

# マイクロコンピュータによる有限要素構造解析と グラフィックスの応用

田 辺 誠

## Finite Element Structural Analysis and Graphics on Microcomputer

Makoto TANABE

### Abstract

A linear structural analysis program for engineers (ASA) on 16 bits microcomputer with the main memory of 512 KB is presented and demonstrated. It has an element library of beam, spring, and four nodes plane stress, plane strain, axi-symmetric solid, membrane, plate, and flat shell elements. Nodal sequence is renumbered automatically to minimize the front width and the efficiency of linear equations before solving by a frontal method. It has a software architecture of modules and files to treat large problems on restrictive microcomputer. Data transfer between modules is made only through files, which enable to restart from an arbitrary module at recalculation. The input is given by free format for analysis data and by conversational way for the post processing. Computer graphics is applied to have the structural plots, deformed shapes with or without hidden lines, contour plots of stress, strain and displacement, and the animation of deformation in conversational manner.

Numerical examples are demonstrated and the effectiveness of the micro system is discussed.

### 1. は じ め に

最近の情報処理機器の大きな変化の一つに、高性能で低価格のマイクロコンピュータの出現があげられる。8 bit 機, 16 bit 機, さらには大型機にもせまる 32 bit 機と, エンジニアリングのための各種のマイクロコンピュータ・システム, あるいはワークステーションが普及しつつある。マイクロコンピュータの特徴は, 1) コストパフォーマンスにすぐれていること, 2) グラフィックスを応用した会話的利用にすぐれ, 考えながらの作業に効果的なこと, 3) 特別の設備や人員を要しない通常の作業環境で, すきなときにすきなだけ利用できる容易さがあること, などがあげられる。そこで, 従来は, 大型機を前提として進歩した有限要素法による構造解析を, 非線形問題や大型のものを除いて, 通常の問題は, エンジニアあるいは研究者が手元のマイクロコンピュータで行なうことが現実的になり

つつあり, その試みも多方面でなされている<sup>1-3)</sup>。しかしながら, 大型機に較べれば, マイクロコンピュータは, 1) 主記憶, 外部記憶上の制約, 2) 演算速度の制約, 3) 標準化の遅れ, などの特殊条件があり, 従来大型機上で開発されたソフトウェアのそのままの移植ではデータの作成, 実行, 結果の処理等に, 不具合を生じる。これらマイクロコンピュータの特徴を生かした, エンジニアのための使い易いソフトウェアの開発が望まれる。以上の観点から, 16 ビットマイクロコンピュータとグラフィックスをベースにした線形構造解析プログラム ASA (A Structural Analysis program for engineers) の開発を行なったので, その概要を述べる。さらに実際の解析例を通して, エンジニアリング・ワークにおけるマイクロコンピュータシステムの実用性と有効性を検討する。

### 2. システム構成

ここで使用したマイクロコンピュータは, CPU に

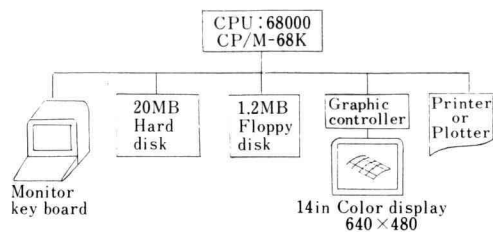


Fig. 1. Configuration of TALOS 68 K system

16 ビットのモトローラ 68000 (8 MHz), 主記憶が 512 KB の, ウェーブコーポレーション製の TALOS 68 K システムで, ハードウェア構成は Fig. 1 のとおりである。外部機器として, 20 MB のハードディスク, 8 インチフロッピーディスク 1 台, プリンタ, プロッタ, および内蔵 1,024×1,024, 表示 640×480 ピクセルで 7

色のグラフィックディスプレイを接続している。プリンタとプロッタは, スイッチで接続を切り変えることができる。OS (Operating System) は, 8 ビット機の主流である CP/M-80 の 16 ビット機版である CP/M-68 K<sup>4)</sup> を使用している。CP/M-80 と CP/M-68 K では, コマンドやファイル等に完全な互換性があり, 使用上の差はない。実際, 筆者らは CP/M-80 のもとで作動するエディターでソースプログラムを作成し, CP/M-68 K のもとでこれをコンパイルし使用している。プログラム言語として SVS FORTRAN<sup>5)</sup> を使用している。この FORTRAN は, FORTRAN 77 のいわゆるフルセットで, 大型のプログラムも分割なしに直接にコンパイル・リンクを行なうことができる。5,000 ステップ程度のプログラムをコンパイル・リンクし, 実行形式を作成するのに 7 分程度の時間を要する。

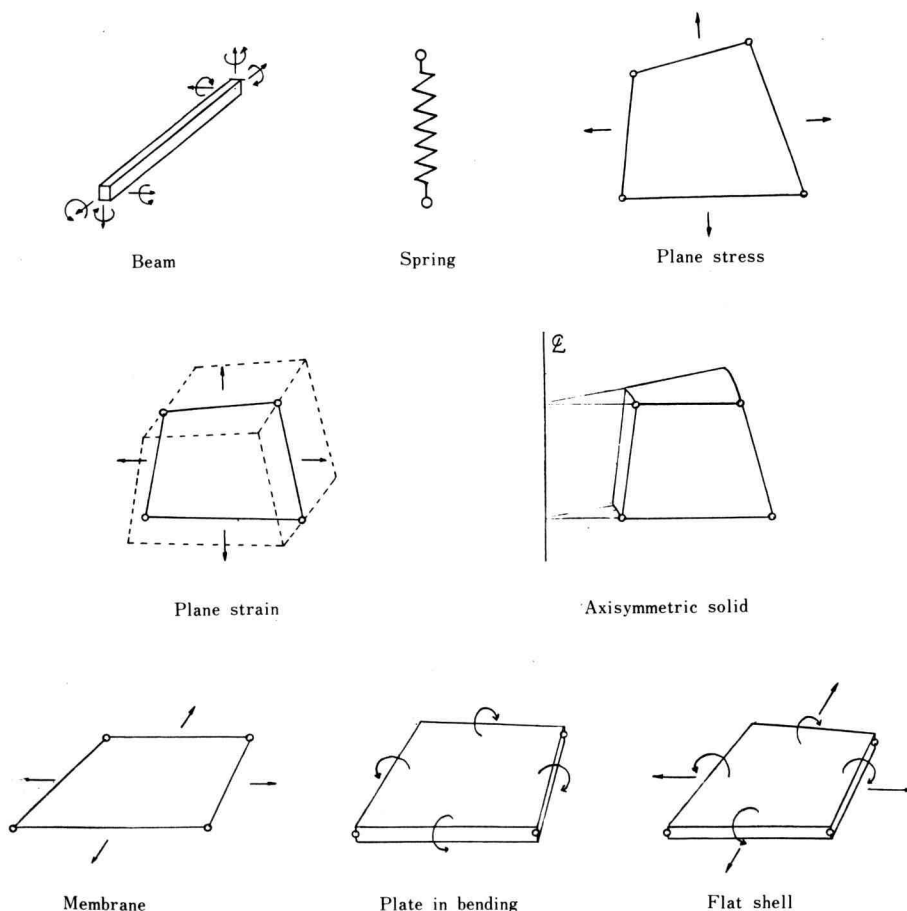


Fig. 2. Element Library

### 3. 解析機能の概要

#### 1) 要素ライブラリ

本プログラムは有限要素ライブラリとして、三次元はり要素、三次元板要素、およびアイソパラメトリックな4節点の、平面応力要素、平面ひずみ要素、軸対称ソリッド要素、板曲げ要素、膜要素、平板シェル要素の8つのタイプの要素を有している (Fig. 2)。ここで、板曲げ要素と平板シェル要素は、Kirchhoff の仮定を放棄した4節点要素で、せんだん変形を考慮しており、比較的厚い板に対しても適用できる<sup>6,7)</sup>。また、通常の平板シェル要素では、面内回転に関する剛性を有していないことから、三次元問題を解く場合に、隣接要素が同一平面上にある節点の面内回転を拘束する必要があるが、ここではLagrange乗数法により、以下の汎関数  $\Pi_t$  を付加して拡大汎関数を作成し面内回転に関する剛性を得ている。

$$\Pi_t = K_t G \gamma \int_A \left[ \theta_z - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial X} - \frac{\partial u}{\partial Y} \right) \right]^2 dA$$

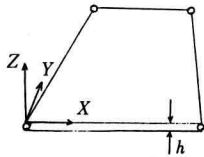


Fig. 3. Flat shell

ここで、 $K_t$  はねじれ剛性に関するパラメータ、 $G$  はせんだん弾性係数、 $\gamma$  は板厚、 $A$  は板の面積、 $u, v, \theta_z$  はそれぞれ、 $X$  方向変位、 $Y$  方向変位、 $Z$  軸まわりの回転角を表わす。こうして、面内回転剛性を剛性マトリックスに付加できたことから、上述の面内回転を拘束する手間を省くことができる。本プログラムでは、タイプの異なる要素の併用は、可能である。また要素剛性マトリックスを格納する外部記憶 (ハードディスク) の容量を越えなければ、使用する要素の数にプログラム上の制限はない。

#### 2) スパースな連立一次方程式の解法

有限要素解析で現われるスパースな連立一次方程式を解くには、バンド法、スカイライン法、フロント法の三つの解法が代表的である。連立一次方程式を解く (三角分解) ために必要な基本的な演算数では、フロント法とスカイライン法が最小であるが、連立一次方

式をインコア解法\*で解くために必要なメモリ数では、フロント法が最小である。マイクロコンピュータでは主記憶に大きな制約があることから、本プログラムではフロント法を使用している。扱かう連立一次方程式の元数には制限はないが、最大フロント幅  $n_F$  には、使用可能なメモリ数 (語) を  $M$  とすると、ほぼ以下の制限がある。

$$n_F \leq \sqrt{2 \times (0.8M) / \text{IDBL}}$$

ここで、IDBL は倍精度計算の場合には2、単精度計算の場合には1の値をとる。

#### 3) 節点番号のつけかえ (renumbering)

フロント法で連立一次方程式を三角分解するために必要な乗算数および加算数  $\sigma$  は、ほぼ次式で推定することができる。

$$\sigma = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n n_i^2$$

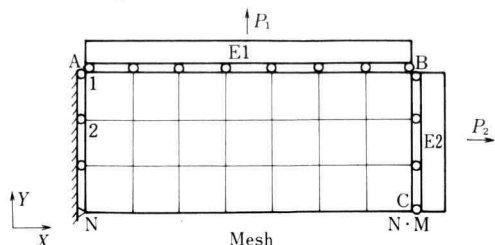
ただし、 $n, n_i$  は、それぞれ連立一次方程式の元数および  $i$  行 ( $i=1, n$ ) のフロント幅である。 $\sigma$  はエフィシェンシー (efficiency) と呼ばれる。連立一次方程式を解くために必要なCPUの所要時間  $T$  は、ほぼ次式で推定できる。

$$T = c\sigma$$

ここで、 $c$  は使用する計算機の演算速度に依存する定数で、連立一次方程式を三角分解するには、その理論上の乗算、加算に加えて、データのメモリからのアクセスやメモリへの格納、プログラムの実行等の付属的な演算が必要なことから、通常の計算機では、1回の乗算に要する計算時間の6~10倍程度の値となる。本プログラムでは節点番号のつけかえ (renumbering) を、修正 King 法で行ない、エフィシェンシー  $\sigma$  と最大フロント幅  $n_F$  の縮小を行なっている<sup>8)</sup>。 $\sigma$  と  $n_F$  を減らすことにより、それぞれ演算時間およびインコア解法に必要なメモリ数を減らすことができる。節点番号のつけかえは、連立一次方程式を解く前処理として自動的に行なわれる。

\* in-core solution, 連立一次方程式を解くための主要な中間データは、外部記憶を使用しないですべて主記憶に格納して解く方法。

Table 1 Computation time to impose constraint equations



Problem Description					Program A		ASA	
CASE	N	M	DOF'S	CEQ	CPU	I/O	CPU	I/O
1	19	51	1900	E1	41.8	33.6	2.1	6.1
2	19	51	1850	E1+E2	63.0	33.8	2.5	6.1

(SEC)

## 4) 境界条件と制約条件

境界条件では、拘束条件 (SBC, Suppressed boundary condition), 規定変位条件 (PBC, prescribed boundary condition) および、次の線形の制約条件 (CEQ, constraint equation) を与えることができる。

$$c_1 \cdot u(i_1, j_1) + c_2 \cdot u(i_2, j_2) + \dots + c_m \cdot u(i_m, j_m) = 0.$$

ここで、 $u(i_l, j_l)$  ( $l=1, m$ ) は、節点  $i_l$  の  $j_l$  方向の変位を表わす。制約条件の処理は、通常は全体剛性マトリックスを作成したあとになされる。したがって、大規模な問題では全体剛性マトリックスを主記憶に一度に格納できないことから、外部記憶を使用しながら分割して行なうことになり、主記憶と外部記憶の間のデータ転送に多大な計算時間がかかる。ここでは、制約条件を要素マトリックスに課すことにより、これらのデータ転送のための演算時間および外部記憶の節約をはかっている。

Table 1 は従来の手法を用いている商用プログラム A と、本プログラムの制約条件の処理に必要な演算時間を比較したものである。ここで E1 は辺 AB 上の Y 方向変位を、また E2 は辺 BC 上の X 方向変位をそれぞれ等しくする制約条件である。制約条件の数が増えると本プログラムの手法は、かなりの演算時間を節約している。

## 5) 荷 重

荷重として、節点荷重、自重等の要素荷重、温度荷

重、および強制変位を与えることができる。これらの荷重によって 1 つの荷重ケースを定義する。同時に解ける荷重ケース数に制限はない。

## 4. ソフトウェア構造

## 1) フリーフォーマットのデータ入力

マイクロコンピュータでは、基本的にキーボードからデータを入力することになるので、カラムを意識しない、フリーフォーマットの入力形式は不可欠である。入力方法として、さらに進んだ会話形式も考えられる。入力データの種類、およびデータ量が少ない場合には、会話形式は、容易でわかりやすい利用上の利点がある。しかしながら、構造解析に関係した入力データは多種類で、問題によっては多量になる。したがって、これらの入力を、すべて会話形式で行なうには、(1) 節点座標、要素、境界条件などの多量のデータについては、少ないデータで入力データを内部生成する、メッシュ生成などの自動生成機能、および (2) 入力データの取り消し、修正、追加が容易であることが重要である。これらを満足し、また利用者の入力ミスにも対応できる、会話型入力データの処理プログラムは、一般に非常に大がかりなものになる。場合によっては解析部分をはるかに越えるプログラム量になる。さもないければ、入力ミスによって、コンピュータからの一方的な質問からぬけられなくなったり、すでに入力したデータを消してしまう不十分なものになる。中途半端な会話型プログラムほど腹の立つものはない！ 構造解析用の入力データは、解析結果のポスト処理と異なり、通常はプログラム使用の時点でデータが確定しており、本質的に、考えながら会話的に入力する性質のものではない。本プログラムでは、結果を見ながら操作を行なう必要のある解析結果のポスト処理は会話型で入力を用い、解析のための入力データは、そのプログラム作成の容易性、またデータの入力、変更および保存の容易性、さらに CAD によってメッシュ分割された幾何データを直接入力することも必要なことから、以下のフリーフォーマットの入力方法を用いている (Fig. 4 の例参照)。

(1) すべてのデータは、データの種類を表わす 4 文字以内の英字からなるラベルと、実データの組で構成され、この組単位で任意の順に入力する。

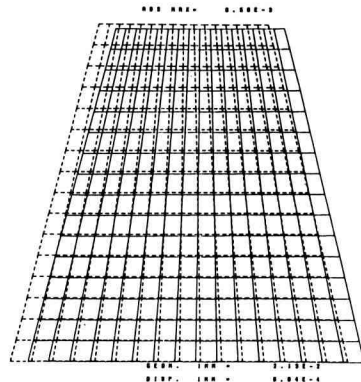
(2) 実データは、データの種類ごとに定まった行のデータからなる。行ごとに指定の数の数値データを与

```

TITL TAPERED QUADRILATERAL MEMBRANE
NODE
17 4 1 0
289 4 3 0
273 0 4 0
1 0 0 0 17 273 289
ELM
1 4 1 1 2 19 18 16 1 16 17
MAT
1
210E+9 0.3 0.1 68.67E+3 7E+3 2.3E-4
SBC
1 1 17 17
1 2 17 17
LOAD
1 2 0 0 0 0 0 0
17 2 0.625E+6 2 272
34 2 1.25E+6 15 17
END

```

(a) Input data list



(b) Deformed shape

Fig. 4. Example of input data and the deformed shape

える。行内の中間の零データは省略できないが、以降が全て零の場合には零データを省略できる。

(3) 数値データ間はブランク, またはカンマで区切る。

(4) 行が1行で書けない場合は, 最後のデータのあとにカンマを書き次行に継続する。

(5) 数値データは, 実数または整数の任意のタイプで入力が可能である。例えば, 123.0 は以下の任意の形式で入力することができる。

123.0 123 1.23 E2 12.3+1 0.123+3 123.

(6) 節点座標, 要素, 境界条件データについては, 規則的な繰り返しを可能にするプリミティブな自動生成機能を有する。

## 2) モジュール・ファイル構造

マイクロコンピュータは, 大型機に比べ, 主記憶に大きな制約があるので, 大型のプログラムを実行するには, あるまとまった機能ごとに, いくつか分割する必要がある。この一つのまとまったプログラム単位をモジュールとよぶ。モジュール間のデータの授受は, ファイルを通して行なわれる。したがって, モジュールとは入力ファイル  $I_1, I_2, \dots, I_m$  から出力ファイル  $O_1, O_2, \dots, O_n$  を作成するプロセッサと見なすことができる (Fig. 5)。本プログラムは4つのモジュールで構成される (Fig. 6)。モジュール M1 は, フリーフォーマットの入力データのファイル EX. DAT を入力し, 内部ファイルを作成する。モジュール M2 は, 節点番号をつけかえ, プログラムの内部処理に必要な各種の内部テーブルを作成し, 要素マトリックスを作成する。

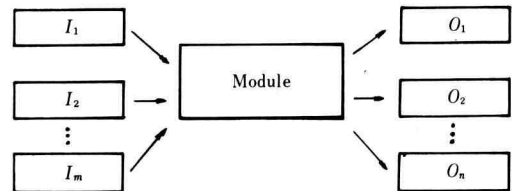


Fig. 5. Module and file

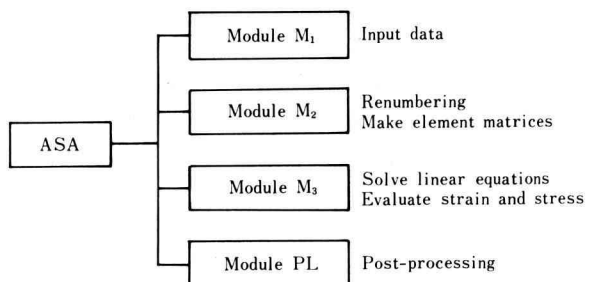


Fig. 6. Modular structure of ASA

モジュール M3 は, 要素マトリックスを組み立てながら連立一次方程式を解き, 要素応力を計算する。モジュール PL は, 有限要素データのグラフィック表示モジュールで, 入力データおよび解析結果を会話的に表示する。このように, プログラムがモジュール・ファイル構造で作成されているので, 入力ファイルが存在すれば, 必要に応じ, 任意のモジュールの再計算を何回でも行なうことができる。すべてのファイルは, FORTRAN 77 のデータベースで, 作成, 保存, 消去が行なわれる。本プログラムでは, ファイル操作に関

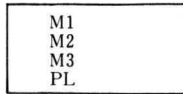


Fig. 7. Submit file ASA. SUB

し、標準の FORTRAN 77 が用意しているコマンド以外は、一切使用していない。プログラムの実行は、CP/M が用意している Submit ファイルによって行なわれる (Fig. 7)。実行は単に ASA と打つだけでよい。すると、モジュール M 1, M 2, M 3, PL が順次実行される。

### 5. グラフィックスによる会話型ポスト処理

モジュール PL は、グラフィックスにより会話的にポスト処理を行なう。任意の角度からの入力図や変形図の作成 (陰線処理も含む)、変形のアニメーション、各種解析結果の等高線 (コンタ) 表示、図形のズーム、移動、縮尺、部分表示、プロッタファイルの作成等を会話的に行なう。会話型グラフィックコマンドは、2 文字の英字とそれに続くパラメータからなる。主要なものとして Table 2 のものがある。

Table 2 Graphic commands

コマンド	説 明
CA	作図荷重ケースの指定。
DR	入力図、変形図の作成。
HD	陰線処理し、入力図、変形図を作成する。
AD	変形のアニメーション表示を行なう。
AH	陰線処理し、変形のアニメーション表示を行なう。
C	変位、ひずみ、応力のコンタ図。
ZM	作図の縮小、拡大、移動 (上、下、左、右)。
SC	作図の縮尺を与える。
MX	x, y, z 座標値に別々のスケールをかける。特に縦横比の極端な構造図を表示する場合に有効。
MD	変位にスケールをかける。
EL	指定した要素のみ作図する (部分図)。
MS	指定した材料番号の要素のみ作図する (部分図)。
VT	プロッタ用のファイルを作成。

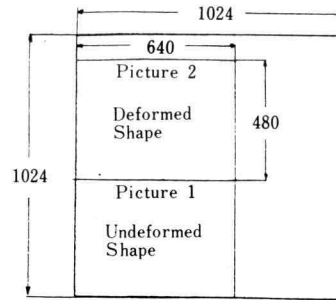


Fig. 8. Two pictures assigned in display memory

#### 1) アニメーション

TALOS 68 K システムでは、内部 1024×1024 ピクセルの画面を有しているので、640×480 ピクセルの表示画面を 2 画面とることができる (Fig. 8)。画面 1 に変形前、画面 2 に変形後の形状を描き、表示画面を交互に切り変えることによりアニメーション表示を行なっている。アニメーションにより、三次元構造物の変形のモードを視覚的に理解することができる。また構造の一部だけを拡大したアニメーションも可能である。

#### 2) プロッタ出力

グラフィックス表示されたものを、プロッタに出力するには、作図に先立ちコマンド  $PT_i$  を入力する。ここで、 $i$  は作図番号で、プロットファイル  $FILEi. PLT$  が自動的に作成される。プロッタの作図を得るには、プリンタの接続をプロッタに切り変えて、単に CP/M コマンド  $TYPE FILEi. PLT$  と打てば良い。

## 6. 計 算 結 果

#### 1) 円孔板の応力解析

円孔を有する板が引張荷重を受ける (Fig. 9)。最小断面での応力を理論解と比較する。対称性から領域の 1/4 を切り出し、4 節点アイソパラメトリックな平面応力要素による、三つのタイプのメッシュを作成した (Fig. 10)。Fig. 11 は最小断面 AB に沿って y 方向の応力  $\sigma_y$  を図示したものである。メッシュの細分によって、理論解<sup>9)</sup> に良好な一致を示している。

#### 2) 台形断面を有する軸方称厚肉シェルの解析

本問題は NAFEMS ベンチマーク問題<sup>10)</sup> の一つで、

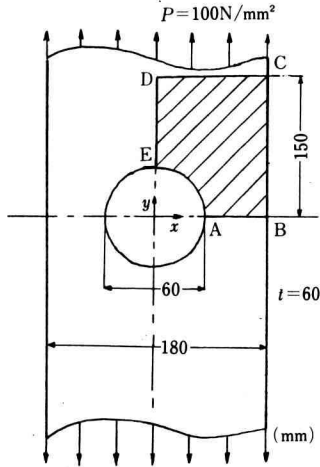


Fig. 9. Plate with a circular hole

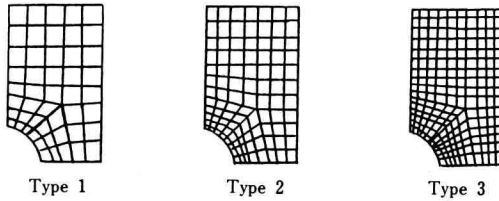


Fig. 10. Meshes

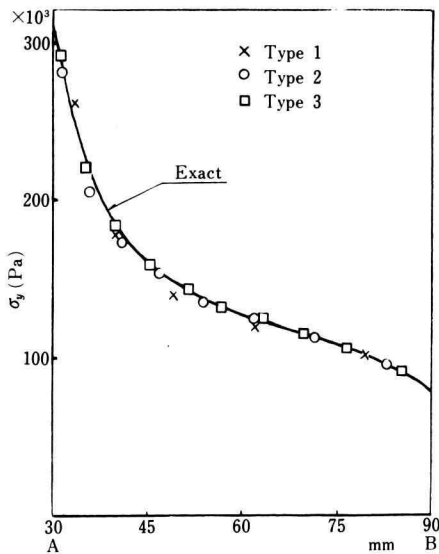
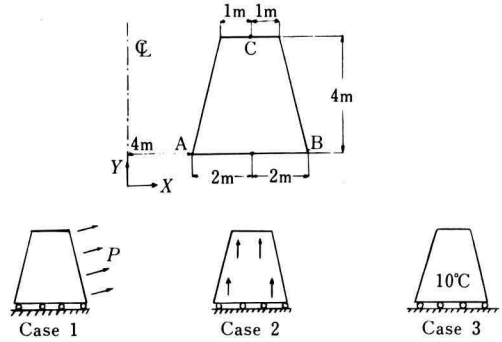


Fig. 11. Stress distribution along AB



$P=10^8 \text{ Pa}$

Acceleration of  $9.8 \text{ m/s}^2$   
to Y direction

Fig. 12. Axisymmetric solid

Table 3 Hoop stress at point C

Load case	ASA		Target value
	8×8 mesh	16×16 mesh	
1	232	230	228
2	-19.1	-19.8	-20.0
3	0	0	0

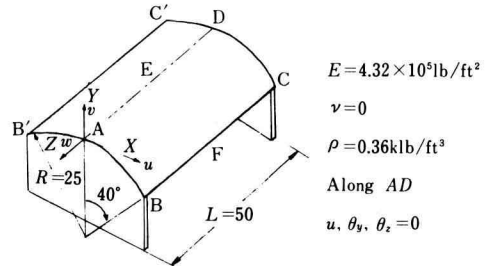


Fig. 13. Analysis of shell roof

台形断面を有する軸対称厚肉シェルに、一様な外面荷重、加速度荷重、温度荷重を与える (Fig. 12)。断面が台形であることから理論解は得られないので、NAFEMS ではメッシュを細分し収束した結果を目標値としている。Table 3 は、8×8、16×16 の二つのメッシュについて、本プログラムの C 点での円周方向の応力を NAFEMS の目標値 (target value) と比較したものであるが、良い一致を示している。

### 3) シェル・ルーフの解析

シェル・ルーフに Y 方向物体力が作用する (Fig.

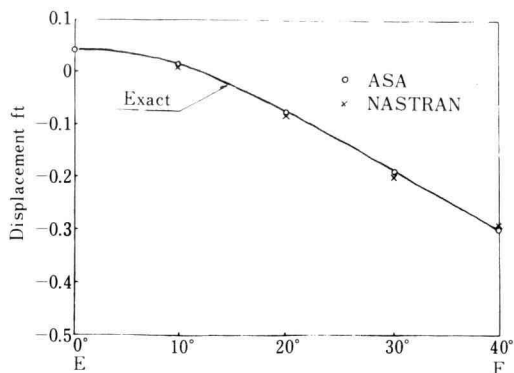


Fig. 14. Vertical displacement along EF

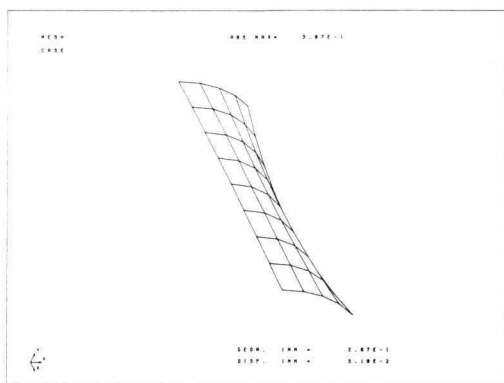


Fig. 15. Deformed shape of Shell roof (without hidden Line)

13)。BB', CC' は完全拘束である。対称性の条件から、40° の ABCD 部分を解析する。Fig. 14 は 32 のシェル要素でモデル化し、EF 上の鉛直変位を、理論解<sup>11)</sup> およ

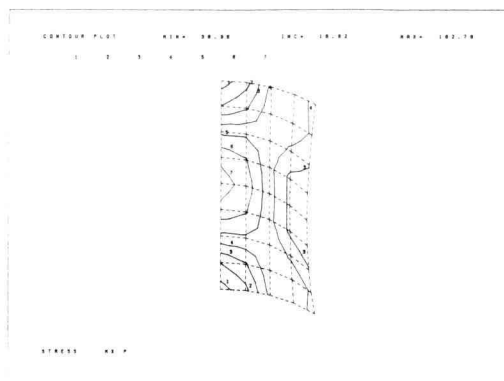


Fig. 16. Contour plot of maximum principal stress on deformed shape

び NASTRAN の結果と比較したものである。本プログラムの結果は理論解に良好な一致を示している。Fig. 15 は変形図、Fig. 16 はシェル上面の主応力のコンタ図を表わしている。

## 7. マイクロコンピュータによる実用解析

Table 4 は各種の問題に対し、静的解析を行ない、要した計算時間(分)を表わしたものである。ここで NDOF's は総自由度数、 $n_F$  は最大フロント幅を表わす。問題 3, 4, 5 については、倍精度計算も行ない、同様に要した計算時間を表わした。本マイクロコンピュータでは、倍精度計算(64 ビット)は、ソフトウェアで行なっていることから、単精度計算に比し、倍程度の計算時間を要する。大型機では、通常単精度と倍精度で演算時間に有意な差はない。問題 5 の、単精

Table 4 Execution time for various problems

Problem	Nodes	Elements	NDOF's	$n_F$	Execution time (minute)	
					Single precision	Double precision
1. Plane stress problem	289	256	578	36	9	
2. Axisymmetric solid problem	289	256	578	36	10	
3. Shell problem (1)	45	32	270	42	4.5	6
4. Shell problem (2)	152	126	912	60	15	23
5. Shell problem (3)	310	270	1860	72	38	60



度と倍精度計算による精度の差は、最大変位で1%程度であった。ただし、ひずみ、応力は変位の微分によって得られることから、さらに精度が落ちよう。通常の問題では、1000 自由度程度以上で倍精度計算が必要になる。問題3と4を大型機(富士通 M 190)で解かせたところ(単精度計算)、CPU 時間はそれぞれ9秒、20秒程度であったが、実行時間(計算機にインプットしてから結果を得るまでの時間)では、それぞれ18分、25分程度を要した。これは、大型機では時分割(time sharing)で同時にたくさんのジョブを処理していることによるもので、この実行時間は、処理中のジョブの数に作用され、非常にこむ時間帯では、この程度の問題でも実行時間が1時間以上かかることもありえる。大規模な問題では、大型機の利点は出るが、中小程度の問題ではこのようにマイクロコンピュータの方が効果的な場合がある。しかも、マイクロコンピュータでは即座に会話型のポスト処理に入れることから、作業上のメリットがある。

## 8. あとがき

現在使用されている汎用の構造解析プログラムのほとんどは、1970年代に開発され、大型機を前提とした大型のものが多く、これらは、パッチ形式で処理され、データは固定フォーマット入力、出力はプリンタ出力が標準的である。また要素ライブラリは、有限要素法の進歩に対応して古典的な要素から新しいものまで、実に沢山の要素をもち、通常のエンジニアが使用にあたって逆に選択に迷うことになる。コストパフォーマンスや会話型利用にすぐれた低価格のマイクロコンピュータとグラフィックス装置の出現によって、新しい数値計算法と洗練された要素をベースにし、グラフィックスを応用したエンジニアのためのコンパクトで手軽な構造解析プログラムが望まれる。これらの観点から、ここでは、マイクロコンピュータとグラフィックスをベースにした汎用線形構造解析プログラムが開発され、また実用規模の問題への適用を通し、マイクロコンピュータシステムのエンジニアリング・ワークへの有効性と実用性を確かめることができた。本プログラムは、モジュール・ファイル設計にもとづいていることから、モジュール間の独立性が高く、ソフトウェアの拡張が容易で、現在動的応答解析モジュールを別途開発中である。ここで用いたマイクロコンピュータ TALOS 68 K の性能は、筆者の数値実験によれば、

実効0.05 MIPS程度で、VAX 780の1/20程度の能力を有する。この程度のマイクロコンピュータでも、従来は大型機で処理された、中規模程度の実用問題に対し、手ごろな時間で解が得られることが示された。さらに大型の問題の場合は、夜帰宅前に投入し、翌朝解を得る効果的な使い方も考えられよう。今後、マイクロコンピュータはさらに大きな進歩が予想される。68020, 80386等の新しいCPUをベースにした0.4~4 MIPS程度の32ビットワークステーション、さらにこれらのCPUを多重に連結した新しいアーキテクチャである、2~数十MIPS程度のマルチプロセッサ型スーパーマイクロコンピュータも提案され<sup>12)</sup>、マイクロコンピュータあるいはワークステーションは、今後拡段に充実するものと考えられる。このような強力なワークステーションをベースにした有限要素法構造解析システムが、コンピュータを専門としない通常の研究者や技術者のエンジニアリングのための強力なツールとして、手で電卓のように手軽に利用されるようになるのも、それほど遠い話ではあるまい。

## 参考文献

- 1) E.L. Wilson, SAP-80 structural analysis program for small or large computer systems. Proc. CEPA Fall Conf. Newport Beach, California (1980).
- 2) 山田嘉昭, 平面骨組構造の有限要素解析プログラム, NAPRA SEMINAR 有限要素法プログラミングの新しいテクニック, 非線形解析プログラム研究会, 昭和60年.
- 3) 三好俊郎, MS-FORTRAN による有限/境界要素解析プログラミング, サイエンス社.
- 4) CP/M-68 K Operating System, Digital Research.
- 5) Jeffrey Barth, R. Steven Glanville and Henry McGilton, FORTRAN Reference Manual, Silicon Valley Software, Inc., 1982.
- 6) T.J.R. Hughes, R.L. Taylor, W. Kanoknukulcha, A Simple and Efficient Finite Element for Plate Bending, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 11, 1529-1543, 1977.
- 7) 田辺 誠, 板およびシェル構造解析の手法, NAPRA セミナー, 有限要素法とマイクロコンピュータ基礎講座, 非線形解析プログラム研究会, 昭和59年.

- 8) 田辺 誠, 非線形問題の能率的な解析手法, NAPRA セミナー, 有限要素法とマイクロコンピュータ基礎講座, 非線形解析プログラム研究会, 昭和 59 年.
- 9) 西田正孝, 応力集中, 森北出版, 1971.
- 10) A Kamoulakos, Gao Davies, D Hitchings, Benchmark Tests for Various Finite Element Assemblies, NAFEMS, 1985.
- 11) Worsak Kanok-Nukulchai, A simple and efficient finite element for general shell analysis, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 14, 179-200 (1979).
- 12) David Simpson, Multiprocessors Use Radical Architectures, Mini-Micro Systems, May 1986.