

# 各種補間法によるスペクトル推定の検討

石原 学・白滝 順・家入 勝吾

## Spectral Estimation by Several Interpolation Methods

Manabu ISHIHARA, Jun SHIRATAKI and Shogo IEIRI

### Abstract

This paper provides an interpolation method of comparative study of Akima's approximation, spline approximation and Lagrange's interpolation formula.

The result may be summarized as follows:

- (1) Akima's Approximation is fast in calculation.
- (2) It seems to be quite all right to consider spectrum envelope (case of step number 7).

The purpose of these methods is extraction of local peaks in the voice spectrum.

- (3) The Lagrange's interpolation formula is not useful for spectral estimation by interpolation method.

### 1. はじめに

最近、音波・光波などの波動を対象とした計測技術は広く実用化されている。これらの技術では共通して測定されたデータから波動の周波数、位相および振幅を検出する信号処理が必要である。

スペクトルを推定する場合には、高速フーリエ変換<sup>1)</sup>や最大エントロピー法<sup>1)</sup>が用いられる場合が多く、例えば音声スペクトルの推定には高速フーリエ変換が利用される。しかし、高速フーリエ変換そのものは、多くの演算時間を必要とし、専用の実時間測定器として高速フーリエ変換アナライザが開発されている。

最近のパーソナルコンピュータの高性能化および低価格化に伴って、パーソナルコンピュータにおいて高速フーリエ変換を利用する機会が増加している<sup>2,3)</sup>。

本研究では、3種類の補間法すなわち

- (1) 3次スプライン関数
- (2) アキマの多項式近似
- (3) ラグランジュの補間

を用いて、高速フーリエ変換されたパワースペクトルのピークの推定を行った。

パワースペクトルを求める一例として、単母音/a/

を利用してシュミレーション実験を行った。その結果、アキマの多項式近似を利用した補間が最も高速に演算を行うことができた。また、パワースペクトルのサンプル点を間引きした場合には、アキマの多項式近似と3次スプライン関数では、ほぼ同程度のパワースペクトルを表現していた。ラグランジュの補間は、この種の利用には不向きであることを示した。

### 2. 各種補間法について

#### 2.1 スプライン関数による近似<sup>5)</sup>

スプライン関数とは、多項式を何らかの連続条件を満たすように接続した区分的多項式であり、多項式の一つの自然な拡張であると考えられる。

スプライン関数にはさまざまな次数のものが考えられるが、近似関数の精度と計算量の関係から3次スプライン関数が多く用いられている。

ここでは、3次スプライン関数を利用して波形近似を行った。

3次スプライン関数は与えられた点をすべて通り、2次微分値まで連続な曲線で、滑らかな曲線を描くのに用いられる。3次のスプライン関数は、すべての点を関数値に等しく、1次微分値と2次微分値が連続であるという条件を満たす。このとき

条件：区間  $[x_i, x_{i+1}]$  のスプライン関数  $S_i(x)$  は次

の条件

$$\begin{aligned} S_i(x_i) &= f_i, \\ S_i(x_{i+1}) &= f_{i+1}, \\ S'_i(x_i) &= S'_{i-1}(x_i), \\ S''_i(x_i) &= S''_{i-1}(x_i) \end{aligned}$$

を満足する。

スプライン関数の各係数は、この条件を満足するように決定される。その結果  $S_i(x)$  は次のように表される。

$$\begin{aligned} S_i(x) &= \frac{1}{6h_i} [-u_i(x-x_{i+1}) + u_{i+1}(x-x_i)^3 \\ &\quad + (6f_{i+1} - u_{i+1}h_i^2)(x-x_i) \\ &\quad - (6f_i - u_ih_i^2)(x-x_{i+1})] \end{aligned}$$

ただし、 $u_i$  は 2 階微分値、 $u_i = S''_i(x_i)$  および  $h_i$  は分点の間隔、 $h_i = x_{i+1} - x_i$

$u_i$  値は次式により表される。

$$\begin{aligned} &h_i u_{i+1} + 2(h_{i-1} + h_i)u_i + h_{i-1}u_{i-1} \\ &= 6 \left[ \frac{f_{i+1}}{h_i} - \left( \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{i-1}} \right) f_i + \frac{f_{i-1}}{h_{i-1}} \right] \end{aligned}$$

ただし、端点条件は  $S''_0(x_0) = u_0$ ,  $S''_{n-1}(x_n) = u_n$  とする。

### 2.2 アキマの多項式による近似

アキマの多項式は 3 次区分局多項式であり、隣り合う任意の 2 点  $[x_i, x_{i+1}]$  を一つの区間として、これに一つの 3 次式が対応する。

たとえば、 $x_i$  のアキマの多項式は、 $x_i$  の両側の各 2 点と  $x_i$  を結ぶ四つの直線の傾きの平均を 1 次の係数とし、 $x_i$  におけるデータの値、すなわち、 $f_i$  を 0 次の係数とする。2 次および 3 次の係数もこれらの値より算出する。

点  $(x_0, f_0), (x_1, f_1), \dots, (x_n, f_n)$  とすると、区間  $[x_i, x_{i+1}]$  におけるアキマの多項式は

$$P_i(x) = a_{0i} + a_{1i}(x-x_i) + a_{2i}(x-x_i)^2 + a_{3i}(x-x_i)^3$$

$$h_i = x_{i+1} - x_i$$

$$m_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{h_i}$$

ここに、各係数  $a_{mi}$  は

$$a_{0i} = f_i$$

$$a_{1i} = \frac{|m_{i+1} - m_i| |m_{i-1}| + |m_{i-1} - m_{i-2}| |m_i|}{|m_{i+1} - m_i| + |m_{i-1} - m_{i-2}|}$$

$$a_{2i} = \frac{(3m_i - 2a_{1i} - a_{1i+1})}{h_i}$$

$$a_{3i} = \frac{(a_{1i} + a_{1i+1} - 2m_i)}{h_i^2}$$

と表される。

アキマの多項式は、スプライン関数と同様に、滑らかな曲線を描くのに用いられる。

### 2.3 ラグランジュの補間法

ラグランジュ補間は、 $n+1$  個の与えられた点をすべて通る多項式であり、いま各点  $f(x_k) = f_k$  ( $k=0, 1, 2, \dots, n$ ) としたとき、ラグランジュ補間多項式は、

$$P(x) = \sum_{k=0}^n L_k(x) f_k$$

で与えられる。この  $L_k(x)$  はラグランジュ補間係数で、

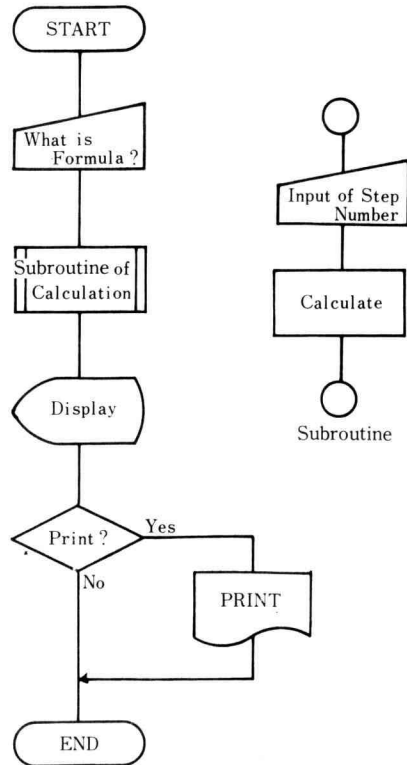


Fig. 1. Flow chart.

$$L_k(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{k-1})(x-x_{k+1})\cdots(x-x_n)}{(x_k-x_0)(x_k-x_1)\cdots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\cdots(x_k-x_n)}$$

$$= \prod_{\substack{i=0 \\ \neq k}}^n \frac{(x-x_i)}{(x_k-x_i)}$$

と表される。

### 3. 実験および考察

本シミュレーション実験のフローチャートを Fig. 1 に示す。

また、音声データは著者らの開発した音声分析システム<sup>6)</sup>によって得られた単音節データを利用した。この音声データは、12 bit の A/D 変換器を利用して、サンプリング周波数 10 KHz で取り込んだデータである。

#### 3.1 3次スプライン関数

高速フーリエ変換パワースペクトルを求めた音声信号 /a/ について、3次スプライン関数の近似を行った。ここでは、パワースペクトル点を1個飛びごとに得たパワースペクトルのグラフを Fig. 2 に示す。元の

音声信号 /a/ のパワースペクトルとはほぼ同程度のパワースペクトルが得られた。このときの演算時間は、約 11 秒であった。次に、データを3個飛びで得られた場合を Fig. 3 に示す。グラフに見られるように、スペクトルの微細な特徴が平均化されて、なめらかなエンベロープとして得られている。そのときの演算時間は約 5 秒であった。次にデータを7個飛びとしたときには、スペクトルが極大と極小の表現に十分な程度平均化されている。このときの演算時間は約 3 秒であった。このグラフを Fig. 4 に示す。

#### 3.2 アキマの多項式による補間

実験 3.1 と同じように、音声信号 /a/ の高速フーリエ変換のスペクトルに対して、アキマの多項式による補間を行った。高速フーリエ変換と同一なデータによる補間では、高速フーリエ変換と同一のパワースペクトルが得られた。このときのパワースペクトルを Fig. 5 に示す。この演算時間は約 11 秒であった。次に、データを1個飛びで得られたデータに対して補間を行うと、パワースペクトルの特徴が同一データの場合と同程度に表現されている。このときのパワースペクトルを Fig. 6 に示す。演算時間は約 6 秒であった。3個飛びのデータに対して補間を行ったものを Fig. 7 に示す。

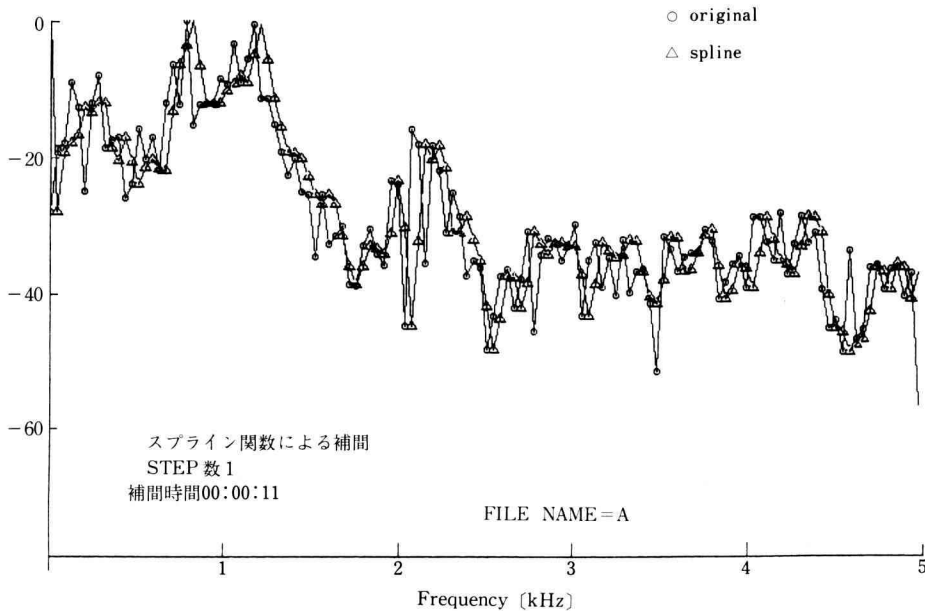


Fig. 2. Relation between power spectrum of vowel of/a/and spline function. (case of step 1).

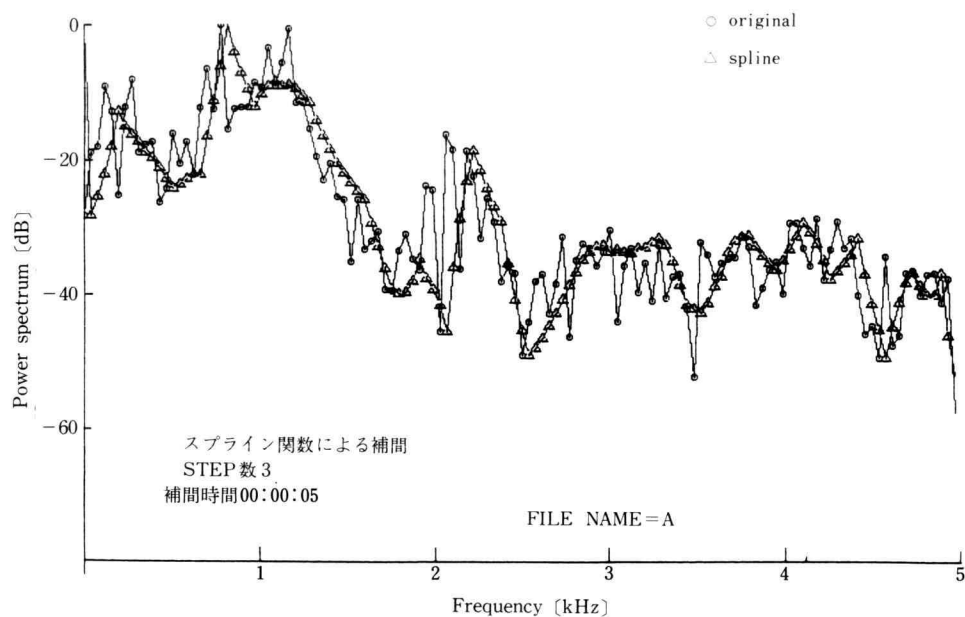


Fig. 3. Relation between power spectrum of vowel /a/ and spline function (case of step 3).

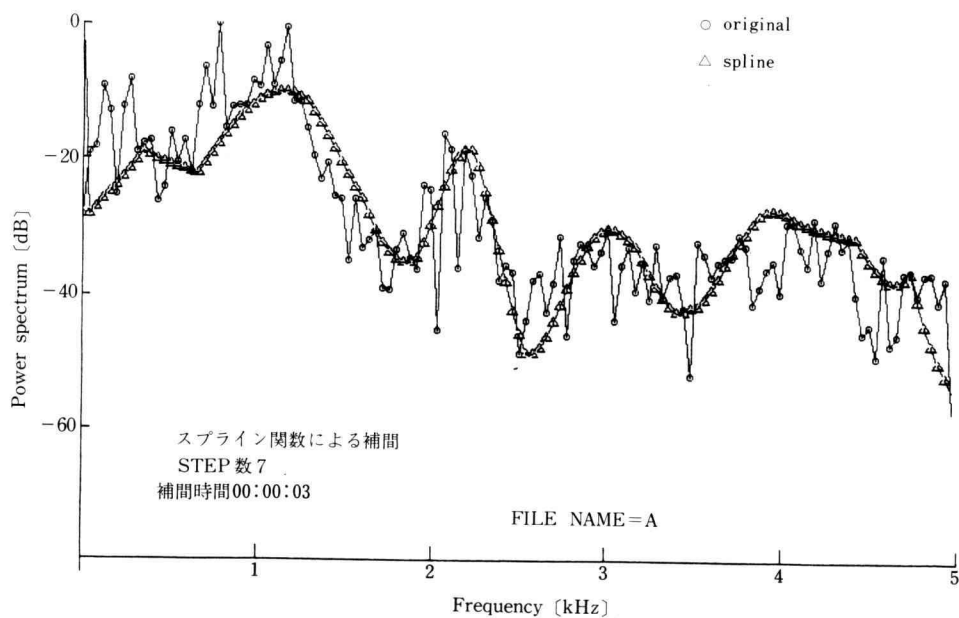


Fig. 4. Relation between power spectrum of vowel /a/ and spline function (case of step 7).

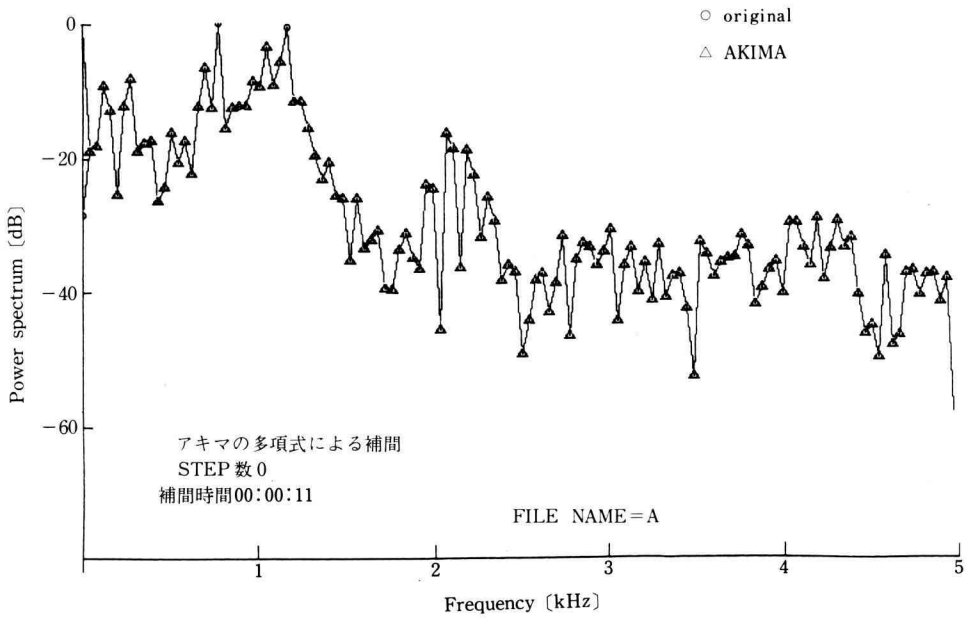


Fig. 5. Relation between power spectrum of vowel /a/ and AKIMA function (case of step 0).

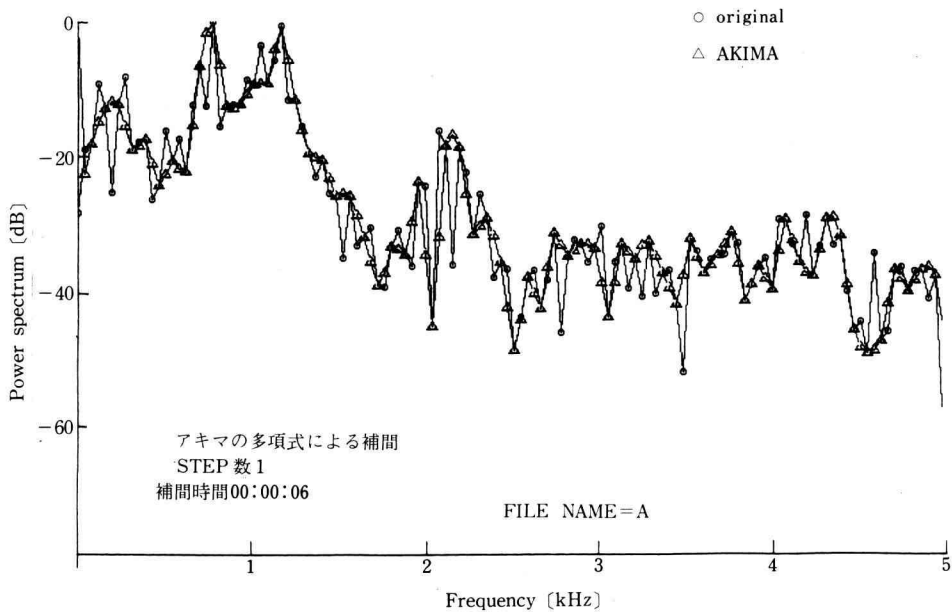


Fig. 6. Relation between power spectrum of vowel /a/ and AKIMA function (case of step 1).

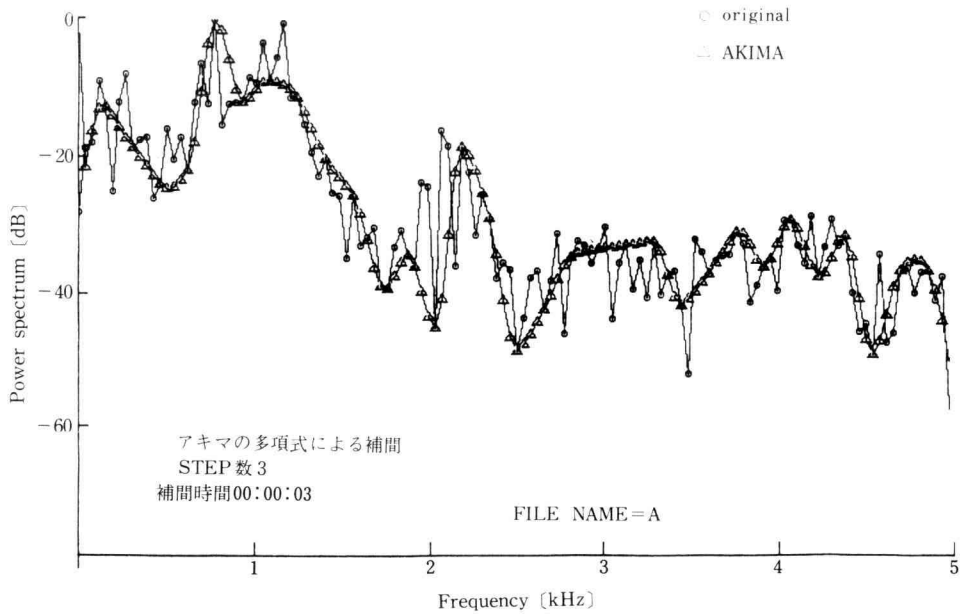


Fig. 7. Relation between power spectrum of vowel /a/ and AKIMA function (case of step 3).

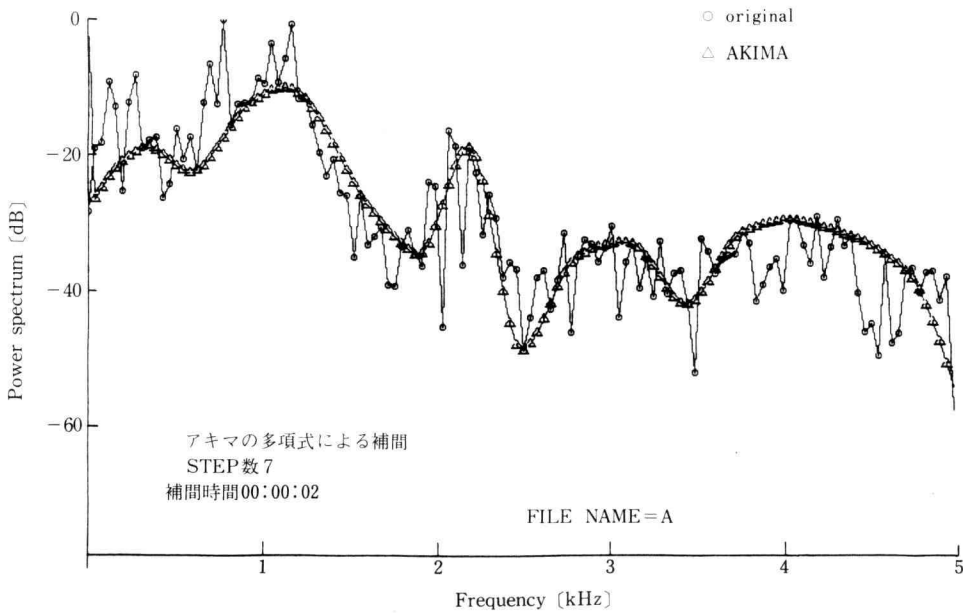


Fig. 8. Relation between power spectrum of vowel /a/ and AKIMA function (case of step 7).

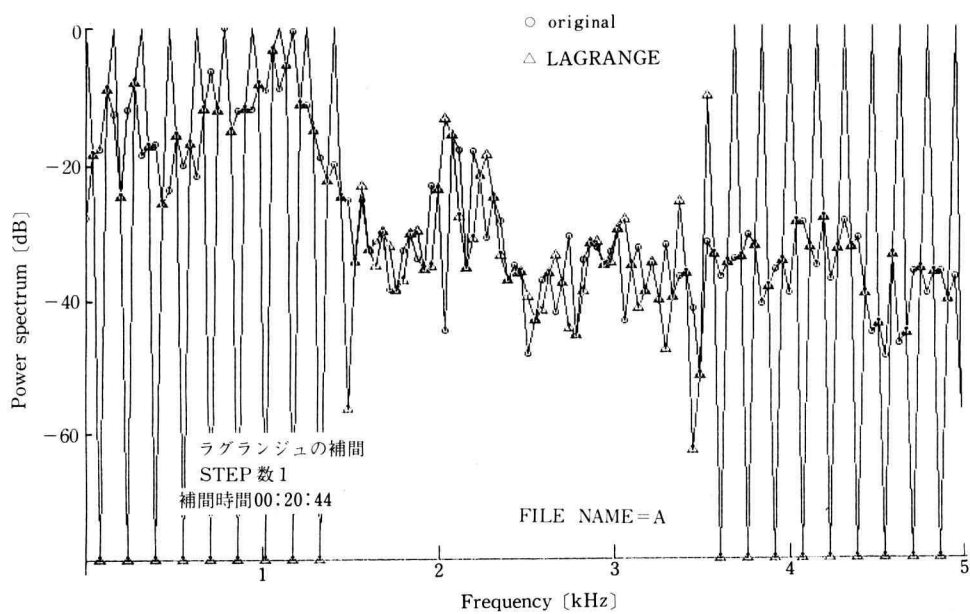


Fig. 9. Relation between power spectrum of vowel/a/and LAGRANGE function (case of step 1).

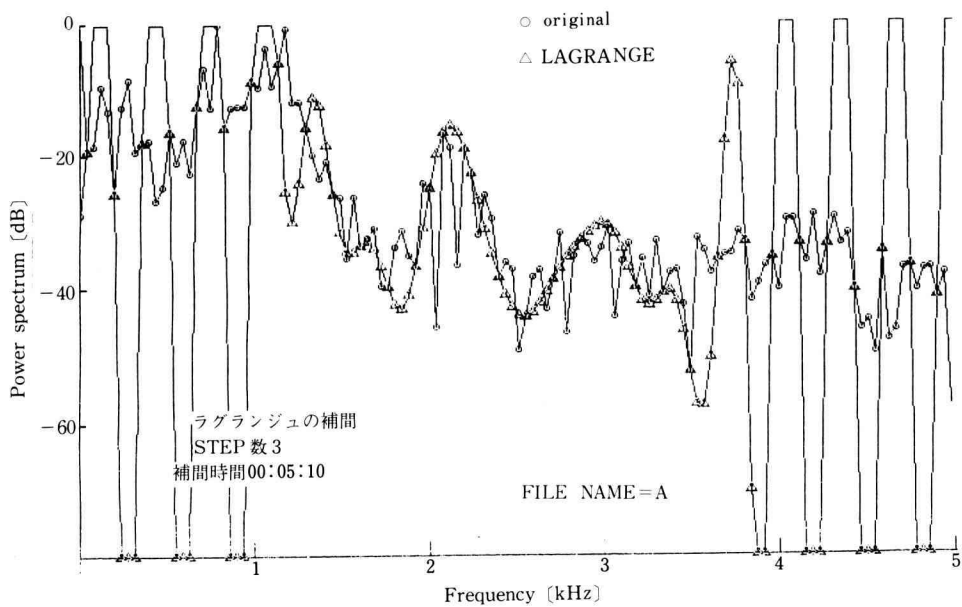


Fig. 10. Relation between power spectrum of vowel/a/and LAGRANGE function (case of step 3).

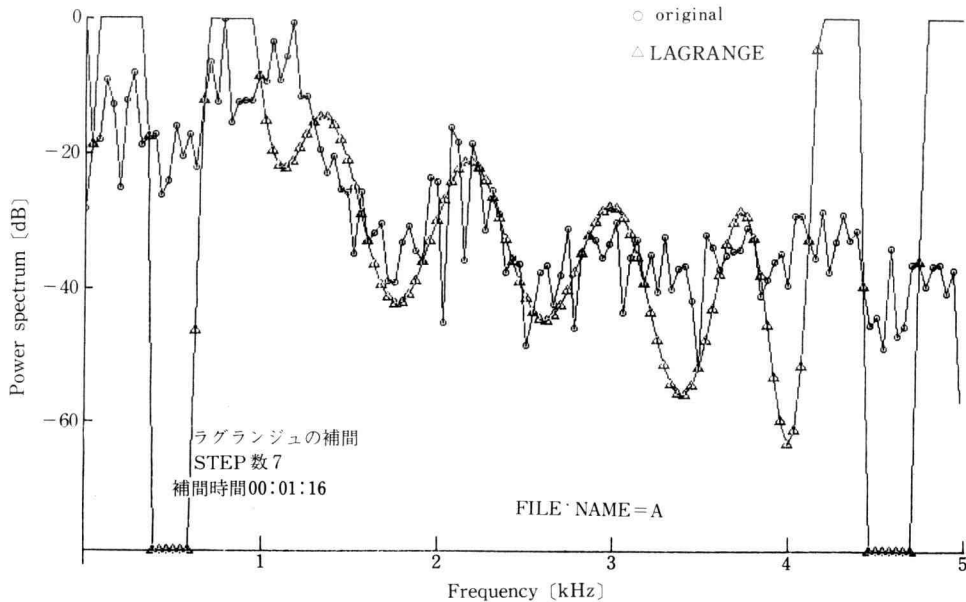


Fig. 11. Relation between power spectrum of vowel /a/ and LAGRANGE function (case of step 7).

パワースペクトルの極大の部分に対して比較的良好な特徴を持っているようである。演算時間は約3秒であった。7個飛びのデータに対して補間を行ったものをFig. 8.に示す。パワースペクトルの平均化(平滑化)したものと、極大と極小の特徴をよく表現していると考えられる。演算時間は約2秒であった。

### 3.3 ラグランジュの補間

高速フーリエ変換により得られたパワースペクトルに対してラグランジュの補間を行った。

ラグランジュの補間は、この種の補間には不向きで、パワースペクトルを求めるときに補間開始位置および終了位置の付近において振動をおこし不安定となる。その結果、数値演算でオーバーフローとなりパワースペクトルを得ることができない。このときの各1, 3および7個飛びで得られたパワースペクトルのグラフをFig. 9, 10 および 11 に各々示す。また、演算時間も数10分以上かかる。

## 4. あとがき

高速フーリエ変換により得られたパワースペクトルに対して補間を行い、このときのパワースペクトルの

特徴について若干の検討を行った。その結果、3次スプライン関数とアキマの多項式が良くスペクトルの特徴を表現していることを示した。また、演算時間についてはアキマの多項式がすぐれていることを実際のシュミレーションから求めた。

最近、音声のローカルピークを用いて音声認識<sup>7)</sup>を行う試みが報告されているが、これはパワースペクトルのピークを利用して認識するシステムである。このような場合に、データを間引きしても十分にパワースペクトルのピークが得られる可能性が考えられる。実際にこの種の補間法を利用して、ローカルピークに対応できるか実験を行う予定である。

また、データの間引きとスペクトル位置の関係について、さらに細かい検討を行う予定である。

最後に本研究の一部に昭和62年度本学学術研究費の一部を充当使用したのでここに付記して謝意を表す。



## 参 考 文 献

- 1) 例えば, 日野幹雄: “スペクトル解析”, 朝倉書店 (1977)
- 2) 大類, 織野, 牧野: “PC-9801 を用いた音声信号のスペクトル分析について”, 工学院大学研究報告, 第 59 号, pp. 189~196 (昭和 60 年 10 月)
- 3) 古賀, 青木, 池田, 城戸: “パーソナルコンピュータ利用音響データ収録システム”, 音響誌, Vol. 41 No. 12, pp. 881~885 (1985 年 12 月)
- 4) 長嶋(秀), 長嶋(祐): “数値計算法”, pp. 1~32, 昭晃堂 (昭和 62 年)
- 5) 市田, 吉本: “スプライン関数とその応用”, 教育出版 (1979 年)
- 6) 白滝, 石原: “パーソナルコンピュータを利用した音声分析システム”, 幾徳工業大学研究報告 B, 第 11 号, pp. 127~131 (昭和 62 年)
- 7) 池田, 青木, 古賀, 金, 城戸: “FFT スペクトルのローカルピークを用いた母音認識”, 音響誌, Vol. 41 No. 12, pp. 886~890 (1985)