

膨脹形消音器の特性

——高周波数域の差分法による検討——

藤本茂夫

Study on Acoustic Transmission Loss of
Expansion-chamber Mufflers at High Frequency
Range by Finite Difference Analysis

Shigeo FUJIMOTO

Abstract

This paper deals with the analysis of the acoustic transmission loss (TL) of the several expansion-chamber mufflers in the high frequency region on the basis of the numerical calculations. The calculation used in analysis is based on the two-dimensional finite difference method. And the purpose of this analysis is to investigate systematically the effect of the transverse vibrational mode (direction y) of sound wave in the muffler cavity to the transmission loss of mufflers.

In case of type A muffler (Fig. 6), TL response calculated by the two-dimensional method (2 dim.) is approximately similar to those by the one-dimensional method (1 dim.) within the frequency region of the 2nd y -mode $[0, 2]$. But in case of the other type mufflers except type A, the values of $TL=0$ present at the x and y modal frequencies over the 1st y -mode of $[0, 1]$. Consequently, in such high frequency region the responses of TL show violent variation in comparison with those of the one-dimensional analysis.

1. ま え が き

消音器の音響減衰量については、古くから4端子回路網理論を適用した1次元波動理論による解析が行なわれており¹⁾²⁾³⁾、ほぼ究明が終った観がある。しかし実際の消音器では高周波数域における管軸に直角方向の波動成分の影響と、同じく主として高周波数域における高速気流騒音の発生の影響の2つの要因のために、消音効果が1次元波動理論の計算値と大きく異なることが指摘されている。

消音器内の気流騒音については、消音器構造と発生騒音の関係について基礎的研究が行なわれて来ている⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾。一方純音響の減衰量は、その波長が消音器断面寸法より小さくなる高周波数域では、1次元理論が適用できなくなり、この領域での解析には立体音場としての検討が必要となる。この問題に対しては特定した

消音器についての波動理論解析や⁸⁾、有限要素法によるそう入損失の解析手法⁹⁾が発表されている。しかし消音器の入口・出口管の取付位置・形状と音響減衰量との関係、とくにこの高周波数域における音響透過損失の問題について系統的に検討された報告は少ない。

本報告は基本的な膨脹形消音器要素を対象として、これら高周波数域での音響減衰量を、差分法¹⁰⁾¹¹⁾による2次元波動音場の計算解から求め、これを従来の1次元波動理論解と比較検討し、その相違点を明らかにしたものである。これにより高周波数域での純音響特性がより明確となり、ひいては気流騒音の解明の際にも有力な基礎情報を与えることになる。なお解析は消音器内の音場の大きさ、入口・出口管部の位置に対する1次元波動理論値との相違を比較することを目的としたため、入口・出口管長の影響が入らない両端無反射の条件を満足し、入出力エネルギーの比に相当する透過損失¹²⁾¹⁴⁾ (Transmission Loss; TL) について検討を進める。また消音器内の音場は3次元であ

るが、レスポンス曲線の単純明確化、プログラムの容易さの点から差分法による平面2次元音場を対象として解析した。1次元理論との比較の点からは、2次元理論によっても基本的な軸直角方向振動モードによる影響などの問題点は十分把握できると考えられる。

2. 波動方程式の差分表示

2.1 定常振動の差分式

2次元 x y 平面上の定常振動方程式は、音圧 $p = Pe^{j\omega t}$ に対して

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + k^2 P = 0 \dots\dots\dots(1)$$

と表わされる。ここで P : 音圧振幅

$k = \omega/c$: 位相定数

ω : 角周波数

c : 音速

である。ここで媒質空気粒子速度(振動速度)を $u = Ue^{j\omega t}$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= -j\rho\omega U_x = -j\rho ck U_x \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= -j\rho\omega U_y = -j\rho ck U_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

と表わされる。ここで U_x, U_y は x, y 方向の振動速度振幅、 ρ は空気密度、 $j = \sqrt{-1}$ である。

いま寸法 $l_x \times l_y$ の平面上の長方形音場(消音器空洞部)を図1のようにそれぞれ M, N 分割すれば、各分割片は $\Delta x \times \Delta y$ の網目格子となり、

$$\Delta x = l_x/M = g, \quad \Delta y = l_y/N = h$$

また各分割網目格子の座標位置は

$$x \text{ 方向 } j = 1, 2, 3, \dots, M$$

$$y \text{ 方向 } i = 1, 2, 3, \dots, N$$

となる。いま

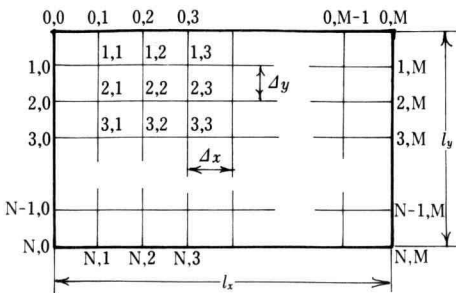


Fig.1 Finite-difference grid of acoustic field of muffler cavity

$$\left. \begin{aligned} r &= l_y/l_x \\ R &= (\Delta y/\Delta x)^2 = (r \times M/N)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

とすると、任意の格子点 (i, j) に対する(1)式の5点差分式(精度 $O(g^2)$)は

$$P_{i-1, j} + [R, K, R] \begin{bmatrix} P_{i, j-1} \\ P_{i, j} \\ P_{i, j+1} \end{bmatrix} + P_{i+1, j} = 0 \dots\dots(4)$$

と表わされる。ここで

$$K = Rk^2g^2 - 2(1+R) \dots\dots\dots(5)$$

であり、 K は無次元化した対象周波数を表わす。なお R は x, y 方向の精度を合致させるためには $R=1$ が望ましい。

2.2 境界条件式

入力端(入口管)は定音圧源、定速度源の種別に応じて入力振幅 P_0 または U_0 を、対応する境界格子位置に与える(占有分割格子数は入口管径によって1個とは限らない)。

また出力端(出口管)は開放端の場合 $P_i = 0$ 、剛壁端の場合振動速度 $U_i = 0$ となる。

その他の入口・出口管部以外の部分は、剛壁端と考え、 $U_n = 0$ (n : 境界の法線方向)とする。いずれにせよ境界条件は音圧 P_B で与えるか(第1種)、 $\frac{\partial p}{\partial n} = -j\rho ck U_B$ の関係から振動速度 U_B で与える(第2種)ことになる。

2.2.1 第1種境界値 P_B の場合 この場合は境界端の格子位置 $P_{0, j}; P_{N, j}; P_{i, 0}$ または $P_{i, M}$ のうちの該当位置の値を P_B とすればよい。

2.2.2 第2種境界値 U_B の場合 境界の法線方向を n とするとき

$$\left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)_k = -j\rho ck U_n = -A_B$$

として、差分の1次近似は

$$\left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)_k \approx \mp (P_k - P_{k\pm 1})/\Delta n = -A_B \dots\dots\dots(6)$$

精度は $O(\Delta n)$ となる。ここで精度を(4)式の差分と対応させるために、2近似式を採用すると

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P}{\partial n}\right)_k &\approx \left(\frac{\Delta P}{\Delta n}\right) - \frac{\Delta n}{2} \left(\frac{\Delta^2 P}{\Delta n^2}\right) \\ &= \mp (3P_k - 4P_{k\pm 1} + P_{k\pm 2}) / (2\Delta n) \\ &= -A_B \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

となり、3点近似式表示となる。

結局対象とする境界位置の音圧 P_k は前(後)進差分

について, 1次近似の場合

$$P_k = P_{k\pm 1} \pm (\Delta n) A_B \dots\dots\dots(8)$$

また 2次近似の場合¹²⁾

$$P_k = \frac{4}{3} P_{k\pm 1} - \frac{1}{3} P_{k\pm 2} \pm \frac{2}{3} (\Delta n) A_B \dots\dots\dots(9)$$

となる。上式で±の符号は前進差分の場合(上辺端 $k=0$, 左辺端 $k=0$)は上側を, 後進差分(下辺端 $k=N$, 右辺端 $k=M$)は下側をとる。

2.3 系全体の振動方程式

音場全体の音圧 P_{ij} に関する振動方程式は(4)式に, 前項の境界条件の各項を組合わせて, $i, j=1, 1$ から $i, j=N-1, M-1$ までの全格子点についての差分式を連立させて求められる。すなわち次のようである。

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ & A_3 & B_3 & C_3 \\ & & A_4 & B_4 & C_4 \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & A_{N-2} & B_{N-2} & C_{N-2} \\ & & & & & A_{N-1} & B_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \vdots \\ P_{N-2} \\ P_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ \vdots \\ D_{N-2} \\ D_{N-1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

である。

ここで P_i は音場内格子点の各行の音圧振幅, D_i は境界条件を表示する項 ($i=1 \sim N-1$) で, とともに $(M-1)$ 列のベクトルである。

そして

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{i, 1} \\ P_{i, 2} \\ P_{i, 3} \\ \vdots \\ P_{i, M-1} \end{bmatrix} \quad (i=1 \sim N-1) \dots\dots\dots(11)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \begin{bmatrix} d_{0, 1} + e_{1, 0} \\ d_{0, 2} \\ d_{0, 3} \\ \vdots \\ d_{0, M-2} \\ d_{0, M-1} + e_{1, M} \end{bmatrix} \quad \text{(上辺)} \\ D_i &= \begin{bmatrix} e_{i, 0} \quad \text{(左辺)} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ e_{i, M} \quad \text{(右辺)} \end{bmatrix} \quad (i=2 \sim N-2) \\ D_{N-1} &= \begin{bmatrix} d_{N, 1} + e_{N-1, 0} \\ d_{N, 2} \\ d_{N, 3} \\ \vdots \\ d_{N, M-2} \\ d_{N, M-1} + e_{N-1, M} \end{bmatrix} \quad \text{(下辺)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

であり, d_{ij}, e_{ij} の値は各境界位置の境界値 P_B, A_B により表 1 のように定められる。

また A_i, C_i は音圧 5 点差分の上下中央位置に関する $(M-1) \times (M-1)$ の対角行列で

$$A_{N-1} = \begin{bmatrix} a_1 & & & & \\ & a_2 & 0 & & \\ & & a_3 & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & a_{M-1} \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} c_1 & & & & \\ & c_2 & 0 & & \\ & & c_3 & & \\ & & & \ddots & \\ 0 & & & & c_{M-1} \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} A_{N-1} \\ C_1 \end{matrix}} \right\} A_i = C_i = I_{M-1} \quad (i=2 \sim N-2) \dots\dots\dots(13)$$

である。ここで I_{M-1} は $(M-1) \times (M-1)$ の単位行列である。また上式の a_j, c_j は

$$\left. \begin{aligned} a_j &= 1 - a_{N, j} \quad \text{(下辺)} \\ c_j &= 1 - a_{0, j} \quad \text{(上辺)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

で, この $a_{N, j}, a_{0, j}$ の値も境界条件により表 1 のように分類される。

さらに(10)式の B_i は 5 点差分の音圧 $P_{i, j}$ の中央行 3 点に関する $(M-1) \times (M-1)$ のサイズの帯行列 (3 列) であり,

2.4 消音器の透過損失の計算

断面積 S_M の消音器の入口・出口管 (断面積 S_0) の間の音圧 P と体積速度 $V = US_0$ に関する伝達行列を

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_M & B_M \\ C_M & D_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_t \\ V_t \end{bmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

とすれば (添字 0 の入口, 添字 t は出口部を表わす), 入出力管端を無反射とした場合の消音器の透過損失 TL は

$$TL = 10 \log_{10} \frac{1}{4} [|A_M + D_M|^2 + |B_M/R_0 + R_0 C_M|^2]_{dB} \dots\dots\dots (18)$$

で算出される。ここで $R_0 = \rho c / S_0$ は入口・出口管の特性インピーダンス, A_M, B_M, C_M, D_M は消音器の伝達行列の 4 端子定数である。ここで消音器の空洞部は x, y の 2 次元音場であるが, 入口・出口管部は寸法 l_0 が小さく x 軸方向の 1 次元波動のみを考慮する。

上式の 4 端子定数は定音圧入力 P_0 に対して, 出力端の境界条件を $V_t = 0$ とした場合に

$$A_M = P_0 / P_t \dots\dots\dots (19.1)$$

として求まり, また出力端の境界条件を $P_t = 0$ (開放) とした場合に

$$B_M = P_0 / V_t \dots\dots\dots (19.2)$$

として算出される。同様にして音源を定速度入力 V_0 とした場合に, 出力端を $V_t = 0$ とすれば

$$C_M = V_0 / P_t \dots\dots\dots (19.3)$$

として求められ, また出力端を $P_t = 0$ とすれば

$$D_M = V_0 / V_t \dots\dots\dots (19.4)$$

として求められる。なおこの D_M は定速度源に対する消音器のそう入損失 $IL = 10 \log_{10} |D_M|^2_{dB}$ の計算に使用される。

以上の関係を総合して, まず消音器の寸法諸元を入力し, ついで入出力端条件 (P_0, V_0, P_t, V_t のうちの 2 つ) を (10) 式に代入し, A_M, B_M, C_M, D_M のうちの 1 つを各周波数 θ_x について計算する。これを 4 行程くりかえして 4 端子定数を求め, (18) 式で各周波数 θ_x

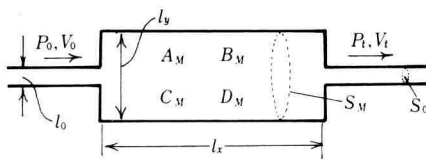


Fig. 2 Notation of typical muffler (Expansion ratio and shape ratio are defined as $m = S_M/S_0$ and $r = l_y/l_x$)

ごとの TL を計算する。(17) 式は入出力管端については x 軸方向の 1 次元 4 端子回路網式であるが, A_M, B_M, C_M, D_M は 2 次元モデルの計算結果からの入出力端部の P, V の値を基にして算出しており, この空洞部に比べて入口・出口管径は小さいので, 特性計算上の不都合はないと考えられる。

3. 計算精度の検討

3.1 直管の伝達特性

x 方向 (軸方向) 1 次元波動のみを考慮した場合の単純な音響管 (直管) の伝達行列は周知のように次式で表わされる。

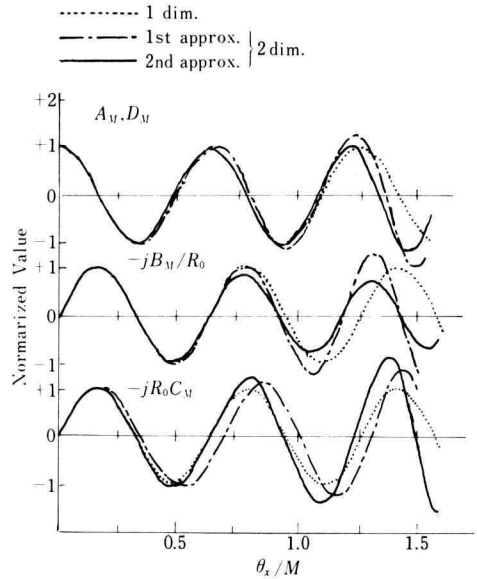


Fig. 3 Four terminal constants of acoustic transmission matrix of straight pipe (Lines of 1 dim. show results by onedimensional analysis)

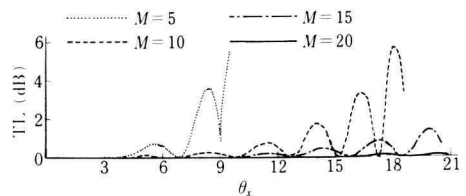


Fig. 4 TL responses of straight pipe with various divisions of M ($r = 0.05, N = 4$ const.)

$$\begin{bmatrix} A_M & B_M \\ C_M & D_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & jR_0 \sin \theta_x \\ j\frac{1}{R_0} \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \dots\dots\dots(20)$$

$\theta_x = kl_x$: x 方向位相角
 $R_0 = \rho c / S_0$: 管路特性インピーダンス

よってこの4端子定数を(18)式に代入すれば、直管の TL は 0_{dB} となる。したがって y 方向の波動を考慮しない直管の4端子定数, TL は単純な既知値になるので、ここでは直管を対象とした前節の差分法による計算を、分割数と計算値, 1次元理論値との偏差量の観点から検討してみる。

いま y 方向の波動を抑えるため、直管の管径・管長比を $r = l_y/l_x = 0.03$ とし、 x 方向の分割数 $M = 10$, y 方向分割数 $N = 4$ として算出した直管の $A_M (= D_M)$, $B_M/(jR_0)$, $-jR_0 C_M$ の計算結果を示すと図3のようになる。第2種境界条件 $\frac{\partial P_B}{\partial n}$ の1次近似式の計算結果より、2次近似値を使用した場合の方が理論値(20)式に近く、また θ_x が大きくなるほど(周波数が高くなるほど)、偏差が大きくなっている。大体 $\theta_x/M > 1$ をこえる周波数域で偏差が急増し、とくに C_M の値の偏差が大きいくことがわかる。

つぎに直管の透過損失は、 y 方向の波動を考えなければ 0_{dB} であるが、差分法計算において、 y 方向の $r = 0.1$, $N = 4$ に固定し、 x 方向の分割数 M を5~20まで変えた場合の TL のレスポンスは図4のようである(図示は第2種2次近似を採用してある)。この結果から大体 $\theta_x/M < 1$ の範囲で TL の誤差は 0.5_{dB} 以下であることが分かる。以上の結果から $k \cdot \Delta x = \theta_x/M$

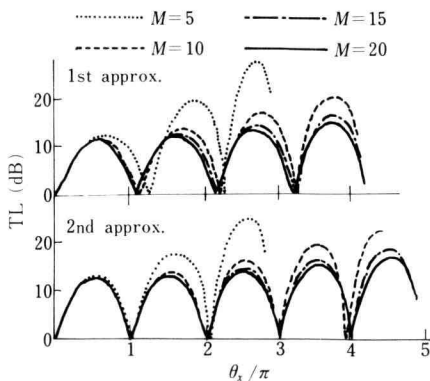


Fig. 5 TL responses of typical expansion-chamber muffler with various divisions of M ($r=0.3$, $N=m=8$ const.)

< 1 の周波数範囲で、差分法による計算値は十分に信頼できるといえる。

3.2 標準的膨脹形消音器の場合

$r = l_y/l_x = 0.3$, $N = 8$ と固定して、 x 方向の分割数 M を変えた場合の計算例を図5に示す。この図示の範囲では $r = 0.3$ のため、 $\theta_y = kl_y < 2\pi$ の1次元波動理論の適合する周波数範囲内にあるはずである。膨脹形消音器の1次元理論値は後述(21)式に示すように、 $\theta_x = (2n+1)\pi/2$ で $TL = 0$, $\theta_x = n\pi$ で極大値 $TL_{max} \doteq 20 \log_{10} (m/2)_{dB}$ となる。

図5の(a)は第2種境界条件の $\frac{\partial P}{\partial n}$ に1次近似を適用した場合で、分割数 M が少ないほどレスポンスの周波数 θ_x が高い方にずれ、また TL_{max} の値が急激に大きくなっている。これに対して2次近似を適用した(b)では、 TL の凹凸の周波数のずれがなく、 $\theta_x/M < 1$ の範囲での M の数による偏差が(a)の場合程大きくない。したがって今後の計算においては $\frac{\partial P}{\partial n}$ の差分式には(7)式の2次近似式を採用することとした。

3.3 計算桁数

演算は逆行列を含み、分割数 $M \times N$ が大きくなると計算回数が増大するので、とくに周波数 k が小さい領域で、演算桁落ちによる誤差が問題となる。試算によると、通常の6桁演算では $M \times N$ が1桁程度ならば支障はないが、 10×10 程度でもとくに θ_x が小さい領域で、異常に大きい誤差解が見られる。さらに 15×15 程度以上では θ_x の全域で支障が認められた。この点から演算はすべて倍精度16桁で実行することとした。

3.4 固有振動モード

図1のような周辺剛壁の長方形音場の規準化した固有振動数は、波長を λ として

$$x \text{ 方向について } \theta_x = kl_x = 2\pi l_x / \lambda = n_x \pi, \quad (n_x = 1, 2, 3, \dots)$$

$$y \text{ 方向について } \theta_y = kl_y = 2\pi l_y / \lambda = n_y \pi, \quad (n_y = 1, 2, 3, \dots)$$

の両成分によって与えられ、結局2次元固有値位相角 θ は、 x 方向を規準として

$$\theta_x / \pi = \sqrt{n_x^2 + (n_y/r)^2}$$

によって表わされる。本報告ではこの固有モードを $[n_x, n_y]$ で表示することとした。なお2次元差分解の

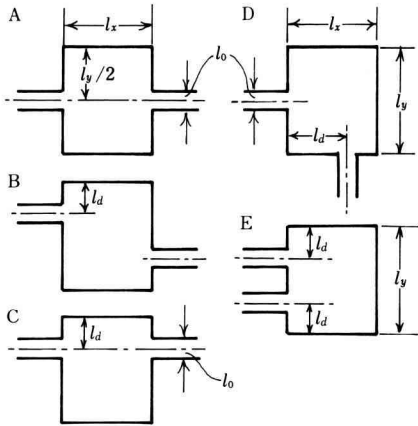


Fig. 6 Types of muffler for analyses ($\varepsilon=ld/ly$ or ld/lx)

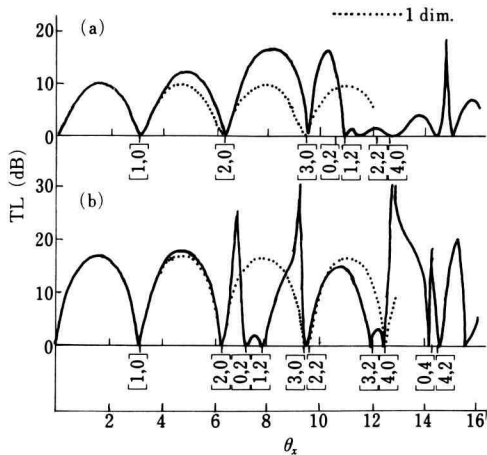


Fig. 7 Frequency responses of type A mufflers (1)
((a) $r=0.6$, $M=16$, $N=8=m$; (b) $r=0.88$, $M=16$, $N=14=m$)

図5からも $\sin \theta_x=0$ に相当する $TL=0$ が $n_x\pi$ ($n_x=1, 2, 3, \dots$) に合致しており、計算法に不都合はないといえる。

4. 計算結果および考察

計算の対象にした膨脹形消音器は、入口・出口管の取付位置、 $r=l_y/l_x$ の比の影響を検討するため、図6の5種類とした。以下この各グループごとに検討を進める。

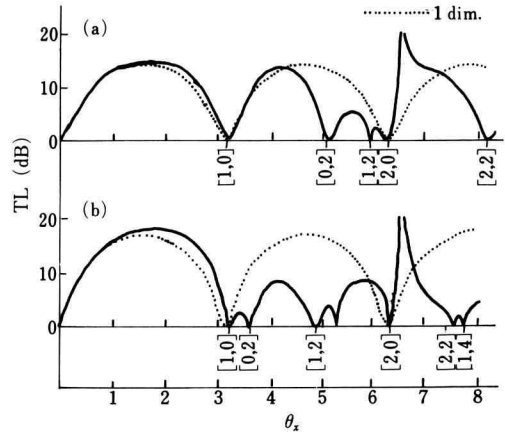


Fig. 8 Frequency responses of type A mufflers (2)
((a) $r=1.25$, $M=8$, $N=12=m$; (b) $r=1.75$, $M=8$, $N=14=m$)

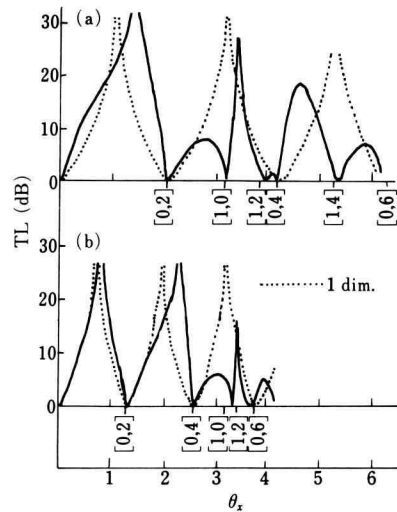


Fig. 9 Frequency responses of type A mufflers (3)
((a) $r=3$, $M=6$, $N=18=m$; (b) $r=5$, $M=4$, $N=20=m$)

4.1 A形(標準形)の場合

この形の軸方向1次元波動理論による透過損失は周知のように

$$TL = 10 \log_{10} \left[1 + \frac{1}{4} \left(m - \frac{1}{m} \right)^2 \sin^2 \theta_x \right]_{dB}$$

ただし $m = S_M/S_0$, $\theta_x = kl_x$

である。上式で $\theta_x = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ で $TL=0$, $\theta_x = (2n + 1)\pi/2$ で $TL = 10 \log_{10} \left[1 + \left(m - \frac{1}{m} \right)^2 / 4 \right]$ の極大値をとる。図7.8は各種の $r = l_y/l_x$ のA形消音器の2次元差分解を示すもので、図中の点線は(21)式の1次元解である。2次元差分解は1次元解と同様に [1, 0], [2, 0], [3, 0] などの x 方向の各次数モード ($\theta_x = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$) で $TL=0$ になる通過周波数が表われている。しかし2次元解ではこの他に y 方向の $\theta_y = kl_y = 2\pi$ に相当する [2, 0] モード周波数でも $TL=0$ が表われており、この相当周波数以上ではレスポンスが1次元解と合致しなくなっている。これは [1, 2], [2, 2], [3, 2], [0, 4] などでレスポンスの谷が表われるため、 $r = l_y/l_x$ の値が大きくなる形状の場合ほど、この領域が θ_x の低周波数域に移る。

$r = l_y/l_x$ が2より大きい扁平形の消音器では、[0, 2] モード周波数が、[1, 0] モード周波数より低くなるため、膨脹形特有の円弧形のレスポンスが消失する。このように r が大きくなると、消音器の特性は1次元的に考えても、入出口管の途中に y 方向の分岐管をもつサイドブランチ形の音響管系と考えた方が合理的となり、その場合は(21)式の代りに

$$TL = 10 \log_{10} [1 + m_y \tan^2 (\theta_y / 2)]_{dB} \dots\dots(22)$$

ここで $m_y = S_y/S_0$, $\theta_y = kl_y = rkl_x$

となる。この式の S_y はサイドブランチ部の y 軸直角断面積である。このような消音器の $r=3$ および $r=5$ の例を図9に示す。図中の点線は(22)式の1次元解で

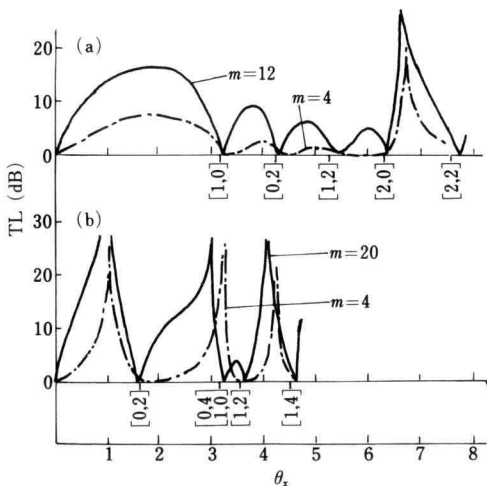


Fig. 10 Frequency responses of type A mufflers ((a) $r=1.5$, $M=8$, $N=12$; (b) $r=4$, $M=5$, $N=20$)

あるが、 $r=5$ の場合の [0, 2] 以下の低周波数域では2次元解と近似しており、[0, 1] モードで $TL=\infty$, [0, 2] モードで $TL=0$ になる。

いずれにせよA形の消音器では、 $\theta_x = n\pi$, ($n=1, 2, 3, \dots$) に相当するモードの周波数、 $\theta_y = 2n\pi$ ($n=1, 2, 3, \dots$) のモード周波数と、その組合せのモード周波数で $TL=0$ の谷が表われ、1次元解と異なるレスポンスを示すことが分かる。

つぎに $r = l_y/l_x$ の値が同じで拡張比 m が異なる場合の標準A形の消音器の特性を比較してみる。これは消音器縦横の寸法比が同じで、入口・出口管の大きさが異なる場合である ($l_0/l_y, S_M/S_0$)。 $r=1.5$ および $r=4$ の場合において、 m が大きい場合と小さい場合の2次元解の計算例を図10に示す。 m が小さい場合(入口・出口管径が大きい場合) TL のレスポンス曲線が多少高い周波数側に偏移するが、凹凸の変動には基本的な差はない。この偏移は y 方向の振動モードが kl_y でなく $k(l_y - l_0)$ の長さによるため、レスポンスが $l_y/(l_y - l_0)$ だけシフトすることによる¹⁴⁾。なおレスポンスの dB 絶対値は m が大きい方が、曲線上側になっているが、これは1次元解から考えても当然である。

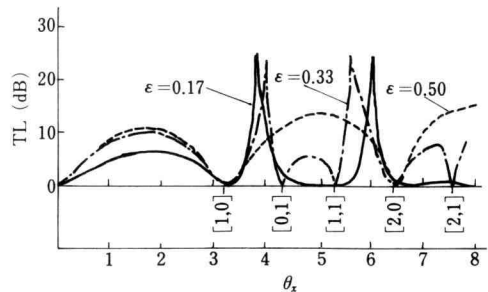


Fig. 11 Frequency responses of type B mufflers (1) ($r=0.75$, $M=8$, $N=6=m$)

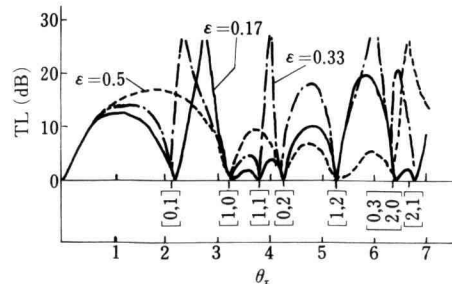


Fig. 12 Frequency responses of type B mufflers (2) ($r=1.5$, $M=8$, $N=12=m$)

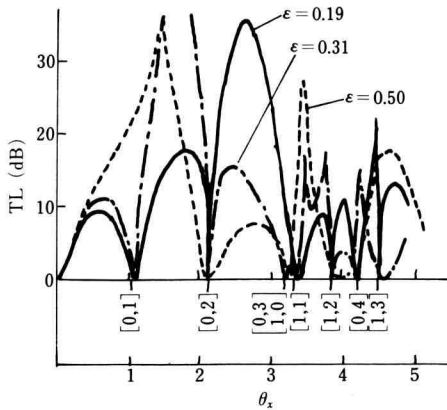


Fig. 13 Frequency responses of type B mufflers (3) ($r=3, M=4, N=20=m$)

4.2 B形の場合

この場合の $r=0.75, 1.5, 3.0$ の計算結果を図 11, 12, 13 に示す。各図は同じ r の値で入口・出口管の取付位置のオフセット量が異なるものを並記して示してある。オフセット量は図 6 の l_a と l_y の比 $\epsilon=l_a/l_y$ で示す。したがって $\epsilon=0.5$ は A 形と同じである。A 形では y 方向モードについて $[0, 2], [0, 4]$ など偶数次だけが $TL=0$ であったが、B 形の場合には $[0, 1], [0, 3]$ など奇数次およびこれと x 方向の全モードとの組み合わせ $[1, 1], [1, 3], \dots$ など $TL=0$ の谷が表われ、一段と凹凸のはげしいレスポンスになっている。なお B 形の場合の 1 次元波動解は、原理的に前項 A 形の (21) 式を適用することになる。

4.3 C形の場合

図 6 の C 形のように入口・出口管が対向し、かつ l_y の中央位置から偏倚している場合である。この場合の

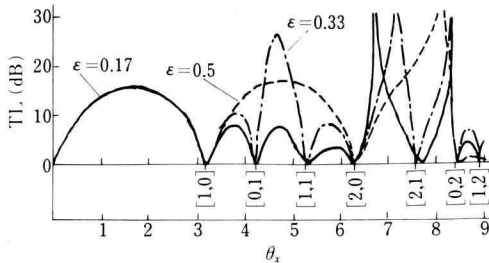


Fig. 14 Frequency responses of type C mufflers (1) ($r=0.75, M=16, N=12=m$)

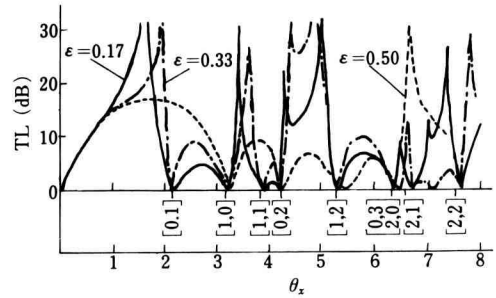


Fig. 15 Frequency responses of type C mufflers (2) ($r=1.5, M=8, N=12=m$)

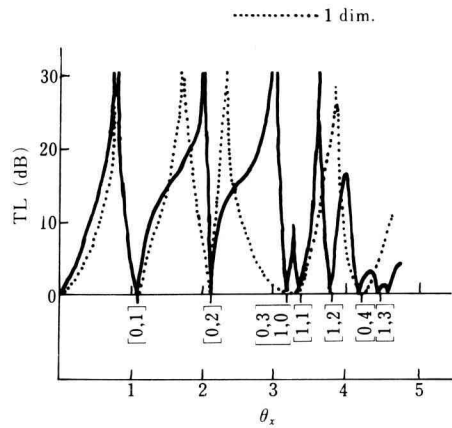


Fig. 16 Frequency responses of type C mufflers (3) ($r=3, M=16=m, \epsilon=0.31$)

偏倚量も $\epsilon=l_a/l_y$ で示してある。寸法比 $r=0.75, 1.5, 3.0$ の場合の計算結果を図 14, 15, 16 に示す。 $\theta_x/\pi=1, 2, 3, \dots$ および $\theta_y/\pi=1, 2, 3, \dots$ のモードおよびその組み合わせの周波数で $TL=0$ の谷が出来る傾向は前項の B 形と同様であるが、その中間のレスポンス曲線の極大部の形が異なっている。この C 形も 1 次元解は原理的に (21) 式と同じであるが、 r の値が大きい偏平形の図 6 ($r=3.0$) の場合などは A 形の場合の (22) 式と同様な考え方で、サイドブランチ形に近く、1 次元波動近似解は

$$TL = 10 \log_{10} [1 + m_y (\tan \theta_1 + \tan \theta_2)^2 / 4] \text{ dB} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$\text{ただし } \theta_1 = k l_a, \theta_2 = k (l_y - l_a)$$

である。この図 16 の点線は上式の計算値であるが、2 次元差分分解とは低い周波数域で近似している。

4.4 D形の場合

入口・出口管が図6のように直角方向にある消音器で、この場合縦横寸法比は他の場合と同じく $r=l_y/l_x$ であるが、出口管の取付位置は $\epsilon=l_a/d_x$ で表示する。この形の消音器の1次元回路は、 l_a 長さの空洞部に、出口管と並列に (l_x-l_a) 長さのサイドブランチ部を持つ構成として計算され、

$$TL = 10 \log_{10} \left[\frac{1}{4} \left\{ 2 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \tan \theta_2 \right\}^2 + \frac{1}{4} \left\{ \left(m + \frac{1}{m} \right) \sin \theta_1 + m \cos \theta_1 \tan \theta_2 \right\}^2 \right]_{AB}$$

(24)

ただし $\theta_1 = kl_a, \theta_2 = k(l_x - l_a)$
 $m = S_m/S_0$

である。図17は $r=0.6$ の場合の2次元差分解(実線)で、図中の点線の1次元解とは比較的良好に合致している。しかし2次元解では $[0, 1], [1, 1]$ モードで $TL = \infty$ のピークが表われている。しかし $r=2.25$ の図18のように扁平形の消音器で $[0, 1], [0, 2]$ モードが $[1, 0]$ モード周波数より低い場合には、2次元解は低い周波数域から1次元解と異なったレスポンスを示し、 $[0,$

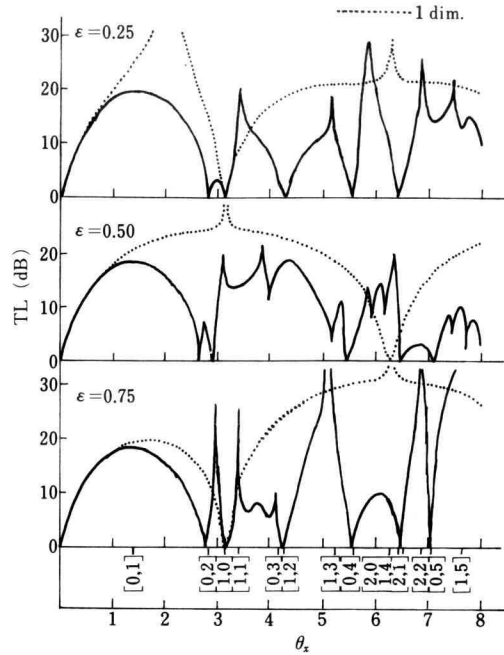


Fig. 18 Frequency responses of type D mufflers (2) ($r=2.25, M=8, N=18=m$)

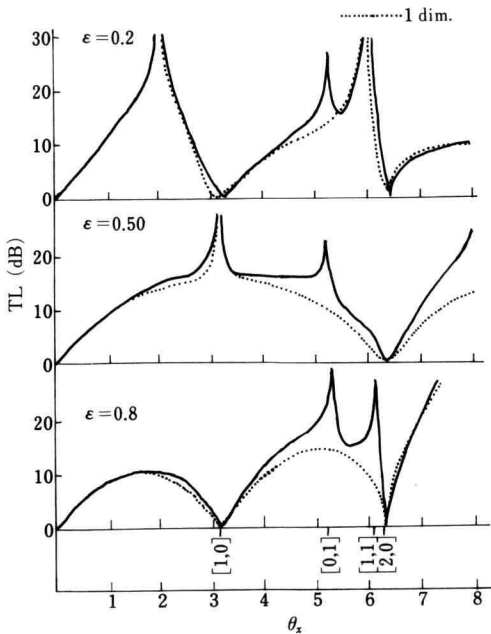


Fig. 17 Frequency responses of type D mufflers (1) ($r=0.6, M=10, N=6=m$)

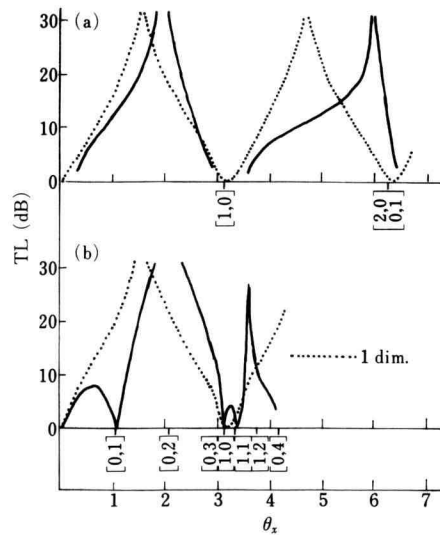


Fig. 19 Frequency responses of type E mufflers ((a) $r=0.5, M=16, N=8=m, \epsilon=0.25$; (b) $r=3, M=4, N=12=m, \epsilon=0.25$)

2], [0, 3], [0, 4] モードで $TL=0$ の谷が表われている。

4.5 E形の場合

入口・出口管が同じ側に取付けられた場合で、この場合の取付位置も $\epsilon=l_a/l_y$ で示すことにする。この形の1次元理論解は

$$TL=10 \log_{10} \left[1 + \frac{m^2}{4} \tan^2 \theta_x \right]_{aB} \dots\dots\dots(25)$$

ただし $m=S_m/S_0$

となり、[1/2, 0], [3/2, 0] などで $TL=\infty$ で、[1, 0], [2, 0] で $TL=0$ のレスポンスを示す。

2次元差分法では図19に示すように $r=0.67$ の場合、[0, 1] モードより低い領域で [1/2, 0] のピーク、[1, 0] で $TL=0$ の谷など、1次元解(点線)のレスポンスと似ているが、それ以上の周波数域では合致しなくなる。また $r=3.0$ のように y 方向モードが支配する寸法の場合は [0, 1] モードが [1/2, 0] モードのピークを示す周波数より低い方に表われる。

5. む す び

基本的な膨張形消音器要素の透過損失について、とくに入口・出口管の取付位置の相違による影響を、2次元差分法の定常振動解を直接法によって計算解析した。この結果を周知の1次元波動解と比較してその適用限界、およびそれ以上の周波数での挙動を検討した。これより入口・出口管が管軸中心線にある標準形消音器では [0, 2] モードの周波数、その他の非対称消音器では [0, 1] モードの周波数以上で1次元解とはレスポンスが相違することが確認された。これらの y 方向モードに相当する周波数付近では減衰量は0となり、

高周波数域では変動のはげしい応答を示す。

実際の消音器は円筒形断面であり、径方向モード値は、本報告の y 方向モードとは若干異なるが、定性的にはレスポンスの成因は類似すると考えられる。今後は複雑な形状の消音器、差分法の分割数の増加、3次元モデル化などの問題が残る。本報告では基本的な消音器要素を対象として、とくに軸直角方向を考慮する周波数域について、入出力音響エネルギーの比に相当する透過損失を、比較的簡単な手法で定性的検討することができたと考える。

文 献

- 1) C.M. Harris; Handbook of Noise Control (Mc Graw-Hill, 1957) 21-10.
- 2) 福田・和泉; 機械学会論文集 34-263 (1968) 1294.
- 3) 奥田襄介; 音響学会誌 25-3 (1969) 122.
- 4) 藤本茂夫; 音響学会誌 27-11 (1971) 568.
- 5) 藤本茂夫; 機械技研報告 74号 (1971).
- 6) 小幡・平田; 音響学会誌 34-9 (1978) 532.
- 7) 福田基一; 機械学会論文集 48-432(1982)1586.
- 8) 奥田襄介; 音響学会誌 29-4 (1973) 199.
- 9) 表・加川; 音響学会講演集 (1974-10) 105.
- 10) 珠玖達良; 音響学会誌 28-1 (1972) 5.
- 11) 加川 ほか; 音響学会誌 37-10 (1981) 494.
- 12) マコーミック(清水訳): 数値計算プログラム(サイエンス社, 1970) 34.
- 13) 磯田・大野; 数値計算ハンドブック(オム社, 1971) 261.
- 14) L. Beranek; Noise and Vibration Control (Mc Graw-Hill, 1971) 366.