

回転角速度変化量の精密計測について

沖 喜久雄・狩野 芳郎

Accurate detector for rate of change of angular velocity

Kikuo OKI and Yoshio KANO

Abstract

To find the correct direction of a car is very necessary for navigation system in future.

This system needs angular velocity detector which detects microrotation with accuracy, but in present time vibration gyro, gas gyro or rate gyro is used.

Our object is to observe rate of change of angular velocity near 0.01 deg/sec for this experiment we made an instrument with use of Inertial rotary disk.

We obtain good results from experiment. As following we show the instrument and its character.

1. 研究の目的

先に著者は自動車用航法システム序論¹⁾に於て、車の走行軌跡を正確に地図上に画くために必要なセンサである車の方位角速度計について述べた。特にその最小感度に対する要求はきびしく、少くとも毎秒0.01度程度を必要とすることを実例をあげて示した。

この角速度計は無論、対地角速度を測定するものであるが、精密微小な角速度計を求むる余り、レーザジャイロ等を用いると、対地角速度ではなく、慣性空間に於ける角速度を測定することになり、当然地球自転の影響を受けることになる。

近い将来、レーザジャイロのうちファイバ型式のものもは量産化と共に価格もさがり車用に実用化されることも考えられる。これは自動車用航法システムの角速度センサとして適しているが、この計器は慣性空間に於ける回転角速度の測定計器であるから、当然地球の自転角速度の影響を除去せねばならない。更に地球自転速度は緯度の関数であるから、これも考慮せねばならない。

現在市場に発表されたこの種システムの走行軌跡装置の角速度センサとしてガスジャイロが用いられている。これは回転により発生するコリオリの力をガスの自由流れに作用させ、その流れの経路をまげ、まげら

れた距離を測定することによって、回転角速度を計測するものである。然しこの種の計器では調整が微妙であると共に、その最小感度はせいぜい毎秒0.1度程度であって、百分台の感度を持つことは困難である。又別に考えられる方法として振動ジャイロ (Vibrating Gyro) がある。これも回転にもとづくコリオリの力を利用したもので、振動片又は音叉等を持続振動させておき、この振動面を回転することにより発生する本来の振動と同一周波数の振動を利用して、回転角速度を測るものである。

この種のジャイロは回転部分がなく、振動片又は音叉の振動の節点の支持に工夫を要するが、比較的簡単に角速度を知ることができる。しかしこれらの最小感度は研究室のように、極めて静かな空間でやっと毎秒0.05度程度であって、当抵0.01度には至らない。ただ前述のように回転部分が皆無なので、摩擦部分がなく、かつ装置としてまとまりがよいから、将来改良されて性質が上り、かつ安価になれば使用される可能性がある。それ故、欧米に於ても、我が国に於ても試作研究が行なわれているが、現在自動車用として実用化されているものはない。

元来、方位回転角速度計は航法システムに必要であるだけでなく、車の方位計測用センサとしても使用できる。車の方位計としては磁針がありこれは安価で簡単であるから、普及している。しかしその精度は極めて粗雑で、当底走行軌跡自動記録装置センサとして

は使用し得ないことも明らかである。

このように見てくると、結局、航空計器としての角速度計、つまり抱束ジャイロが考えられている。現代航空機慣性航法をして実用化できたのも、この拘束ジャイロの発達による処が大きい。しかし、十分な精度を持たせるには、最高級の精密工作を要し、調整も困難になって、自動車用計器としては余りにも高価であるから未だ実用になっていない。

結局自動車用航法システムに用いられる方位角用センサーとしてはレーザ応用のファイバジャイロでは無からうか。現在回路は複雑であってもこの装置専用 IC がつくられ、ファイバそのものの量産化と共に、素材も石英硝子からプラスチックになり使用する長さも短縮されるであろうから、極めて有望である。しかし前述のように、この種の計器は慣性空間に於ける回転角速度を計測する故、地球自転の影響を除去せねばならない。

車の航法システムとしては、最終的に G.P.S. (Geological Positioning System) を利用することになるであろうが、自転車用方位計又は方位旋回角速度計も独立した計器として必要である。我々は慣性空間で回転体の持つ慣性を利用し、微小な回転角速度の過渡的变化量を測定する計測器を試作したので、ここに報告する。この装置は過渡的变化量を測定するにすぎないから、単独に用いることは無意味である。ただし将来、方位計又は方位角速度計、特に自動平衡型式のものには、その変化量測定用検出器として有用と思われる。

2. 原理と構造

第1図に示すように円板を重心に於て支持軸の上端に支持させ自由に回転しているとすれば、この円板の運動方程式は次式で示される。

$$I \frac{d\omega}{dt} + k\omega = f \quad (1)$$

ただし

I : 円板の慣性能率

k : 回転に対する風損係数

f : 支持点に於ける摩擦トルク

回転角速度の初期値を ω_0 として解けば

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{k}{I}t} - \frac{f}{k} (1 - e^{-\frac{k}{I}t}) \quad (2)$$

この時 k 及び f が一定値とし、かつ摩擦トルクは支

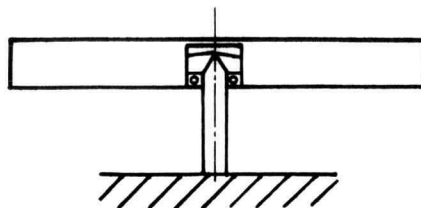


Fig. 1. The principle of this Instrument

持軸の回転速度に対して無関係とすればこの回転円板は、支持軸の中心軸まわりの回転角速度には関係なく(2)式で示される回転角速度で次第に減速するであろう。ただし機械的摩擦の性質上、円板の角速度 ω と支持軸の角速度 Ω の量によって f の方向は次のように変る。

$$f = \text{sign}(\omega - \Omega)$$

$$\Omega > \omega \text{ ならば } \text{sign}|\omega - \Omega| < 0$$

$$\Omega = \omega \text{ ならば } \text{sign}|\omega - \Omega| = 0$$

$$\Omega < \omega \text{ ならば } \text{sign}|\omega - \Omega| > 0$$

このように回転円板の角速度が支持軸の回転角速度 Ω より遙かに大きければ、摩擦トルクは全く Ω に無関係と考えられる。

我々はこの事を利用し、自由回転している円板の第2式で示される回転角速度を規準として支持軸の回転角速度変化量 $\Delta\Omega$ を知ろうとするもので第2図にその構造を示した。

図に於て慣性をもった円板、以後これを慣性環と称するが、この環の重心を摩擦トルクが少ないように支持して回転させる。回転の原動力であるモータは上方に配置してあり、このモータは乱調の極めて少ない同期モータとしてその回転速度を歯車列を介して適当に減速してから慣性環に伝える。回転力の伝導は第3図に示すように慣性環上にある突起を同期モータの回転軸上の腕が接することによって一方向にのみ回転を伝える。

同期モータの回転軸は固定している磁極に対して回転し、磁極がもし角速度をもてば回転軸の同期速度にこの磁極の回転速度が代数的に加わり次のように示される。

$$\Omega_M = \Omega_S + \Delta\Omega \quad (3)$$

ただし

Ω_M : モータ軸の回転角速度

Ω_S : モータ軸の本来の同期回転速度

$\Delta\Omega$: 慣性空間に於けるモータ磁極の回転速度

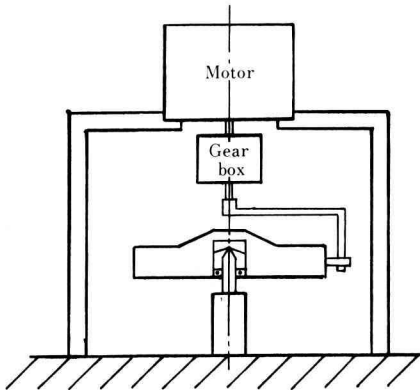


Fig. 2. The skeleton of the Instrument

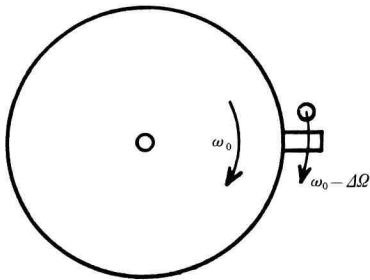


Fig. 3. The Inertial disk

磁極の回転速度 $\Delta\Omega$ はこの装置を乗せている物体、例えば車両の慣性空間に於ける回転角速度に相当する。従って、この回転角速度 $\Delta\Omega$ をその回転体上にある我々の装置によってそれが過渡的に発生する変化量として測定することになる。

第3図に示すような慣性環の運動方程式は前述の第1式により示される。慣性環は適当な風損係数 k 、及び摩擦トルク f を持っているから、慣性環はモータによる回転角速度 ω_0 と一致して回転している。或る瞬間、モータを支持する支持台がこの ω_0 より極めて小さい角速度 $\Delta\Omega$ で ω_0 と反対方向にまわったとすればモータの駆動腕の回転速度は $\omega_0 - \Delta\Omega$ となりかつ或る時間継続したとすれば、慣性環はその瞬間より初速度 ω_0 で回転し、その経過は第2式によって記述され、やがて再びモータの駆動腕に接触するであろう。このモータ軸が角速度 $\Delta\Omega$ だけ減少されて回転円板の突起と駆動腕とが離脱した瞬間より、慣性環の減速と共に再び両者が接触する迄の時間を T_0 で示せば次の式が成立する。

$$\int_0^T \omega dt = \int_0^T (\omega_0 - \Delta\Omega) dt$$

つまりその間にモータ軸と慣性環とは同一の回転角を持つべきことを示している。この式に於て第2式に示される回転角速度 ω を代入し、かつモータ軸の同期回転角速度 ω_0 と回転角速度 $\Delta\Omega$ は一定として積分を実行すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{I(f+k\omega_0)}{k^2} e^{-\frac{k}{I}T} + (\omega_0 - \Delta\Omega + \frac{f}{k})T \\ = \frac{I(f+k\omega_0)}{k^2} \end{aligned} \quad (4)$$

この種の装置に於ては k を大きめにとってもせいぜい $100 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2/\text{sec}$ 程度であり慣性係数を $5000 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2$ とすれば $kT/I \ll 1$ なる条件をみたすためには時間 T は $T \ll 50 \text{ sec}$ である。我々の装置に於てはせいぜい $T \ll 1 \text{ sec}$ なので次のようにおくことができる。

$$e^{-\frac{k}{I}T} = 1 - \frac{k}{I}T$$

これより第4式の解を次のように得る。

$$\begin{aligned} T &= 0 \\ T &= \frac{2I \cdot \Delta\Omega}{f+k\omega_0} \end{aligned} \quad (5)$$

$T=0$ は接触し離脱しない場合であり、第5式は我々の求むる値である。 A を次式のようにおく。ただし以後 f, k を $\text{gr} \cdot \text{重} \cdot \text{cm}$ 及び $\text{gr} \cdot \text{重} \cdot \text{cm}/\text{sec}$ の単位系を用いた。

$$A = \frac{I}{(f+k\omega_0)g} \quad (6)$$

モータ軸の同期回転速度 ω_0 を一定にすれば A はこの慣性環固有常数である。従って第5式は離脱し再接触する迄の時間 T は空間の回転角速度 $\Delta\Omega$ に正比例することを示しているから、 T を測定することによって角速度 $\Delta\Omega$ を知ることができる。この事がここに考えている装置の原理である。

この装置の性能を示す別のパラメータは慣性環を単独に角速度 ω_0 で回転させて放置した後、停止するまでの時間 T_s が考えられ、 T_s は第2式より次の如く求まる。

$$\omega_0 e^{-\frac{k\omega_0}{I}T_s} = \frac{f}{k} (1 - e^{-\frac{k\omega_0}{I}T_s})$$

この式より

$$e^{-\frac{k\omega_0}{I}T_s} = 1 + \frac{k}{f}\omega_0 \quad (7)$$

先に第5式を求める時、次の条件が成立するとして式を求めた。

$$\frac{kg}{I} T \ll 1 \quad (8)$$

この場合、普通考えられる装置に於ては

$$T \ll 50 \text{ sec}$$

であった。

停止時間 T_s は長い程この装置の性能はすぐれたものと云い得るので、とうていこの条件は成立しない。従って第7式より ω_0 , T_s , f , を知って k を求める場合も、 I , k , ω_0 , を知って T_s を求める場合も、図式的に求めなくてはならない。

以上に述べた事をまとめて示すと、設計に当って第一に求める常数は第6式に示す A である。即ち

$$A = \frac{I}{(f + k\omega_0)g}$$

ただし

- I : 慣性モーメント $\text{gr} \cdot \text{cm}^2$
 f : 摩擦トルク $\text{gr} \cdot \text{重} \cdot \text{cm}$
 k : 風損係数 $\text{gr} \cdot \text{重} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}$
 ω_0 : 回転角速度 rad/sec
 $g = 980 \text{ cm/sec}^2$

この場合、測定し得る角速度を $\Delta\Omega$ とすればすでに第5式に示したように、駆動モータとこれに従って回転している慣性環との接触が離れている時間 T_0 を測定することによって次の如く求まる。

$$\Delta\Omega = \frac{T_0}{2A}$$

設計により定まる常数パラメータ A には、実測しなくてはならぬ摩擦 f , 及び風損係数 k があるので、 A の値は実測により定まる。摩擦トルク f は単独に測定できるから問題はないが、風損係数 k は極めて測定し難い。 k を求めるには摩擦トルク f を知った上で、慣性環を自由回転させてその停止に至る時間 T_s を測定することによって求める。この場合初速度 ω_0 を大きくとると T_s となり、条件式第8式を満すことができず、従って第7式より図式的に求めなくてはならない。一般に風損係数 k は回転角速度による影響はないと考えられるから、 ω_0 を小さくとり、条件式第8式が成立する範囲内の停止時間 T_s を選ぶ方がよい。もし第8式が成立すれば第7式より次の簡略式が得られる。

$$T_s = A \cdot \omega_0 \quad (9)$$

ただし

$$\frac{kg}{I} T_s \ll 1$$

3. 実験装置と実測結果

我々の実験装置を図4に示した。その構造は慣性環と、適当な減速機構を持った同期モータよりなり、上部にモータを設置してある。

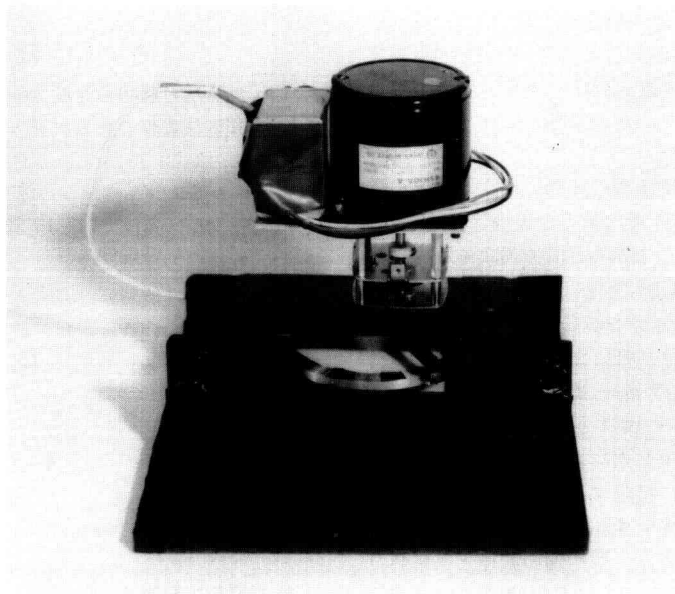


Fig. 4. The outlook of the Instrument

慣性環は外径 120 mm, 幅 10 mm, 厚さ 6 mm の真鍮製のリングを, 軽量のプラスチック製の円枚の外周部にタイヤ状に設けたもので, その重量及び慣性能率は次の値を持っている。

慣性能率: 6200 gr·cm²

重量: 200 gr.

この円板の中央部に出きるだけ摩擦トルクの小さい軸受を設け, 垂直軸まわりに回転させる。その動力源は上記の同期モータの駆動軸上にある腕により, 慣性環の外周上にある突起を介して回転させることは, 既に述べた通りである。従って実験装置では一方向にのみ回転することになり, 実測できるモータの設置された空間の角速度変化量は上記モータの回転速度を減ずる方向のみ測定可能で, モータの回転速度を増す方向の測定はできない。

本実験のかなめとも言うべき支持軸受は第 1 図に示すように, 慣性環の重量は硬度を大きくしたピボット軸受とし, この受皿も宝石製の受皿を用いて支持し, 左右の揺れを防ぐために内径 2 mm のボール軸受を用い, その外輪は慣性環により回転し, 内輪は支持軸にはめ込まれ, 外輪回転式軸受となっている。

摩擦トルクについては微量計測用スプリング秤りにより測定した結果 0.25 gr 重・cm であった。

次に風損係数を実験するため, 簡易式第 9 式が適用できるように慣性環の初期角速度を毎秒 18 度とした。その結果の平均値は凡そ 7.8 秒と測定されたので第 9 式より A の値を計算すると

$$A = \frac{7.8}{\frac{\pi}{10}} = 24.8 \text{ sec}^2$$

従って第 6 式に於て次の値を代入することによって風損係数 k gr 重・cm・sec の値を得る。

$$A = 24.8 \text{ sec}^2$$

$$I = 6200 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2$$

$$f = 0.25 \text{ gr 重} \cdot \text{cm}$$

$$w_0 = \frac{\pi}{10} \text{ rad./sec}$$

$$g = 980 \text{ cm/sec}^2$$

$$\therefore k = 0.016 \text{ gr 重} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}$$

従って条件式第 8 式を計算すると

$$\frac{k}{I} g \cdot T_s = \frac{0.016 \times 980}{6200} \times 7.8 = 0.02 \ll 1$$

故に上記の計算値は正しいものと判断できる。

回転速度が毎秒 18 度の低速であると, 停止時間の測

定値の幅が大きく, 上記の 7.8 秒は平均値と思われるので念のため, 毎秒 2 回転の場合について測定した。

その結果, 停止時間は 2 分 20 秒であった。従って, 条件式第 8 式を満足しないので第 7 式を用い, 次の計算値を得た。

$$k = 0.01 \text{ gr 重} \cdot \text{cm/sec}$$

前記の値よりも小さくなったがその経過から見て, この値が正しいと思われる。

この装置を用いて角速度変化量 ΔQ を測定した結果について述べる。定常的狀態時, 突然角速度変化量 ΔQ が生ずれば, それによる慣性環の切断時間 T_0 は第 5 式により次のようにあらわされる。

$$T_0 = \frac{2I}{(f + kw_0)g} Q \quad (10)$$

慣性モーメント I , 摩擦トルク f , 風損係数 k はこの装置に於て定まっているので, モータにより慣性環を駆動する角速度 w_0 を適当にえらぶ必要がある。式より明らかなように, この値は小さい方が同一の角速度変化量に対して大きい切断時間を得る。しかし, 余りに小さい値にすると, 振動等の外部の影響を受け易く, このため誤差を生ずるので, 毎秒 π rad の回転速度にした。従って A の値は次のようになった。

$$A = 22.48 \text{ sec}^2$$

この装置を用いて実測した値は次のようになった。

回転角速度 変化量 (度/sec)	切 断 時 間	
	実測値 (sec)	計算値 (sec)
1	0.8	0.78
2	1.6	1.56
3	2.36	2.34
4	3.1	3.12
5	4.0	3.9

現在我々は微小角速度を発生させる試験装置を持たないので比較的大きな角速度変化を測定し大体理論と一致する結果を得た。

微小角速度の変化量に対する切断時間を第 5 式により計算すれば次のようになる。例えば角速度変化量を毎秒 0.01 度とすれば, これに対する切断時間は次の値に計算される。即ち

$$T_0 = 2A \cdot Q = 7.85 \times 10^{-3} \text{ 秒}$$

現在ではマイクロ秒を測定することは極めて容易である。仮りに 1 マイクロ秒の切断時間に対する角速度変化量 ΔQ を求めると

$$\Delta\Omega = \frac{10^{-3}}{2 \times 22.48} = 0.2224 \times 10^{-4} (= 1.27 \times 10^{-3} \text{ 度})$$

即ち毎秒 0.01 度の変化量も測定可能と考えられる。

4. 考 察

此の装置を設計する基本式は既に述べたように、第 5 式より出発しなくてはならない。此の式を再録すれば

$$T = \frac{2I}{(f + k\omega_0)g} \cdot \Delta\Omega \quad (5)$$

ただし

T : 切断時間	sec.
$\Delta\Omega$: 測定される角速度変化量	rad/sec
ω_0 : 慣性環の定常回転角速度	rad/sec
I : 慣性環の慣性能率	gr. 重 \cdot cm ²
f : 慣性環支持軸受部摩擦トルク	gr. 重 \cdot cm
k : 慣性環風損係数	gr. 重 \cdot cm/sec
$g = 980 \text{ cm/sec}^2$	

又設計に当り、性能を示す目安として次の常数 A を定義した。

$$A = \frac{I}{(f + k\omega_0)g} \quad (6)$$

此等の式から明らかなように、感度を良くするためには A の値を大にしなければならない。それには次の 2 方法が考えられる。

- 1) 慣性環慣性能率を大きくする。
- 2) 慣性環の定常回転角速度 ω_0 を小さくする。

第 1 の方法によれば、装置の形状も大きくなり、又慣性能率の増大と共に重量の増加をきたすと、軸受摩擦トルクは重量に比例するから、 f が大きくなる可能性がある。

今仮りに、先に述べた装置に於て、重量をかえずに慣性能率を大きくし、次の諸元をもつ慣性環を使用して装置を構成した場合の感度を計算する。

慣性環は外径 150 mm とし内径 65 mm 厚さ 5 mm の金属部を有し、中央支持部はプラスチック製でその重量を無視すれば

$$\text{重量} = 190 \text{ gr. (真鍮)}$$

$$\text{慣性能率} = 9210 \text{ gr. cm}^2$$

重量はむしろ軽くなったので摩擦トルクは変わらないとし、定常回転角速度 ω_0 を $\pi/2$ とすれば

$$A = 33.4 \text{ sec}^2$$

従って角速度変化量毎秒 0.01 度に対する切断時間 T_0 を計算すると

$$T_0 = 11.7 \times 10^{-3} \text{ sec.}$$

逆に切断時間 T_0 を 1 マイクロ秒にした時の角速度変化量 $\Delta\Omega$ は次のようになる。

$$\Delta\Omega = 1.5 \times 10^{-5} (= 0.85 \times 10^{-3} \text{ 度})$$

このように、微小角速度変化量を計測する可能性も持っている。

これに反し、大きな角速度変化量計測用としては測定に要する時間が本質的に長いので適当でない。例へば、毎秒 10 度の変化量であれば切断時間 T_0 は前記の装置を使用したとして計算すれば ($A = 33.4 \text{ sec}^2$)

$$T = 2 \times 33.4 \times \frac{\pi}{4} \div 12 \text{ sec}$$

これより見れば、せいぜい毎秒 2 度当りの変化量までが可測範囲とし得るのではないか。

慣性環の定常回転角速度 ω_0 は小さい程、感度は良くなる。しかし実験によれば、余り小さいと外部の振動等の影響を受け易く、これが駆動腕と慣性環の被動用突起との接触に影響する。この点の接、断はここに設けられた電気接点を通過する電流の断続によって、計測した。この際、電流の断続に駆動点に於ける本来の断続以外のものが観測された。それ故、この実験では角速度を毎秒 $\pi \text{ rad.}$ を最小値とした。

原動力として同期モータを使用したのは、その回転角速度が一定、かつ安定している事はもち論、このモータでは回転部とこれを取りまく駆動用磁極との磁氣的結合が強く、磁極の極めて僅かな角変化も直ちに回転部の角変位となり、磁極が回転角速度を持てばこれも直ちに回転部に現れる。その間に殆んど遅れがない。

この事はここに述べた装置の本質に関する事で既に原理を述べたように、慣性空間に於て回転している回転体の慣性を利用している。従って慣性環を駆動するモータ軸にも慣性的おくれがあって、外部の回転運動に直ちに從わなければこの装置は成立しない。

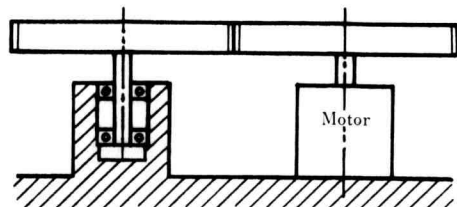


Fig. 5. The principle of the inertiales connection

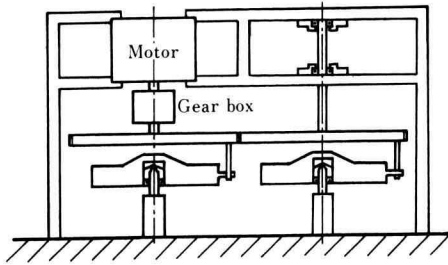


Fig. 6. The complete style of the instrument

特に微小回転角速度変化量, 例えば毎秒 0.01 度程度の測定ではこの同期モータの外部回転に対する慣性的おくれが無視できないと思われるので, 回転部の慣性能率が小さく, かつ磁極との結合度の強い同期モータを必要とする。

しかし本質的にモータ回転部の慣性的おくれは存在すると思われる。その影響を除去する方法として, モータ回転軸の回転を高速にし, 歯車列による減速比を大きくする。この事は同時にモータの振動的乱調度の影響も軽くしている。

極めて有効な方法として図 5 に示したように, モータ軸に一組の歯車列をもうけ, モータ回転軸と逆回転を行なわせることである。この場合, 付加した逆回転部の慣性能率はモータのこの歯車列に至るまでの慣性能率と等しくすればその効果は大きく, 殆んど慣性的

おくれは無くなる。

構造の説明に於て示したように, 慣性環によるこの装置では慣性環の回転方向によって測定さるべき角速度の方向はきまるから, 逆方向の角速度に対しては別に同様な慣性環を設けなくてはならない。結局この装置では図 6 のように, 同一モータから駆動される正逆方向の定常回転をしている 2 個の慣性環より成立する。

この点は本装置の極めて有利な点で, レーザジャイロに於ける引き込み現象を考慮する必要もなく, この点を利用すれば更に発展するであろう。

測定可能範囲についても, 既に述べたように, 毎秒 2 度以上の大きな角速度変化量に対しては測定に要する時間が長く, 応答性が良くない。

又測定さるべき物理量は過渡的な回転角速度の変化量であって持続的な定常値ではない。

これらの点より, この装置は角変位, 或いは角速度等の自動平衡測定装置の不均衡値測定用検出装置として有益であって, 単独に使用される計測器ではない。

参 考 文 献

- 1) 沖喜久雄: 自動車用航法システム序論 幾徳工業大学研究報告理工学編 第 7 号, 1982.