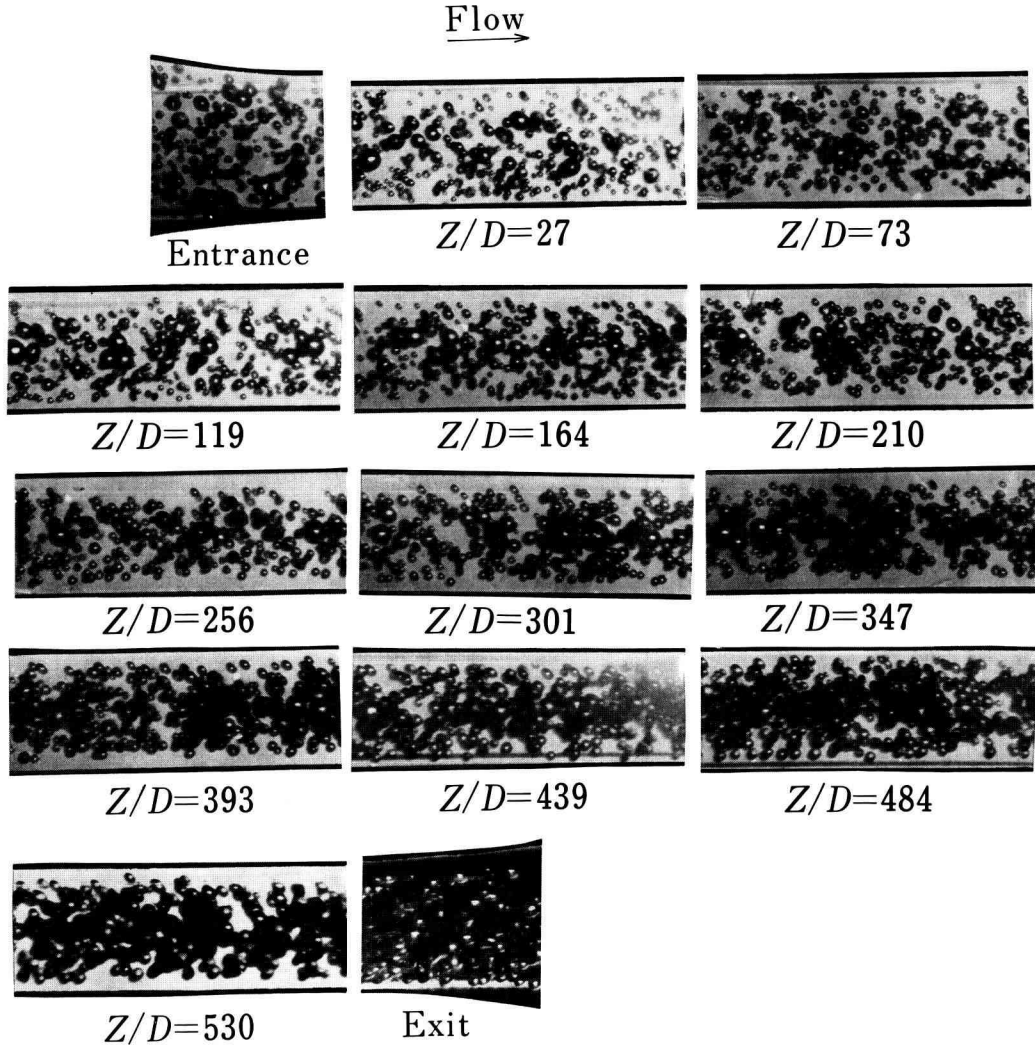


Fig. 9. Microphotographs of bubble-flow.

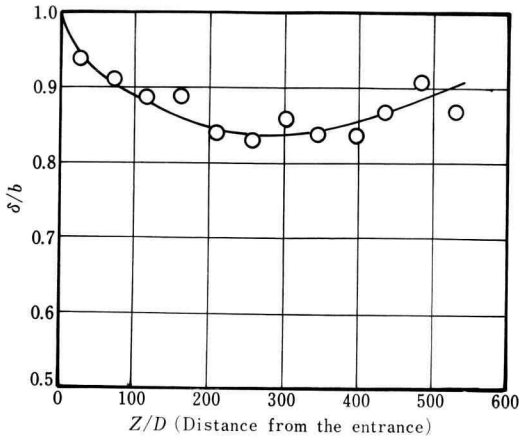


Fig. 10. Width of bubble distribution.

り変形しており、大きな粒子ほど中央に集まる傾向がある。

図9の写真より気泡の限界分布幅をよみとり整理したものが図10であり、入口から300D付近まで分布幅は減少しその後増加することがわかる。

4.4 速度分布と粒子濃度分布

図11～図14はそれぞれ入口から27D, 164D, 393D, 530Dの断面の短辺方向の速度分布と粒子濃度分布である。速度は流量測定から求めた各断面の平均流速で無次元化した。粒子濃度は流れ方向の単位長さに存在する粒子の個数である。細線は单相層流の速度の理論値で(15)式より求めた<sup>1)</sup>。

気泡流の速度分布の方が单相流のそれに較べフラット

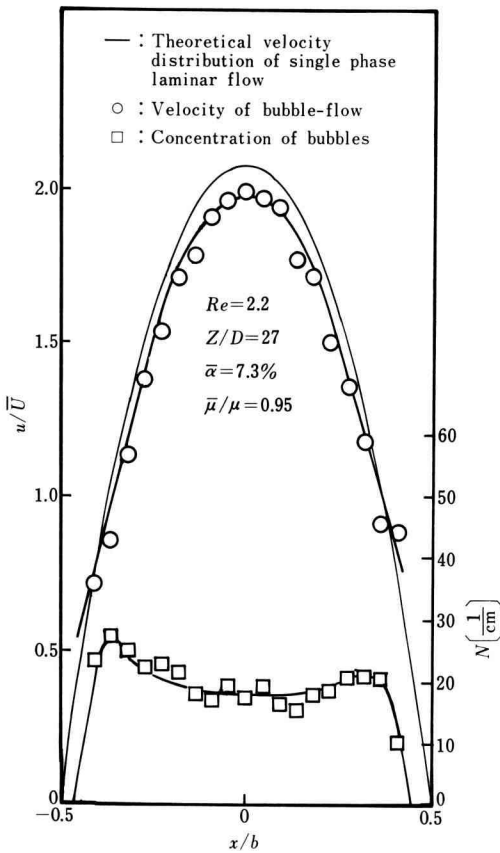


Fig. 11. Distributions of velocity and concentration.

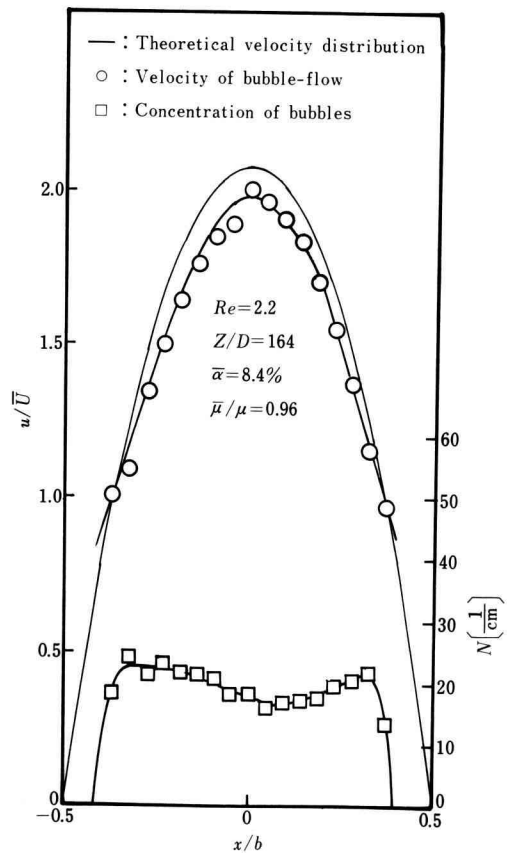


Fig. 12. Distributions of velocity and concentration.

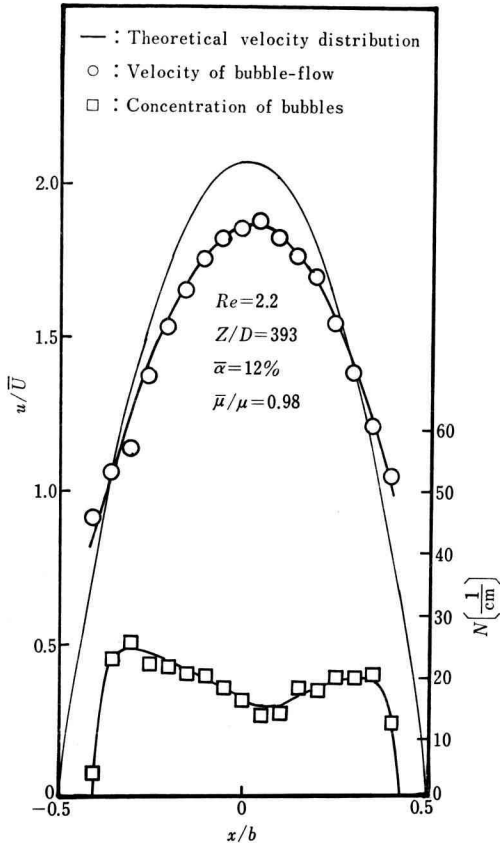


Fig. 13. Distributions of velocity and concentration.

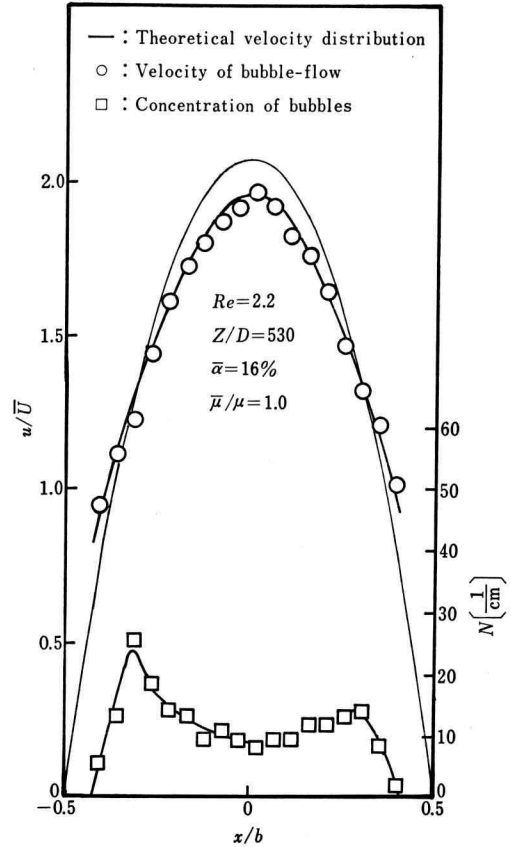


Fig. 14. Distributions of velocity and concentration.

$$\frac{u}{U} = \frac{\frac{3}{2} \left(1 - \frac{4x^2}{b^2}\right) - \frac{48}{\pi^3} \left[ \frac{\cosh \frac{\pi y}{b}}{\cosh \frac{\pi}{2\epsilon}} \cos \frac{\pi x}{b} - \frac{1}{3^3} \frac{\cosh \frac{3\pi y}{b}}{\cosh \frac{3\pi}{2\epsilon}} \cos \frac{3\pi x}{b} + \dots \right]}{\left[ 1 - \frac{192}{\pi^5} \epsilon \left\{ \tanh \frac{\pi}{2\epsilon} + \frac{1}{3^5} \tanh \frac{3\pi}{2\epsilon} + \dots \right\} \right]} \quad (15)$$

であることがわかる。粒子濃度分布は中央部が凹んだ形状となっており、下流に行くほどその凹みが大きくなり、粒子分布幅は写真で求めた限界粒子分布幅とはほぼ一致する。

### 5. 考 察

気泡流の見掛けの粘度に関する理論的研究は G. I. Taylor のものをはじめとしていくつかあるが、体積濃度  $\alpha$  の気泡が混入すると見掛けの粘度比は (16), (17) 式のよりに 1 よりも大きくなるという結果が得られている<sup>2)3)</sup>。

$$\frac{\bar{\mu}_0}{\mu} = 1 + \alpha \quad (16)$$

$$\frac{\bar{\mu}_0}{\mu} = 1 / (1 - \alpha) \quad (17)$$

ところが本研究の実験結果によれば見掛けの粘度比は 1 前後の値でばらつき 1 以下になる場合も多く、必ずしも気泡の体積濃度とともに増加するという単純な関係は得られなかった。

そこで理論導出にあたっての仮定と実験条件を比較しその相違点を明らかにすると下記のとおりである。上記

理論は次の仮定のもとに導かれている。

- A) 体積濃度が小さく気泡まわりの攪乱流れの相互干渉が省略できる。
  - B) 速度勾配が小さく気泡はほとんど球形を保つ。
  - C) レイノルズ数が小さく慣性項を省略できる。
  - D) 気泡の分布は一様である (G. I. Taylor (16) 式)。
- 実験条件はそれに対して次の様に異なっている。

- a) 気泡体積濃度は比較的大きく 8% から 28% までで、粒子間の相互干渉は必ずしも省略できない。
- b) 速度勾配が大きくなり気泡が剪断により変形していることが観察された。
- c) レイノルズ数は 0.3 から 2.5 までである。
- d) 気泡の分布は一様ではなく壁面近傍には気泡が存在しない。

これらの相違点を吟味していくと A) の体積濃度の点では、固液二相流に関して粒子の相互干渉について理論的に考察したものがいくつかあり、干渉により見掛けの粘度が増加する傾向を示唆していることから実験と理論との相違を説明することは困難である。C) のレイノルズ数については、レイノルズ数の代表長さを実験整理上管径にとってあるので気泡まわりの流れ場に関してはもっと小さくなり、慣性項の影響と結論づけることは必ずしもできない。

D) の気泡の分布が一様ではなく中央部に集まる現象は見掛けの粘度に大きく影響を与えられと考えられる。そこで気泡の分布が非一様な混相流れ場に適用できる局所見掛けの粘度の式 (17) 式<sup>9)</sup>を用いて最も単純な平行平板間の流れについて運動方程式

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{\mu}_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (18)$$

を積分すると図 15 のような速度分布となる。但し体積濃度分布を同図に示すように壁面近傍には気泡は存在せず中央部でフラットなものと仮定した。図の薄線は単相流の速度分布であり濃線が (18) 式の解である。この時気泡体積濃度は 19.5% で見掛けの粘度比は 1.16 となって (16) 式で算出される値よりも小さくなりうるということがわかる。

しかし見掛けの粘度比が 1 以下となるような値は求めることができない。そこで条件 B) の気泡が変形しないという条件のもとで (16), (17) 式は求められたものであり気泡が図 9 のように大きく変形している場合には見掛けの粘度比が 1 以下になりうるという仮説を設ける。最も粗いモデルとして壁面近傍の気泡が大きく変形している領域では見掛けの粘度比は  $1-\alpha$ 、中央部の気泡の変形が小さい領域では (17) 式の見掛けの粘度比に従うとして方程式 (18) を解くと、図 16 のようになり見掛けの粘度比が 1 以下になる。速度分布も実験で求められた速度分布と形状がほぼ一致することがわかる。この様な仮説により従来理論的研究結果と本実験結果を矛盾なく説明することができる。

実験結果に基づく他の可能性を調べるために気泡が存在すれば見掛けの粘度比がすべての領域で 1 以下 ( $1-\alpha$ ) になると仮定すれば、速度分布は単相流のそれと較べて最大値が大きくなり実験結果と矛盾する (図 17)。次に中央部で見掛けの粘度比が 1 より小さく ( $1-\alpha$ ) 壁面近傍で 1 より大きい ( $1/(1-\alpha)$ ) と仮定すると速度分布は同様

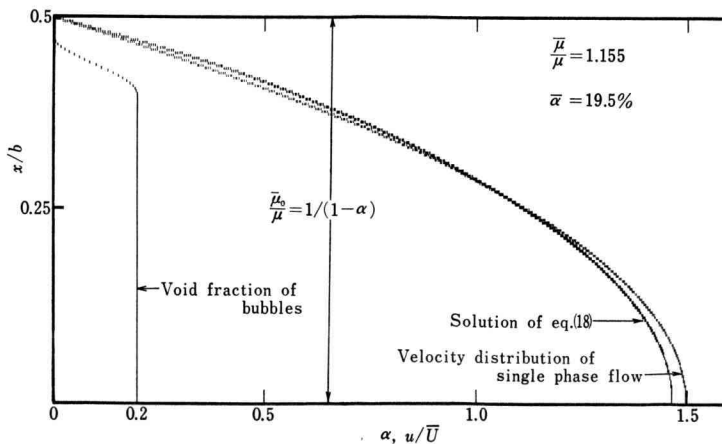


Fig. 15. Calculated velocity distribution and apparent viscosity ratio.



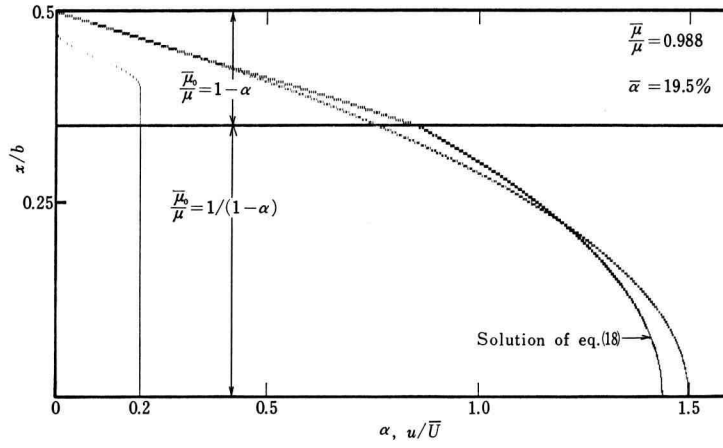


Fig. 16. Calculated velocity distribution and apparent viscosity ratio.

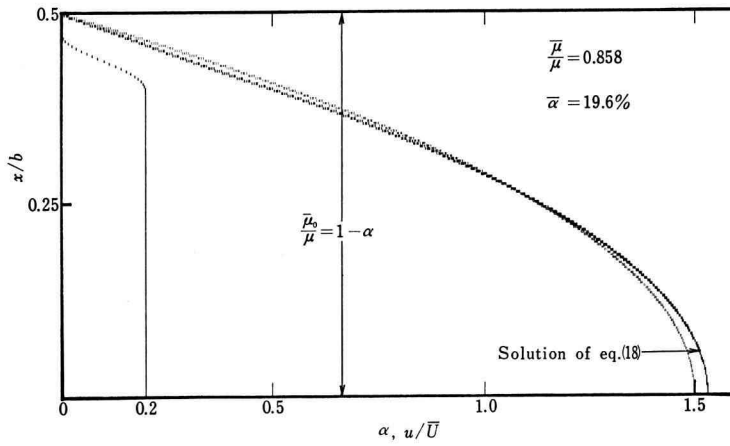


Fig. 17. Calculated velocity distribution and apparent viscosity ratio.

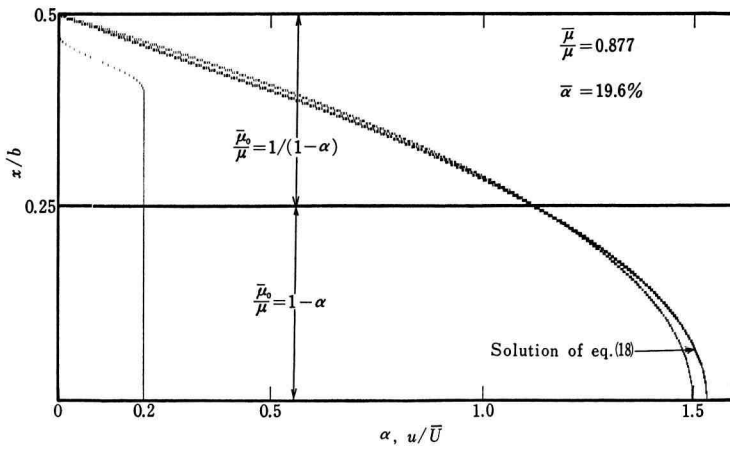


Fig. 18. Calculated velocity distribution and apparent viscosity ratio.

に実験結果と矛盾する(図18)。また体積濃度に関係なく見掛けの粘度比が1以下になると仮定すると速度分布は单相流と一致し実験結果とやはり矛盾する。

すなわち実験結果(見掛けの粘度比と速度分布)と従来の理論結果を矛盾なく説明するためには、

気泡の変形が小さい管の中央部では見掛けの粘度は従来の理論結果とはほぼ一致し、気泡の変形の大きい壁面近傍では見掛けの粘度比は1より小さくなるという仮説を設ける必要があると考える。

## 6. 結 言

長方形管路に気泡流を流して管路全域の見掛けの粘度比と流れ模様を調べた結果次のことが明らかとなった。

(1) 従来の理論研究では体積濃度が大きくなるに従い見掛けの粘度比が1より大きくなるという結果がえられているが、本実験結果では見掛けの粘度比は0.9から1.1の間に分布することがわかった。

(2) 壁面近傍の気泡は剪断によりかなり変形していることが観察された。

(3) 気泡の分布は一様ではなく流路中央部に集まり壁面近傍には気泡が存在しなくなる。

見掛けの粘度に関する従来の理論結果と本実験結果の矛盾は下記の仮説を設けることにより解消することがわかった。

(仮説) 壁面近傍の気泡が大きく変形する領域では見掛けの粘度比は1以下となり、中央部の気泡の変形が小さい領域では従来の理論結果がそのまま成り立ち見掛けの粘度比は1以上となる。

## 7. 謝 辞

本研究は幾徳工業大学4年次の卒業研究として行なわれたもので、下記の諸君の協力を得た。ここに謝意を表します。

神山聖寿, 炭田年一, 肥留川 守, 中川勝之, 築島文明, 滝沢由紀夫, 土井良之, 波田一輝, 平塚哲夫, 横地裕幸, 平木誠二, 野原 渉, 深井秀一, 廣木常道, 青谷晃夫, 山岸晴雄, 藤井大助, 浜田良夫

本研究の実験装置の大半は幾徳工業大学機械工場で作したもので、ここに同工場に対し謝意を表します。

## 文 献

- 1) 管路ダクトの流体抵抗・日本機械学会(1979), 39.
- 2) Taylor, G.I., Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, 138-834 (1932-10), 41.
- ) 岩永正裕・石原智男, 日本機械学会論文集45巻399号(1979-11), 1622.