

FRP の強度について

森 芳 郎

Strength of Fiber Reinforced Plastics

Yoshiro MORI

Abstract

Strength of fiber reinforced plastics has been studied in terms of tensile stress distribution in a single fiber embedded in plastic matrix. Concerning the tensile stress, a differential equation has been derived.

It has been assumed, as one of the boundary conditions, that the tensile stress has a limited value at the end of the fiber. The Laplace transformations have been applied to solve the equation. Using the experimental data, examples of the tensile stress distribution and the shear stress distribution have been calculated. The theoretical results have been well confirmed by experimental data published.

1. 緒 言

最近、複合材料 (Composite Materials) とか、仕立設計 (Tailoring Design) とか云う言葉がよく用いられるようになってきた^{5),6)}。宇宙開発に関連する高強度軽重量材料や、エレクトロニクスに用いられる磁気テープ、医科歯科分野で使用される各種材料等、ある大きな目標を持ったプロジェクトを達成するためには、目的に適った新しい材料を開発することが重要であり、先決問題である場合すらある。

材料と云えば化学の分野であり、新しい分子を合成するとか、新しい材料を探し出すことが正道であると考えられるが、これには経験からの類推とか試行法的なところが多く、容易ではないので、テーラーデザインという考え方が生れてきたものと思われる。

テーラーデザインとはテーラーがお客の体格や希望に応じて衣類をデザインするように、目的とする製品の特性をよく解析し、素材を選び、それらを目的に合うように合成する方法をデザインすることである。

複合材料はこのようなテーラーデザインのよい対象である。コロイド的な分散や、微結晶の析出を計からう等、物理化学的操作を行う分野や、微粒子や繊維(以下せんいと呼ぶ)等の充填物をプラスチック等の母材

(matrix) 中に分散させたり、異種材料を積層させたり、表面を特殊な材料で被覆させたりする成形操作の分野等がある。

FRP とは Fiber Reinforced Plastics (せんい強化プラスチック) の略称であって、成形操作が容易であり物性が柔軟で見た目に美しいプラスチックに、強度の高いせんいを分散混入させる高強度軽重量のプラスチックのことであって、複合材料の中でも特に重要なものである。

FRP 用のせんいとしてはガラス、グラファイト、タングステン、ボロン等で作ったせんいが用いられ、引張強度が $2,000 \text{ kg/mm}^2$ もあるアルミナ、炭化硅素等のウイスカ (フィラメント状結晶) 等も使われている。プラスチックとしては、エポキシ、ポリエステル、フェノール等の熱硬化性のものが多く用いられ、最近では成形性が良いことから、ナイロン、ポリプロピレン等の熱可塑性のものも用いられるようになり、FRTP として開発が進められている。

さて、このような FRP については強度が最も重要であり、これに外力が作用した場合軟いマトリックスから、その中に入っている短いせんいにどの様にして応力が伝達されるのかは興味ある問題である。筆者は Brazil の Universidade Federal de São Carlos (サンカルロス国立大学) の Departamento de Engenharia de Materiais (材料工学科) に勤め、Rheology や Com-

posite Materials について講義を行い、研究を進めた時から FRP の強度にも関心をもち始め、その後本学に戻ってから光弾性実験や引張試験等を行ってきた。FRP の強度については幾つかの文献^{1),2),3)}があるが、モデルの単純化の上から、また数式の展開の上から種々の問題が残されている。本研究では、これまで無視されてきたせんいの末端に於て軸方向に作用する応力に考察を加え、それを境界条件として取扱うこととし、更にマトリックスの中でせんいの近傍で作用する剪断応力の影響を受ける範囲に関する考察を加え、Laplace 変換を応用することによって、より一般的、より精度の高い引張応力の分布に関する式を得ることができた。ここでは、その応力分布式の誘導と、その計算例、及びその応用について述べてみたい。

2. 単せんいに作用する引張応力の分布

Fig. 1 に示すように、一辺が a 、他の辺が b の長さを有するプラスチックのマトリックスの中に、半径が r_f 、長さが l のせんいを縦方向に入れた試料を、せんい軸の方向に P の外力を加えて引張った場合には、せんい軸 z に直角な任意の水平断面について、せんい及

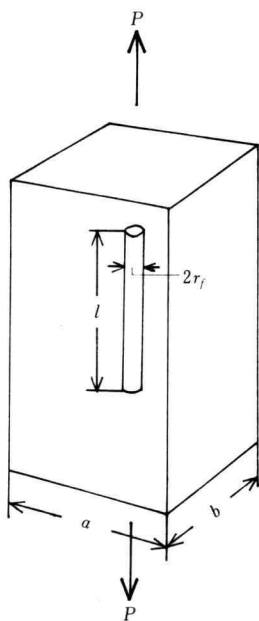


Fig. 1 Mechanical test specimen

びマトリックスに作用する軸方向の平均応力 σ_f 及び σ_m と試料全体に作用する軸方向の平均応力 σ_a との間には次の関係が成立つ。

$$\sigma_a = P / (A_f + A_m) = (\sigma_f A_f + \sigma_m A_m) / (A_f + A_m) \quad (2.1)$$

ここで

σ = 平均応力

A = 断面積

a, f, m = 試料全体、せんい及びマトリックスを表わす下付符号

$$A_f = \pi r_f^2, \quad A_m = ab - \pi r_f^2$$

いま

$$k = A_f / A_m \quad (2.2)$$

とおけば

$$\sigma_a = \frac{k}{1+k} \sigma_f + \frac{1}{1+k} \sigma_m \quad (2.3)$$

となる。この式において、 σ_a と k は与えられた条件から決まるので、 σ_f / σ_m あるいは σ_f / σ_a の比によって FRP の強度が決まることになる。

Fig. 1 において、せんいはマトリックスよりも弾性率が大きく縦方向の伸びが少ないので、マトリックスはせんいを引伸ばそうとして、せんいはマトリックスの伸びを妨げようとすると考えられ、このことから σ_f / σ_a の関係を求めることができる。

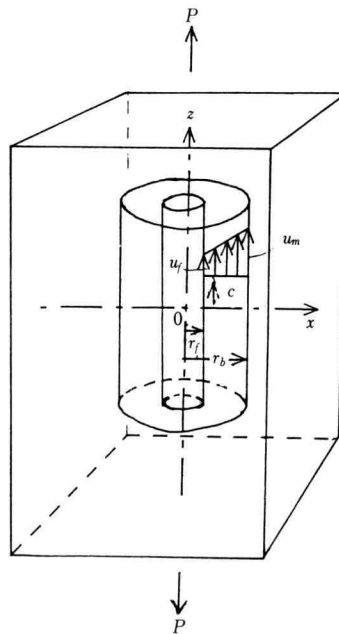


Fig. 2 Cylindrical region around the fiber under the shear stress regime

Fig. 2 に示すように、せんいの中央点を通る水平軸を x 軸、せんいの中心線を z 軸とする。試料を上下方向に引張れば、マトリックスがせんいよりも多く移動するので、せんいの近傍では、せんいの表面に平行な剪断歪を生ずる。Schuster らの光弾性実験の結果によれば、せんいから距るに従って剪断応力は急速に減少し、せんいの半径の 5 倍以上距ったところでは、影響がなくなる⁵⁾。それ故、このせんいの半径の約 5 倍の半径 r_b の円筒内を剪断領域と呼ぶことにする。

今、同じ高さ z の断面で、せんいの r_f 面と、剪断領域の r_b 面上の点の上向きの変位を u_f 及び u_m とし、剪断領域内の変位は半径に比例すると考えて、この領域での剪断歪を γ_b とすれば、

$$\gamma_b = (u_m - u_f) / (r_b - r_f)$$

で近似することができる。従って、マトリックスの剪断弾性係数を G_m 、せんい近傍の剪断応力を τ とすれば、

$$\gamma_b = \tau / G_m = (u_m - u_f) / (r_b - r_f) \quad (2.4)$$

とおける。(2.4) を z で微分すれば、

$$\frac{du_m}{dz} - \frac{du_f}{dz} = \frac{(r_b - r_f)}{G_m} \frac{d\tau}{dz}$$

ここで $\varepsilon =$ 引張歪

$E =$ ヤングの引張弾性係数

$f, m =$ せんい及びマトリックスを表わす下付符号

とすれば

$$\frac{du_m}{dz} = \varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_m}, \quad \frac{du_f}{dz} = \varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f}$$

従って

$$\frac{\sigma_m}{E_m} - \frac{\sigma_f}{E_f} = \frac{(r_b - r_f)}{G_m} \frac{d\tau}{dz} \quad (2.5)$$

となる。(2.5) 式において σ_m は (2.3) によって σ_f の関数として表わされるから、右辺の $\frac{d\tau}{dz}$ と σ_f の関係がわかれば、この式によって σ_f に関する微分方程式を求めることができる。せんいの z 及び $z + dz$ の断面について、応力 σ_f とせんいの表面に作用する剪断応力 τ との平衡関係を考えれば、

$$(2\pi r_f dz)\tau = -\pi r_f^2 \frac{d\sigma_f}{dz} dz$$

$$\tau = -\frac{r_f}{2} \frac{d\sigma_f}{dz} \quad (2.6)$$

の関係があることがわかる。次に (2.3) と (2.6) の関係を (2.5) に代入することを試みる。

先ず (2.3) から

$$\sigma_m = -k\sigma_f + (1+k)\sigma_a$$

(2.6) を z について微分して、

$$\frac{d\tau}{dz} = -\frac{r_f}{2} \frac{d^2\sigma_f}{dz^2}$$

これらの関係を (2.5) に代入すると、

$$\frac{d^2\sigma_f}{dz^2} - \alpha\sigma_f + \beta\sigma_a = 0 \quad (2.7)$$

ここで

$$\alpha = \frac{2}{r_f(r_b - r_f)} \left(1 + k \frac{E_f}{E_m} \right) \left(\frac{G_m}{E_f} \right) \quad (2.8)$$

$$\beta = \frac{2}{r_f(r_b - r_f)} (1+k) \left(\frac{G_m}{E_m} \right) \quad (2.9)$$

(2.7) 式が求める新しいせんいに作用する引張応力 σ_f の微分方程式である。

3. せんい引張応力微分方程式の解

微分方程式 (2.7) を解くためには 2 つの境界条件が必要である。先ず、せんいの中心点 $z=0$ の所で、引張応力は上下方向に対称であることから

$$z=0 \text{ で } \frac{d\sigma_f}{dz} = 0 \quad (3.1)$$

これを第 1 の境界条件とする。

次に、既往の研究ではせんいの末端 $z=l/2$ より上方ではせんいを引張る要因がないと仮定し、 $\sigma_f=0$ において応力を解析しているが⁶⁾、実際には軸方向にかなり大きな応力が働くと考えられるので、これを試料全体の平均引張応力 σ_a の δ 倍と仮定する。

$$z = \frac{l}{2} \text{ で } \sigma_z = \delta\sigma_a \quad (3.2)$$

(3.2) 式を新しい第 2 の境界条件とする。

(3.2) 式の δ は実験によって求めなければならない係数であるが、McGarry らのエポキシとガラスせんいを用いた光弾性実験の結果によれば³⁾、この点における剪断応力の最大値 $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ は、平均引張応力 σ_a の約 15 倍に達し、主応力 σ_1 はほぼ荷重の方向を向き、それと直交する主応力 σ_2 は横方向の自由な収縮に対応するものであって、ほぼ $\sigma_2 \approx 0$ においてよく、 $\sigma_2 \approx \sigma_1 \approx 2\tau_{\max} \approx 30\sigma_a$ 、即ち $\delta \approx 30$ と推定することができる。

このようにして、2 つの境界条件が決まったので、これらの条件を用いて (2.7) 式を Laplace 変換を用いて解く。

Laplace 変換の公式によれば、

$$L[\sigma_f'] = s^2 \bar{\sigma}_f(s) - s\sigma_f(0) - \sigma_f'(0) \quad (3.3)$$

$$L[\alpha \sigma_f] = \alpha \bar{\sigma}_f(s) \quad (3.4)$$

$$L[\beta \sigma_a] = \beta \sigma_a \frac{1}{s} \quad (3.5)$$

(3.3)~(3.5) を (2.7) に代入すれば,

$$s^2 \bar{\sigma}_f(s) - s\sigma_f(0) - \sigma_f'(0) - \alpha \bar{\sigma}_f(s) + \beta \sigma_a \frac{1}{s} = 0$$

ここで (3.1) の条件を用いて, $\sigma_f'(0) = 0$ とおけば,

$$\bar{\sigma}_f(s) = \frac{s}{s^2 - \alpha} \sigma_f(0) - \frac{\beta \sigma_a}{s(s^2 - \alpha)} \quad (3.6)$$

Laplace の逆変換の公式によれば,

$$L^{-1} \frac{s}{s^2 - \alpha} = \cosh \sqrt{\alpha} z \quad (3.7)$$

$$L^{-1} \frac{1}{s(s^2 - \alpha)} = \frac{1}{\alpha} (\cosh \sqrt{\alpha} z - 1) \quad (3.8)$$

従って (3.7), (3.8) の関係を (3.6) に適用して,

$$\sigma_f(z) = \sigma_f(0) \cosh \sqrt{\alpha} z - \frac{\beta \sigma_a}{\alpha} (\cosh \sqrt{\alpha} z - 1) \quad (3.9)$$

が得られる。ここで, 第2の境界条件 (3.2) を用いる。

(3.9) 式において $z = \frac{l}{2}$ で $\sigma_f\left(\frac{l}{2}\right) = \delta \sigma_a$ において,

$$\delta \sigma_a = \left(\sigma_f(0) - \frac{\beta \sigma_a}{\alpha} \right) \cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2} + \frac{\beta}{\alpha} \sigma_a$$

これから

$$\sigma_f(0) = \frac{\beta}{\alpha} \sigma_a - \left(\frac{\beta}{\alpha} - \delta \right) \frac{1}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \sigma_a \quad (3.10)$$

(3.10) を (3.9) に代入すれば

$$\sigma_f(z) = \frac{\beta}{\alpha} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\alpha \delta}{\beta} \right) \frac{\cosh \sqrt{\alpha} z}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \right\} \sigma_a \quad (3.11)$$

となる。(3.11) 式が求めるせんいに作用する引張応力の分布式である。

(3.11) 式からせんいの側面に作用する剪断応力 τ の分布式が求められる。(3.11) を (2.6) に代入して

$$\tau(z) = \frac{r_f \beta}{2\sqrt{\alpha}} \left(1 - \frac{\alpha \delta}{\beta} \right) \frac{\sinh \sqrt{\alpha} z}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \sigma_a \quad (3.12)$$

となる。因にせんいの中心点及び末端における応力を (3.11) 及び (3.12) 式から求めてみると,

$z=0$ で

$$\sigma_f(0) = \frac{\beta}{\alpha} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\alpha \delta}{\beta} \right) \frac{1}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \right\} \sigma_a \quad (3.13)$$

$$\tau(0) = 0 \quad (3.14)$$

$$z = \frac{l}{2} \text{ で}$$

$$\sigma_f\left(\frac{l}{2}\right) = \delta \sigma_a \quad (3.15)$$

$$\tau\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{r_f \beta}{2\sqrt{\alpha}} \left(1 - \frac{\alpha \delta}{\beta} \right) \left(\tanh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2} \right) \sigma_a \quad (3.16)$$

となる。

4. 応力分布の計算例

上述の応力分布に関する新しい式が具体的には, どのようなことを表わしているのかを知るために, 既往の文献に報告されている実験データを用いて計算してみる。

D.M. Schuster らの報告^{4),5)}によればエポキシ樹脂の弾性率は $E_m = 3.16 \times 10^{-2} \text{ kg/mm}^2$, $G_m = 1.17 \times 10^2 \text{ kg/mm}^2$

ポロンせんいの弾性率は

$$E_f = 3.95 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

ポロンせんいの直径と長さは

$$d_f = 2r_f = 0.12 \text{ mm}, \quad l = 12 \text{ mm}$$

試料の厚さ及び幅は

$$b = 1.5 \text{ mm}, \quad a = 10 \text{ mm}$$

これだけのデータがあれば, せんいの応力分布は計算できるので, 次にそれを求めてみる。

先ず, 第2図について述べたように剪断領域円筒面の半径 $r_b = 5.0 r_f$ とおけるから,

(2.2) から

$$r_b = (5.0)(0.12)/(2) = 0.3 \text{ mm}$$

$$k = A_f/A_m = \frac{\pi r_f^2}{ab - \pi r_f^2}$$

$$= \frac{\pi(0.06)^2}{(10)(1.5) - \pi(0.06)^2} = (7.34)(10^{-4})$$

(2.8) 式から

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2}{r_f(r_b - r_f)} \left(1 + k \frac{E_f}{E_m} \right) \left(\frac{G_m}{E_f} \right) \\ &= \frac{2}{(0.06)(0.30 - 0.06)} \left(1 + (7.34)(10^{-4}) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{(3.95)(10^4)}{(3.16)(10^2)} \right) \frac{(1.17)(10^2)}{(3.95)(10^4)} \\ &= 0.449(\text{mm}^{-2}) \end{aligned}$$

(2.9) 式から

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{2}{r_f(r_b - r_f)}(1+k)\left(\frac{G_m}{E_m}\right) \\ &= \frac{2}{(0.06)(0.30-0.06)}(1+(7.34)(10^{-4})) \\ &\quad \times \left(\frac{(1.17)(10^2)}{(3.16)(10^2)}\right) \\ &= 51.42 \text{ (mm}^{-2}\text{)}\end{aligned}$$

(3.2) 式に関して述べたことから

$$\delta = 30$$

これらの値を (3.11) に代入すると、せんいの引張応力分布は、

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_f(z)}{\sigma_a} &= \frac{\beta}{\alpha} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\beta} \right) \frac{\cosh \sqrt{\alpha} z}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \right\} \\ &= \left(\frac{51.42}{0.449} \right) \left(1 - \left(1 - \frac{(0.449)(30)}{(51.42)} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \frac{\cosh(0.670)z}{\cosh\{(0.670)(6)\}} \right) \\ &= 114.5 - (3.033) \cosh(0.67z) \quad (4.1)\end{aligned}$$

となる。また剪断応力分布は (3.12) 式から

$$\begin{aligned}\frac{\tau(z)}{\sigma_a} &= \frac{r_f \cdot \beta}{2\sqrt{\alpha}} \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\beta} \right) \frac{\sinh \sqrt{\alpha} z}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \\ &= \frac{(0.06)(51.42)}{2\sqrt{0.449}} \left(1 - \frac{(0.449)(30)}{(51.42)} \right) \\ &\quad \times \frac{\sinh(\sqrt{0.449} z)}{\cosh(\sqrt{0.449}(6))} \\ &= 0.06099 \sinh(0.670z) \quad (4.2)\end{aligned}$$

となる。Table 1 に (4.1) 式及び (4.2) 式を用いて $z=0 \sim 6$ mm の範囲にわたって求めた $\sigma_f(z)/\sigma_a$ と $\tau(z)/\sigma_a$ の値を示す。

また Fig. 3 に Table 1 の数値を用いて画いた曲線を示す。Fig. 3(a) はせんいの引張応力分布 $\sigma_f(z)/\sigma_a$ を、Fig. 3(b) は剪断応力分布 $\tau(z)/\sigma_a$ を表わす。Fig. 3(a) の曲線はこれまで $z = \frac{l}{2}$ で 0 とした σ_f/σ_a の値が、実はかなり大きいことを明らかに示している。

5. 引張強度

マトリックスの中に 1 本の短いせんいが入っている試料を引張って破断させる場合について、上述の理論に基づいて考えてみよう。

まず (3.11) 式で表わされるせんいの引張応力は $z=0$ で最大値をとり、(5.1) 式で表わされる。

$$\sigma_f(z=0) = \frac{\beta}{\alpha} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\beta} \right) \frac{1}{\cosh \sqrt{\alpha} \frac{l}{2}} \right\} \sigma_a \quad (5.1)$$

この式でせんいの長さを ∞ にすれば (5.2) 式のようにになる。

$$\sigma_f\left(z=0\right)=\frac{\beta}{\alpha} \sigma_a \quad (5.2)$$

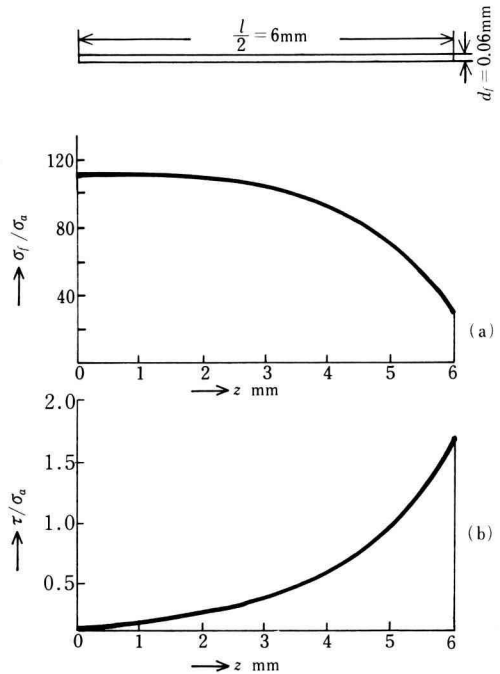


Fig. 3 (a) Tensile stress distribution in the fiber
(b) Shear stress distribution between the fiber surface and the matrix

Table 1 Variation of tensile stress in fiber and shear stress between fiber and matrix

Zmm	0.0	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	4.2	4.8	5.4	6.0
σ_f/σ_a	111.5	111.2	110.5	109.0	106.7	103.0	97.5	89.2	76.8	58.1	30.3
τ/σ_a	0.00	0.03	0.06	0.08	0.14	0.23	0.34	0.51	0.76	1.13	1.19

せんいの引張破壊強度を σ_{fc} とすれば, (5.2) 式に於て, 試料にかかる平均応力 σ_a を次第に増して $\sigma_{ac}(l=\infty)$ になったとき, せんいに働く応力が σ_{fc} になってせんいが破断すると考えて

$$\sigma_f\left(\frac{z=0}{l=\infty}\right)=\sigma_{fc}=\frac{\beta}{\alpha}\sigma_{ac}(l=\infty) \quad (5.3)$$

と書くことができる。同様にして試料中のせんいの長さが $l=l_c$ の場合に, 平均応力が $\sigma_{ac}(l=l_c)$ になったときにせんいに働く応力が σ_{fc} になってせんいの破断が起るとすれば

$$\begin{aligned} \sigma_f\left(\frac{z=0}{l=l_c}\right)=\sigma_{fc}=\frac{\beta}{\alpha}\left\{1-\left(1-\frac{\alpha\delta}{\beta}\right)\right. \\ \left.\times\frac{1}{\cosh\sqrt{\alpha}\frac{l_c}{2}}\right\}\sigma_{ac}(l=l_c) \end{aligned} \quad (5.4)$$

と書くことができる。(5.3) 式と (5.4) 式を等しいとおいて

$$\begin{aligned} \sigma_{fc}=\frac{\beta}{\alpha}\sigma_{ac}(l=\infty)=\frac{\beta}{\alpha}\left\{1-\left(1-\frac{\alpha\delta}{\beta}\right)\right. \\ \left.\times\frac{1}{\cosh\sqrt{\alpha}\frac{l_c}{2}}\right\}\sigma_{ac}(l=l_c) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\text{この式において}\left\{1-\left(1-\frac{\alpha\delta}{\beta}\right)\frac{1}{\cosh\sqrt{\alpha}\frac{l_c}{2}}\right\}<1$$

従って

$$\sigma_{ac}(l=\infty)<\sigma_{ac}(l=l_c) \quad (5.6)$$

となる。要するにせんいが長い場合にはせんいが短い場合よりも小さい平均応力 σ_a でせんいが破断するのである。その故に, 1 よりも小さい係数を p として

$$\sigma_{ac}(l=\infty)=p\times\sigma_{ac}(l=l_c) \quad (5.7)$$

とおけば, (5.5) 式と (5.7) 式から

$$p=1-\left(1-\frac{\alpha\delta}{\beta}\right)\cosh\left(\sqrt{\alpha}\frac{l_c}{2}\right) \quad (5.8)$$

或は

$$l_c=\frac{2}{\sqrt{\alpha}}\cosh^{-1}\left(\frac{1-\frac{\alpha\delta}{\beta}}{1-p}\right) \quad (5.9)$$

となる。前節の計算例に引用した Schuster らの報告^{4),5)}によれば, その際に使用したボロンせんい及びマトリックスの引張破壊強度は

$$\text{ボロンせんい} \quad : \sigma_{fc}=2.46\times 10^2 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{エポキシマトリックス} : \sigma_{mc}=5.63 \text{ kg/mm}^2$$

である。

これらの値を用いて試料の引張強度試験のデータについて検討してみる。

(5.3) 式から連続せんいの試料の強度は

$$\begin{aligned} \sigma_{ac}(l=\infty)_{th} &= \frac{\alpha}{\beta}\sigma_{fc} = \frac{0.449}{51.42}(2.46)(10^2) \\ &= 2.15 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned}$$

と計算される。Schuster らの報告によれば, この値に相当する実験値は

$$\sigma_{ac}(l=\infty)_{exp} \doteq 3200 \text{ psi} = 2.25 \text{ kg/mm}^2$$

であって, 理論値とはほぼ一致している。

次に $l=12 \text{ mm}$ の場合について計算を行ってみると,

(5.7) 式から

$$\begin{aligned} \sigma_{ac}(l_c=12) &= \frac{1}{p}\sigma_{ac}(l=\infty) \\ p &= 1 - \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\beta}\right) / \cosh\left(\sqrt{\alpha}\frac{l_c}{2}\right) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{(0.449)(30)}{(51.42)}\right) / \cosh(0.670)(6) \\ &= 0.973 \end{aligned}$$

従って

$$\sigma_{ac}(l_c=12)_{th} = \frac{1}{0.973}(2.15) = 2.21 \text{ kg/mm}^2$$

となる。これに対応する Schuster らの実験値^{4),5)}は

$$\sigma_{ac}(l_c=12)_{exp} \doteq 3300 \text{ psi} = 2.32 \text{ kg/mm}^2$$

でこの場合も理論値は実験値とはほぼ一致する。

せんいの長さが短くなるに従って σ_{ac} の値は大きくなり, せんいが破断する以前にマトリックスが破断するようになる。この事については先ず (2.3) 式から

$$\sigma_m = \sigma_{ac}(1+k) - k\sigma_{fc} \quad (5.10)$$

の関係があるので, この式で計算したマトリックス応力 σ_m が, マトリックスの破壊強度 $\sigma_{mc}=5.63 \text{ kg/mm}^2$ を越えればマトリックスがせんいより先に破断すると考えられる。

せんいの長さが $l=1 \text{ mm}$ の場合について計算してみると,

$$\begin{aligned} p &= 0.302, & \sigma_{ac}(l=1) &= 7.10 \text{ kg/mm}^2 \\ k &= (7.34)(10^{-4}), & \sigma_{fc} &= (2.46)(10^2) \end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned} \sigma_m &= (2.46)(10^2)(1+(7.34)(10^{-4})) \\ &\quad - (7.34)(10^{-4})(2.46)(10^2) \\ &= 6.89 \text{ kg/mm}^2 \end{aligned}$$

となる。この値はマトリックスの強度 5.63 kg/mm^2 より大きいので, 既にマトリックス破壊の領域に入っていることが知られる。

6. 結 語

FRP の強度について、その取扱いの基礎となるプラスチックマトリックスの中に入れられた 1 本のせんい、その周辺のマトリックスとに作用する応力について解析を行って新しい解が得られた。せんいに作用する引張応力に関する微分方程式を誘導し、従来全く無視されてきたせんいの末端に作用する引張応力に考察を加え、妥当と思われる有限な値を推定し、Laplace 変換を応力して、せんいの引張応力分布に関する新しい式が得られた。せんいとマトリックスとの境界面に作用する剪断応力分布に関する式も得られた。

既往の文献に発表された実験に関するデータを用いて、これらの理論式について計算を行って得られた応力分布に関する曲線は、ほぼ予想された結果を示した。

また破断試験に関するデータと新しい式による理論値を比較したところ、予想以上により一致を示した。

引 用 文 献

- 1) N.F. Dow, Gen. Elect. Report No. R63SD61, 1963.
- 2) Am. Soc. Metals; Fiber Comp. Materials, 66, 1964.
- 3) F.J. McGarry; Modern Plastics, 143, July, 1968.
- 4) D.M. Schuster and E. Scala; Trans. Met. Soc. AIME. 230, 1635, 1964.
- 5) Schwartz; Fundamental Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composites. John Wiley & Sons, p. 45, 1968.
- 6) 竹鼻三雄; FRP, 生産と技術, 1976.