

外乱を受ける周期時変プラントに対する 離散時間適応制御系の一構成法

河 合 敏 勝

A Method of Designing Discrete-Time Adaptive Control Systems for Periodically Time-Varying Plants with Some Disturbances

Toshikatsu KAWAI

Abstract

In this paper, a method of designing model reference adaptive control systems for periodically time-varying plants with some disturbances is considered. It is assumed that the time-varying plant has unknown time-varying parameters which vary periodically at known period N .

The structures of the controller which decouples the disturbances, in the cases where the parameters of the plants and the characteristic polynomials of the disturbances are known, are discussed.

Finally, to illustrate the structures of the controller which decouples the disturbances, the results of computer simulation of adaptive control systems applied to periodically time-varying plants with disturbances are presented.

1. ま え が き

離散時間適応制御は、モデル規範形適応制御系 (MRACS) と適応極配置系に大きく分けることができる。前者は、逆安定な時不変系のプラントやパラメータ変動が比較的緩慢である逆安定なプラントに対して適用可能である。後者は、むだ時間が未知で、逆不安定な時不変系のプラントに適用可能である。これに外乱を考慮した設計法は、いずれもほぼ確立されたといえる。

これに対して、最近、プラントの特性パラメータが時間とともに変動する時変系の設計法がいくつか提案されてきた¹⁻¹⁰⁾。これらの設計法は、プラントパラメータの変動を時間多項式で近似して MRACS を構成する手法^{4,5)}、プラントパラメータの表現に適するようにパラメータ調整則に修正を加え、周期時変系のアルゴリズムに拡張することによって、MRACS を構成する手法⁶⁾、そしてプラント出力の未来値を基にした予測器を構成してプラント入力が発生させ、閉ループ系の

極がすべて原点に存在する最小分散形の MRACS を構成する手法¹⁰⁾などが提案されている。しかしながら、これらのいずれの手法においても、プラントに加わる外乱は考慮していない。

本研究では、文献 6) の周期時変系に対する適応制御系に修正を加え、外乱を考慮した制御系に拡張し、外乱の除去に対する構成上の問題点を明らかにする。

2. 問題の設定

適応制御の対象となるプラントとして、次式で記述される外乱を受ける周期時変系の制御問題を考える。

$$A(k, z^{-1})y(k) = B(k, z^{-1})z^{-d}u(k) + w(k) \quad (1)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A(k, z^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{n_A} a_i(k)z^{-i} \\ |a_i(k)| &< \infty, a_i(k+N) = a_i(k) \\ B(k, z^{-1}) &= \sum_{i=0}^{n_B} b_i(k)z^{-i} \\ |b_i(k)| &< \infty, b_i(k+N) = b_i(k) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお, $y(k)$, $u(k)$ は, プラント出力および入力であり, z^{-1} は時間遅れ演算子を, N は時変係数の変動周期を示す。

上式のプラントに対して, 次の仮定を設ける。

- (1) $A(k, z^{-1})$, $B(k, z^{-1})$ は周期時変パラメータであり, プラントは安定な逆系をもつ。
- (2) $a_i(k)$, $b_i(k)$ は未知で, $b_0(k) \neq 0$ である。
- (3) むだ時間 ($d \geq 1$), 次数 nA , nB , パラメータ変動周期 ($N \geq 1$) は既知。

外乱 $w(k)$ はプラントに加わる外乱を表わしたものでつぎの特性を持ったものである。

$$D(z^{-1})w(k)=0 \quad (3)$$

ただし,

$$D(z^{-1})=1+\sum_{i=1}^{nD} d_i z^{-i} \quad (4)$$

(定数 d_i , 次数 nD は既知)

(1) 式のプラントに対応して, 次式で記述されるような望ましい動特性を持った規範モデルを考える。

$$A_m(z^{-1})y_m(k)=B_m(z^{-1})u_m(k) \quad (5)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} A_m(z^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^n \alpha_i z^{-i} \\ B_m(z^{-1}) &= \sum_{i=d}^m \beta_i z^{-i} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで考える問題は, 周期時変系のプラントに外乱が存在する場合でも, プラント出力 $y(k)$ が有界な規範モデル出力 $y_m(k)$ に漸近的に一致するように制御入力 $u(k)$ を適応的に合成することである。

3. 制御系の構成と構成上の比較検討

初めに, プラントパラメータ $A(k, z^{-1})$, $B(k, z^{-1})$ が既知であるとして, 所要のコントローラの構造を決定する。

まず, 設計者が与える希望の漸近安定多項式を次式とする。

$$C(z^{-1})=1+\sum_{i=1}^{nc} c_i z^{-i} \quad (7)$$

ここで, 多項式 $C(z^{-1})$, $A(k, z^{-1})$ と $D(z^{-1})$ に関しては, つぎのような多項式を考え, 多項式 $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ が一意に定まることに着目する。

$$\begin{aligned} C(z^{-1}) &= S(k, z^{-1})D(z^{-1})A(k, z^{-1}) \\ &\quad + R(k, z^{-1})z^{-d} \end{aligned} \quad (8)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} S(k, z^{-1}) &= 1 + \sum_{i=1}^{ns} S_i(k)z^{-i} \\ [ns &= d-1] \\ R(k, z^{-1}) &= \sum_{i=0}^{nR} R_i(k)z^{-i} \\ [nR &= \max(nc-d, nA+nD-1)] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(8) 式の両辺に $y(k)$ を掛け, (1) 式の関係を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned} C(z^{-1})y(k) &= R(k, z^{-1})y(k-d) + S'(k, z^{-1}) \\ &\quad \times D(z^{-1})u(k-d) + S(k, z^{-1}) \\ &\quad \times D(z^{-1})w(k) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで,

$$\begin{aligned} S'(k, z^{-1}) &= S(k, z^{-1})B(k, z^{-1}) \\ &= \sum_{i=0}^{ns'} S'_i(k)z^{-i} \end{aligned} \quad (11)$$

$[ns' = ns + nB]$

プラントパラメータ $a_i(k)$, $b_i(k)$ は, 周期 N の時変パラメータであるので, (9), (11) 式の $S_i(k)$, $R_i(k)$, $S'_i(k)$ も同じように周期 N の時変パラメータとなる。したがって, (10) 式はつぎのように書き改める。

$$\begin{aligned} C(z^{-1})y(k+d) &= R(k-M, z^{-1})y(k) \\ &\quad + S'(k-M, z^{-1})D(z^{-1})u(k) \\ &\quad + S(k-M, z^{-1})D(z^{-1})w(k+d) \end{aligned} \quad (12)$$

$[M = d(N-1) \bmod N]$

つぎに, 上式において外乱特性式を既知として, 外乱特性式をパラメータベクトルの外部に出した場合と内部に入れた場合の違いについて, つまり周期時変プラントの外乱除去に対する構成上の問題を考える。

3.1 $D(z^{-1})$ を外部に出した構成 (構成法 I)

外乱特性式 $D(z^{-1})$ をパラメータベクトルの外部に出した場合には, (12) 式を書き直すと次式となる。

$$\begin{aligned} C(z^{-1})y(k+d) &= \theta^T(k-M)\zeta(k) + S(k-M, z^{-1}) \\ &\quad \times D(z^{-1})w(k+d) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \theta(k-M) &= [R_0(k-M), R_1(k-M), \dots, R_{nR}(k-M), \\ &\quad \dots] \end{aligned}$$

$$S'_0(k-M), S'_1(k-M), \dots, S'_{ns'}(k-M)]^T \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &= [y(k), y(k-1), \dots, y(k-nR), \\ &\quad \tilde{u}(k), \tilde{u}(k-1), \dots, \tilde{u}(k-ns')]^T \end{aligned} \quad (15)$$

$$\tilde{u}(k) = D(z^{-1})u(k) \quad (16)$$

いま、プラントと規範モデルの出力誤差 $e(k)$ を

$$e(k) = y(k) - y_m(k)$$

と定義して誤差方程式を求めると次式ようになる。

$$\begin{aligned} C(z^{-1})e(k+d) &= \theta^T(k-M)\xi(k) - C(z^{-1})y_m(k+d) \\ &\quad + S(k-M, z^{-1})D(z^{-1})w(k+d) \end{aligned} \quad (17)$$

そこで、制御入力 $u(k)$ は (17) 式の右辺第 1 項および第 2 項の和が零になるようにして求める。つまり、

$$\begin{aligned} \tilde{u}(k) &= S_0^{-1}(k-M)[C(z^{-1})y_m(k+d) - R_0(k-M)y(k) \\ &\quad - R_1(k-M)y(k-1) - \dots - R_{nR}(k-M)y(k-nR) \\ &\quad - S'_1(k-M)\tilde{u}(k-1) - S'_2(k-M)\tilde{u}(k-2) - \dots \\ &\quad - S'_{ns'}(k-M)\tilde{u}(k-ns')] \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} u(k) &= \tilde{u}(k) - d_1 u(k-1) - d_2 u(k-2) \\ &\quad - \dots - d_{nD} u(k-nD) \end{aligned} \quad (19)$$

しかし、実際にはパラメータ $\theta(k-M)$ は未知であるので、プラントの入出信号より $\theta(k)$ を推定し、この可変パラメータ $\hat{\theta}(k-M)$ は、 $\theta(k)$ の $(k-M)$ 時点以前の信号により定められる。この制御入力は (18) 式に対応してつぎのように発生させる。

$$\begin{aligned} \tilde{u}(k) &= \hat{S}_0^{-1}(k-M)[C(z^{-1})y_m(k+d) - \hat{R}_0(k-M)y(k) \\ &\quad - \hat{R}_1(k-M)y(k-1) - \dots - \hat{R}_{nR}(k-M)y(k-nR) \\ &\quad - \hat{S}'_1(k-M)\tilde{u}(k-1) - \hat{S}'_2(k-M)\tilde{u}(k-2) - \dots \\ &\quad - \hat{S}'_{ns'}(k-M)\tilde{u}(k-ns')] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} u(k) &= \tilde{u}(k) - d_1 u(k-1) - d_2 u(k-2) \\ &\quad - \dots - d_{nD} u(k-nD) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、(13) 式の右辺第 2 項を無視して、第 1 項だけで外乱が除去できるかについて考えると、外乱特性式を外に出したために外乱を除去するのに必要な次数より、 nD 個たりない。言い換えれば、外乱特性式をパラメータベクトルの外部に出したために、外乱 $w(k)$ はプラントの未知パラメータの一部とみなすことがで

きない¹³⁾。そのため、右辺第 1 項の次数だけでは外乱を除去できない。したがって、外部に出した外乱特性式 (21) に関係してくる。その $u(k)$ について考えると、構造上、つまり異なる N 個の伝達関数 $G_i(s)$; $i=1, 2, \dots, N$ を推定し、その結果を基に $(k-N)$ 時点以前の伝達関数より、伝達関数 $G_i(k-N)$; $i=1, 2, \dots, N$ を定める構造となっている。そのため、制御入力 $u(k)$ には互換性がなく、 $k \rightarrow \infty$ で N 個の異なる値を持つことになる。したがって、右辺第 1 項の出力は周期 N の振動系になる。

つぎに (13) 式の右辺第 2 項式は、 $S(k-M, z^{-1})$ が時変多項式であるので、

$$\left. \begin{aligned} S(k-M, z^{-1})D(z^{-1})w(k+d) &\neq 0 \\ S(k-M, z^{-1})D(z^{-1})w(k+d) \\ &\neq D(z^{-1})w(k+d)S(k-M, z^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となる。これより、外乱特性式 $D(z^{-1})$ を外乱除去フィルタとして用いることはできない。以上の結果より、外乱特性式をパラメータベクトルの外部に出した場合には、時変プラントにおいては構造上問題がある。¹⁴⁾

また、時不変系に対する従来の適応制御系は、測定可能な入出力信号よりプラントの未知パラメータを推定し、この結果を用いて制御入力を発生させるので、過渡状態における推定誤差によっては、大きな制御入力が生じる。そのため、実システムへの適用が困難となっている。これを改善する一方法として、この時変系用に修正したパラメータ調整則の N を任意に変えることによって過渡状態が改善される。

3.2 $D(z^{-1})$ を内部に入れた構成 (構成法 II)

外乱特性式 $D(z^{-1})$ をパラメータベクトルの内部に入れた場合には、(12) 式を書き直すと次式となる。

$$\begin{aligned} C(z^{-1})y(k+d) &= \theta^T(k-M)\xi(k) + S(k-M, z^{-1}) \\ &\quad \times D(z^{-1})w(k+d) \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \theta(k-M) &= [R_0(k-M), R_1(k-M), \dots, R_{nR}(k-M), \\ &\quad S'_0(k-M), S'_1(k-M) + d_1 S'_0(k-M), S'_2(k-M) \\ &\quad + d_1 S'_1(k-M) + d_0 S'_0(k-M), \dots, \\ &\quad d_{nD} S'_{ns'}(k-M)]^T \end{aligned} \quad (24)$$

¹⁴⁾ しかし、時不変プラントの場合、 $S(k-M, z^{-1})$ が $k \rightarrow \infty$ で一定になるため、このままの手法で外乱は除去できる。

$$\begin{aligned}
&= [\theta_0(k-M), \theta_1(k-M), \dots, \theta_{nR}(k-M), \\
&\quad \theta'_0(k-M), \theta'_1(k-M), \dots, \theta'_{ns'}(k-M)]^T \\
&\zeta(k) \\
&= [y(k), y(k-1), \dots, y(k-nR), \\
&\quad u(k), u(k-1), \dots, u(k-ns')]^T \quad (25)
\end{aligned}$$

いま、プラントと規範モデルの出力誤差 $e(k)$ を

$$e(k) = y(k) - y_m(k)$$

と定義して誤差方程式を求めると次式のようになる。

$$\begin{aligned}
C(z^{-1})e(k+d) &= \theta^T(k-M)\zeta(k) - C(z^{-1})y_m \\
(k+d) + S(k-M, z^{-1})D(z^{-1})w(k+d) \quad (26)
\end{aligned}$$

そこで、制御入力 $u(k)$ は (26) 式の右辺第 1 項および第 2 項の和が零になるようにして求める。つまり、

$$\begin{aligned}
u(k) &= \\
&\theta_0^{-1}(k-M)[C(z^{-1})y_m(k+d) - \theta_0(k-M)y(k) \\
&- \theta_1(k-M)y(k-1) - \dots - \theta_{nR}(k-M)y(k-nR) \\
&- \theta'_1(k-M)u(k-1) - \theta'_2(k-M)u(k-2) - \dots \\
&- \theta'_{ns'}(k-M)u(k-ns')] \quad (27)
\end{aligned}$$

しかし、実際にはパラメータ $\theta(k-M)$ は未知であるので、プラントの入出力信号より $\theta(k)$ を推定し、この可変パラメータ $\hat{\theta}(k-M)$ は $\theta(k)$ の $(k-M)$ 時点以前の信号により定められる。この制御入力は (27) 式に対応してつぎのように発生させる。

$$\begin{aligned}
u(k) &= \\
&\hat{\theta}_0^{-1}(k-M)[C(z^{-1})y_m(k+d) - \hat{\theta}_0(k-M)y(k) \\
&- \hat{\theta}_1(k-M)y(k-1) - \dots - \hat{\theta}_{nR}(k-M)y(k-nR) \\
&- \hat{\theta}'_1(k-M)u(k-1) - \hat{\theta}'_2(k-M)u(k-2) - \dots \\
&- \hat{\theta}'_{ns'}(k-M)u(k-ns')] \quad (28)
\end{aligned}$$

ここで、(23) 式の外乱除去問題について考える。(1) 式のプラントの外乱 $w(k)$ を消すためにプラントの両辺に外乱特性式 $D(z^{-1})$ を掛けて、外乱 $w(k)$ の項を消し、つまり外乱 $w(k)$ はプラントの未知パラメータの一部とみなして設計した場合には、(23) 式の右辺第 2 項外乱の項は無視できる。したがって、外乱特性式 $D(z^{-1})$ をパラメータベクトルの内部に入れて (28) 式の制御入力を発生させた場合、外乱は除去できる。この安定性の証明については後節で述べる。

5. パラメータ調整則

推定値たる可調整ベクトル $\hat{\theta}(k)$ および信号ベクトル $\zeta(k-d)$ をつぎのように定義する。

(14) 式に対応して、

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(k) &= [\hat{R}_0(k), \hat{R}_1(k), \dots, \hat{R}_{nR}(k), \\
&\quad \hat{S}_0(k), \hat{S}_1(k), \dots, \hat{S}_{ns'}(k)]^T \quad (29)
\end{aligned}$$

とする。

(24) 式に対応して、

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(k) &= [\hat{\theta}_0(k), \hat{\theta}_1(k), \dots, \hat{\theta}_{nR}(k), \\
&\quad \hat{\theta}'_0(k), \hat{\theta}'_1(k), \dots, \hat{\theta}'_{ns'}(k)]^T \quad (30)
\end{aligned}$$

とする。

$$\begin{aligned}
\zeta(k-d) &= [y(k-d), y(k-d-1), \dots, y(k-d-nR), \\
&\quad u(k-d), u(k-d-1), \dots, u(k-d-ns')]^T
\end{aligned}$$

このパラメータ調整則としては、従来の時不変プラントに用いたパラメータ調整則に修正を加え、周期時変プラント用の調整則に拡張した最小 2 乗法形上限トレースゲイン方式⁶⁾を用いる。この調整則は、 $\theta(k)$ の周期性の関係より、つぎのように書き改められる。

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-N) \\
&- \frac{\mu(k)\mathbf{\Gamma}^T(k-N)\zeta(k-d)\varepsilon(k)}{1 + \mu(k)\zeta^T(k-d)\mathbf{\Gamma}(k-N)\zeta(k-d)} \quad (31)
\end{aligned}$$

$$\varepsilon(k) = \hat{\theta}^T(k-N)\zeta(k-d) - C(z^{-1})y(k) \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Gamma}(k) &= \frac{1}{\lambda(k)} \left[\mathbf{\Gamma}(k-N) \right. \\
&- \frac{\mu(k)\mathbf{\Gamma}(k-N)\zeta(k-d)\zeta^T(k-d)\mathbf{\Gamma}(k-N)}{1 + \mu(k)\zeta^T(k-d)\mathbf{\Gamma}(k-N)\zeta(k-d)} \quad (33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda(k) &= \max \left\{ \lambda, \frac{1}{\gamma_u} \left(\text{tr} \mathbf{\Gamma}(k-N) \right. \right. \\
&- \left. \left. \frac{\mu(k)\|\mathbf{\Gamma}(k-N)\zeta(k-d)\|^2}{1 + \mu(k)\zeta^T(k-d)\mathbf{\Gamma}(k-N)\zeta(k-d)} \right) \right\} \quad (34)
\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Gamma}(i) &> 0, \gamma_u \geq \text{tr} \mathbf{\Gamma}(i); i = -1, -2, \dots, -N \\
0 &< \lambda < 1, 0 < \mu(k) < \infty
\end{aligned}$$

これは、収束性にすぐれた、また信号のいかににかかわらずゲイン行列の発散を抑えることのできる。

6. 安定性の考察

つぎのような信号を定義する。

$$e_1(k) = C(z^{-1})e(k) \quad (35)$$

$$e_2(k) = (\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-M-d))^T \zeta(k-d) \quad (36)$$

上式よりつぎのような誤差方程式が得られる。

$$\varepsilon(k) = e_1(k) + e_2(k) \quad (37)$$

この誤差方程式に対して、(31)~(34)式のアロリズムにより(30)式の $\hat{\theta}(k)$ を調整されるならば、すべての有界な $\{\hat{\theta}(i); i = -1, -2, \dots, -N\}$ に対して、信号ベクトル $\zeta(k-d)$ の有界、非有界にかかわらず、次式が成立する。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0 \quad (38)$$

つぎに、 $\zeta(k-d)$ の有界性および(28)式の制御入力を用いれば、制御目的が達成されることを示す。

プラントは逆安定であり、かつ、外乱 $w(k)$ は有界であるので次式を満足する k に依存しない k_1, k_2, k_3, k_4 が存在する。

$$\begin{aligned} |u(k-d)| &\leq k_1 + k_2 \max_{1 \leq k' < k} |y(k')| + k_3 \max_{1 \leq k' < k} |w(k')| \\ &= k_4 + k_2 \max_{1 \leq k' < k} |y(k')| \end{aligned} \quad (39)$$

ただし、

$$\begin{aligned} 0 &\leq k_1 < \infty, 0 < k_2 < \infty, 0 < k_3 < \infty \\ 0 &< k_4 < \infty, k_4 = k_1 + k_3 \max_{1 \leq k' < k} |w(k')| \end{aligned}$$

さらに、上式と $\zeta(k-d)$ の定義より、

$$|\zeta(k-d)| \leq k_5 + k_6 \max_{1 \leq k' < k} |y(k')| \quad (40)$$

ただし、

$$0 \leq k_5 < \infty, 0 < k_6 < \infty$$

一方、出力誤差の定義より、 $C(z^{-1})$ は安定であり、 $y_m(k)$ は有界であるので次の条件が得られる。

$$\begin{aligned} |e(k)| &= |y(k) - y_m(k)| \geq |y(k)| - |y_m(k)| \\ &\geq |y(k)| - \max_{1 \leq k' < k} |y_m(k')| \end{aligned} \quad (41)$$

また、 $|\hat{\theta}(k)| < \infty$ および $\lim_{k \rightarrow \infty} (\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-M-d)) = 0$ が保証される⁶⁾。よって、つぎのような k_7, k_8 が存在する。

$$|e_2(k)| \leq k_7 + k_8(k) \max_{1 \leq k' < k} |y(k')| \quad (42)$$

ただし、

$$0 \leq k_7 < \infty, 0 < k_8(k) < \infty$$

そして、(35)~(37), (41), (42)式より、つぎのような k_9, k_{10} が存在する。

$$|y(k)| \leq k_9 + k_{10} \max_{1 \leq k' < k} |\varepsilon(k')| + \max_{1 \leq k' < k} |y_m(k')| \quad (43)$$

ただし、

$$0 \leq k_9 < \infty, 0 < k_{10} < \infty$$

となる。

(43)式の関係を(40)式に代入し整理するとつぎのようになる。

$$|\zeta(k-d)| \leq k_{11} + k_{12} \max_{1 \leq k' < k} |\varepsilon(k')| \quad (44)$$

ただし、

$$0 \leq k_{11} < \infty, 0 < k_{12} < \infty$$

$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0$ が保証されているので、上式より次式が成立する。

$$|\zeta(k-d)| < \infty \quad (45)$$

また、 $\lim_{k \rightarrow \infty} (\hat{\theta}(k) - \hat{\theta}(k-M-d)) = 0$ なる性質は保証されている⁶⁾。

よって、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_2(k) = 0 \quad (46)$$

また、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e_1(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} (\varepsilon(k) - e_2(k)) = 0 \quad (47)$$

が得られる。さらに、 $C(z^{-1})$ が安定であることを考慮すると

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0 \quad (48)$$

となる¹²⁾。

7. 数値計算例

周期時変プラントの外乱を除去する構成法について、外乱特性式をパラメータベクトルの外部に出した3.1節の構成法と内部に入れた3.2節の構成法を検討するために、外乱が加わる周期時変プラントを例にとって数値実験を行った。

制御対象として、2次系のプラントを考えた。

$$\begin{aligned} (1 + a_1(k)z^{-1} + a_2(k)z^{-2})y(k) \\ = (b_0(k)z^{-1} + b_1(k)z^{-2})u(k) + w(k) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 a_1(k) &= -0.9 + 0.2 \sin\left(\frac{2\pi}{5}k\right) \\
 a_2(k) &= 0.2 + 0.05 \sin\left(\frac{2\pi}{5}k + 0.33\pi\right) \\
 b_0(k) &= 0.5 + 0.1 \sin\left(\frac{2\pi}{5}k + \pi\right) \\
 b_1(k) &= 0.1 + 0.02 \sin\left(\frac{2\pi}{5}k + 1.29\pi\right)
 \end{aligned}$$

上のプラントは逆安定であり、むだ時間、次数、周期は既知とする。

また、プラントに加わる外乱としては、

$$w(k) = 3 + \frac{1}{1+z^{-1}} \quad (0 \leq k \leq 160)$$

とした。

規範モデルとしてはつぎのものをを用いた。

$$(1 - z^{-1} + 0.35z^{-2})y_m(k) = 0.35u_m(k)$$

ここで、規範入力は $u_m(k) = \pm 1$ で周期 100 の短形波を用いた。

(i) シミュレーション I (構成法 I)

パラメータ調整アルゴリズムの諸条件としては、

$$\begin{aligned}
 \Gamma(i) &= 1000I; \quad i = -1, -2, \dots, -5 \\
 \theta(i) &= [1, 0, 0, 0, 0, 0]; \quad i = -1, -2, \dots, -5 \\
 \gamma_u &= 800, \lambda = 0.8, \mu = 1
 \end{aligned}$$

とした。

Fig. 1 (A) (a) は規範モデルの出力とプラントの出力の挙動を示す。これより、制御初期には乱れを生じ、3.1 節で指摘したようにプラントの出力は振動をしている。同図 (b) はそのときの合成された制御入力を示し、同図 (c) は推定パラメータの挙動を示す。

この結果、外乱特性式をパラメータベクトルの外部に出して制御入力を生成する—3.1 節の構成法には、構成上の問題があることが明らかになった。

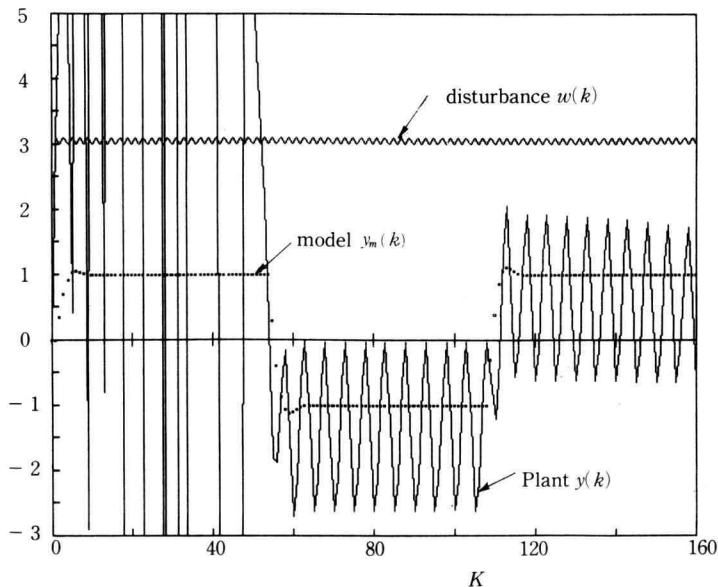
(参考までに)

上のプラントの時変未知パラメータの正弦波の項を消して、上と同じ外乱を加え、プラントを時不変系に変えて、3.1 節の構成法に適用した結果を Fig. 1 (B) に示す。ただし、規範モデルとパラメータ調整アルゴリズムの諸条件は上と同じとする。

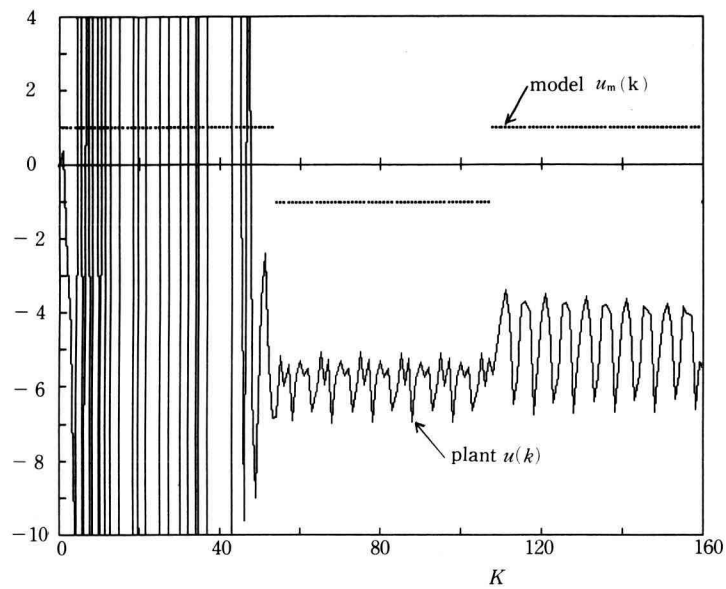
2 次プラントの未知パラメータはつぎのようにした。

$$\begin{aligned}
 a_1(k) &= -0.9, \quad a_2(k) = 0.2 \\
 b_0(k) &= 0.5, \quad b_1(k) = 0.1
 \end{aligned}$$

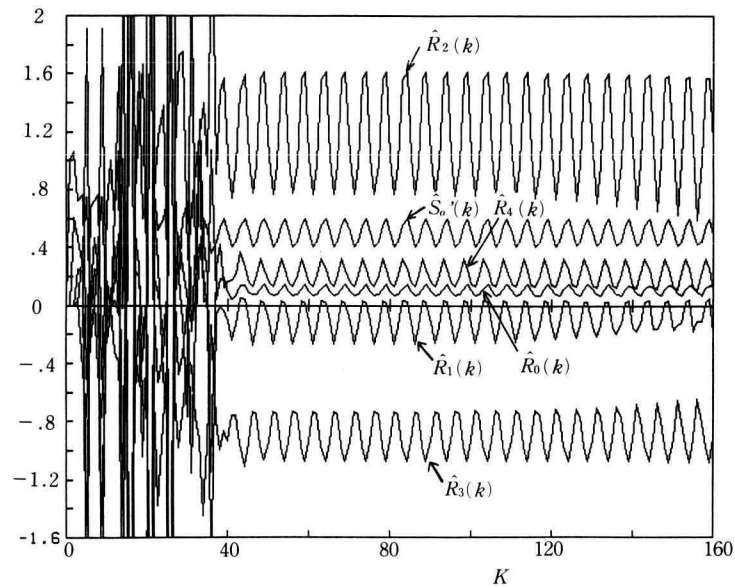
Fig. 1 (B) (a) は規範モデルの出力とプラントの出力の挙動を示す。これより、外乱は除去され、制御目的は達成されている。同図 (b) は合成された制御入力を示し、同図 (c) は推定パラメータの挙動を示す。



(a) Reference output, plant output and disturbance

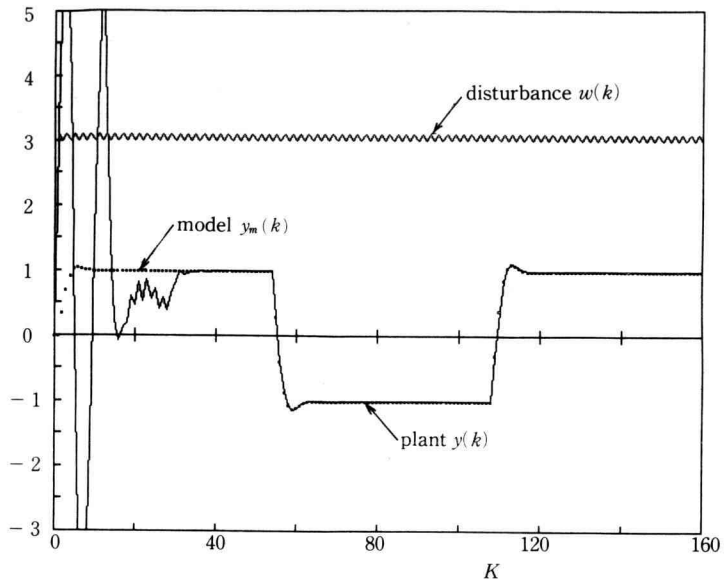


(b) Synthesized plant input

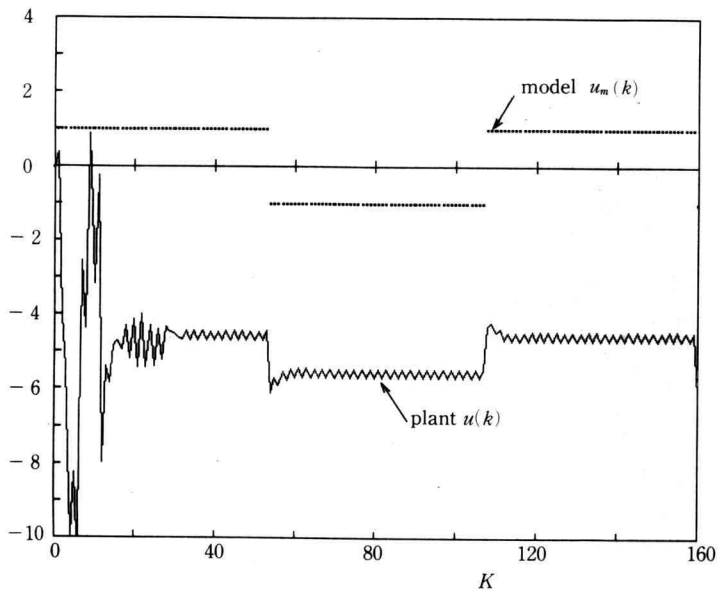


(c) Estimated parameters

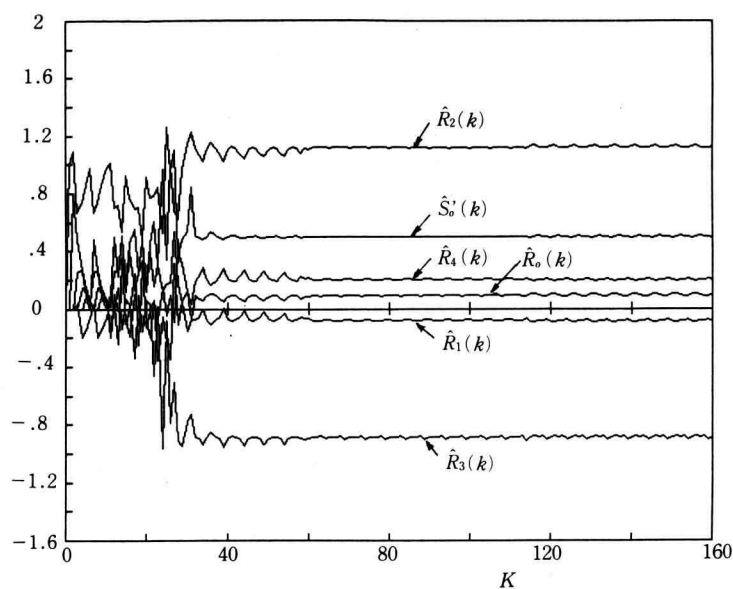
Fig. 1(A) Simulation result for 2-order periodically time-varying plant with disturbance (scheme I)



(a) Reference output, plant output and disturbance

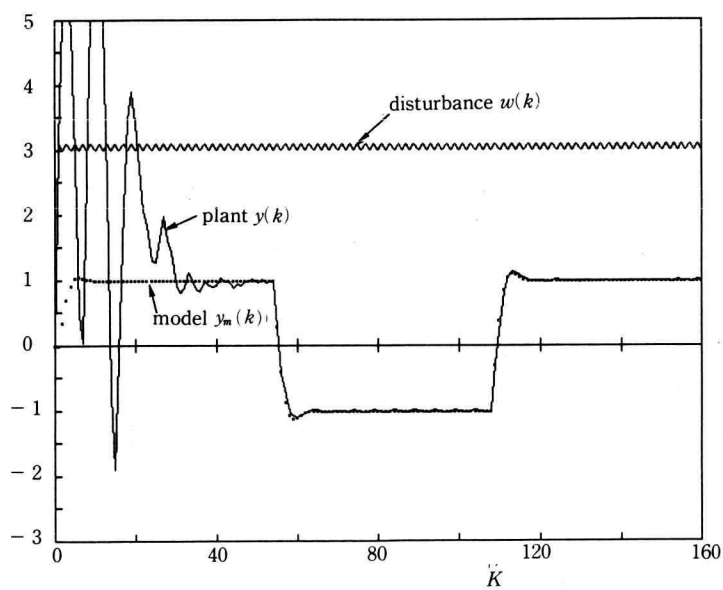


(b) Synthesized plant input

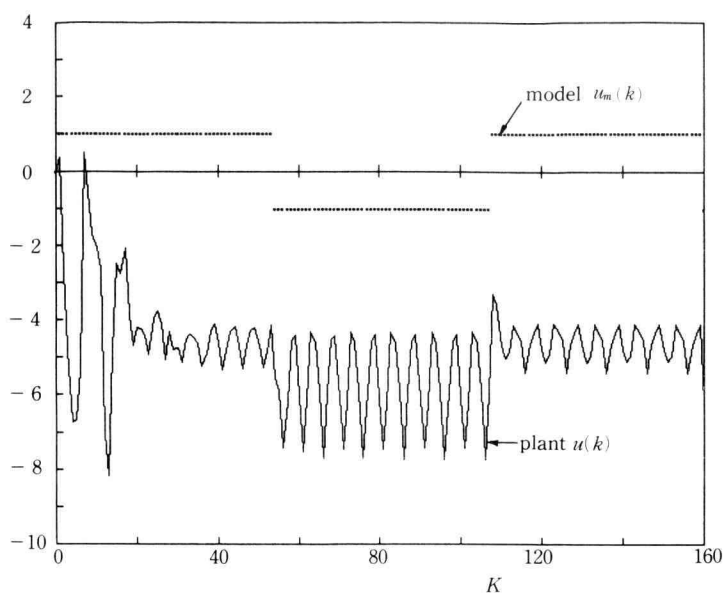


(c) Estimated parameters

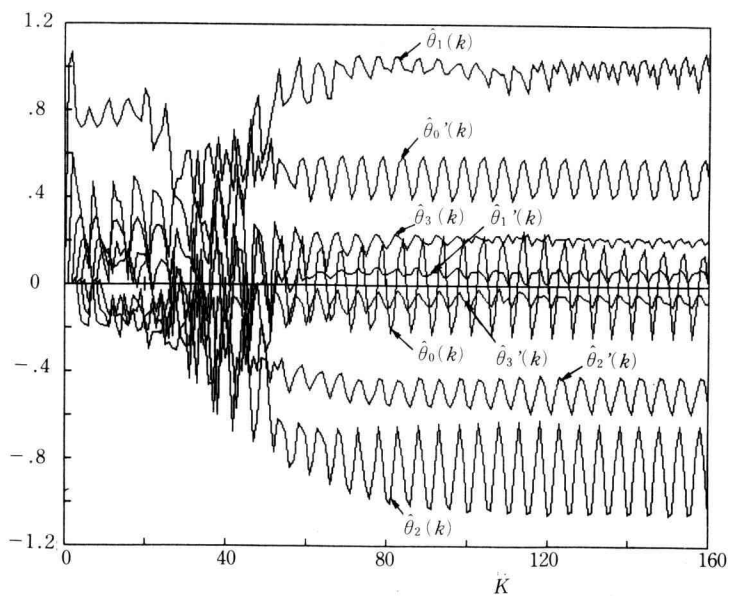
Fig. 1(B) Simulation result for 2-order time-invariant plant with disturbance (scheme I)



(a) Reference output, plant output and disturbance



(b) Synthesized plant input



(c) Estimated parameters

Fig. 2. Simulation result for 2-order periodically time-varying plant with disturbance. (scheme II)

(ii) シミュレーション II (構成法 II)

構成上の比較をするために制御対象は前の時変プラントを用いた。

パラメータ調整アルゴリズムの諸条件としては,

$$\Gamma(i) = 100I; i = -1, -2, \dots, -5$$

$$\theta(i) = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; i = -1, -2, \dots, -5$$

$$\gamma_u = 8000, \lambda = 0.8, \mu = 1$$

とした。

Fig. 2(a) は, 規範モデルの出力とプラントの出力の挙動を示す。これより, 制御初期に乱れを生じているが制御目的は達成されている。同図(b) は合成された制御入力を示し, 同図(c) は推定パラメータの挙動を示す。

この結果, 外乱特性式をパラメータベクトルの内部に入れて制御入力を生成する-3.2節の構成法では, 周期時変プラントの外乱は除去できることが明らかになった。

8. ま と め

ここでは, 外乱を受ける周期時変系のプラントに対する適応制御系を構成し, 外乱を除去するための制御系構成上の問題点を明らかにした。

最後に, 日頃ご指導いただく本学教授, 前川高澄先生に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) X. Xianya and R.J. Evans: Discrete-Time Adaptive Control for Deterministic Time-Varying Systems, *Automatica*, 20-3, 309/319 (1984)
- 2) 大川不二夫: ある種の線形時変系に対するモデル規範適応制御系の一設計, 計測自動制御学会論文集, 20-9, 801/806 (1984)
- 3) F. Ohkawa: A Model Reference Adaptive Control System for a Class of Discrete Linear Time-Varying Systems with Time-Delay, *International J. of Control*, 42-5, 1227/1238 (1985)
- 4) 大川不二夫: 周期変動係数を有する線形時変系に対する MRACS の一設計, 計測自動制御学会論文集, 21-1, 90/92 (1985)
- 5) 新中, 鈴木: 時変系に対する適応制御一統一的アプローチ, 計測自動制御学会論文集, 22-11, 1149/1155 (1986)
- 6) 新中, 鈴木: 周期時変系に対する離散時間適応制御, 計測自動制御学会論文集, 22-7, 733/738 (1986)
- 7) B.D.O. Anderson and R.M. Johnstone: Adaptive Systems and Time Varying Plants, *International J. of Control*, 37-2, 367/377 (1983)
- 8) 内門, 金井: 時変系に対する適応安定化の一設計法, 計測自動制御学会論文集, 23-10, 1091/1093 (1987)
- 9) 石飛, 岩井, 廣本, 村崎: 周期時変系に対する離散時間モデル規範形適応制御, 計測自動制御学会論文集, 23-12, 1339/1341 (1987)
- 10) 藤井, 水野, 伊藤: 時変系に適用可能な間接法による離散時間 MRACS の設計法, 計測自動制御学会論文集, 4-1, 5/31 (1988)
- 11) 新中, 鈴木: 一般化パラメータ適応則の拡張とその性質, 計測自動制御学会論文集, 19-11, 881/883 (1983)
- 12) G.C. Goodwin, P.J. Ramadge and P.E. Caines: Discrete-Time Multivariable Adaptive Control, *IEEE Trans. on Automatica Control*, AC-25-3, 449/451 (1980)
- 13) 河合敏勝: 離散時間モデル規範形適応制御系の推定モデルの次数と外乱の特性との関係について, 幾徳工業大学研究報告, B-12, 113/120, (1988)