

水中で自由振動する円柱振子に加わる流体力

岩 永 正 裕・山 岸 陽 一

Fluid Forces Applied to Cylindrical Pendulum

Masahiro IWANAGA and Yōichi YAMAGISHI

Abstract

Fluid forces applied to the solid body under non-steady motion are interesting, which are related to the curving motion of an automobile and a baseball.

Then we suspended circular cylinders by threads, and studied the free motion of them in water by means of picture processing to obtain the drag and the added mass applied to them. The experimental conditions were as follows. We used iron circular cylinders of diameter 20 mm, the aspect ratios of which were 2.5, 5, 10. And the length of thread was changed from 2.5 to 10 times as long as the diameter of cylinder.

As a result, the drag coefficient became larger and the added mass coefficient became smaller than the conventional values of those coefficients in the case of linear motion, as the length of thread decreased.

1. ま え が き

非定常運動する物体に加わる流体力は、カーブする車体や変化する野球の球に加わる流体力にも関連しており興味がある。そこで本実験では、円柱を糸に吊して水中において振子運動をさせ、画像処理を用いてその運動を解析し、円柱に加わる抗力と付加質量を求める。

M_t : 糸の質量

S_c : 円柱の投影面積

S_t : 糸の投影面積

T : トルク

τ_c : 円柱の体積

τ_t : 糸の体積

θ : 振れ角

ρ : 水の密度

記 号

a_c : 円柱の半径

a_t : 糸の半径

C_{DC} : 円柱の抗力係数

C_{Dt} : 糸の抗力係数

D : 円柱の直径

g : 重力加速度

I : 慣性モーメント

l : 糸の長さ

l_1 : 支点から円柱重心までの長さ (回転半径)

M_c : 円柱の質量

M_{ad} : 円柱の付加質量

2. 実験装置および方法

2.1 実験装置ならびに実験方法

実験装置を Fig. 1 に示す。水槽はガラス製で寸法は $900 \times 450 \times 450$ mm であり水道水を満たした。供試体として鉄製直径 20 mm, 長さ 50, 100, 200 mm, (アスペクト比 2.5, 5, 10) の 3 種の円柱を使用した。円柱を吊り下げる糸として直径 0.1 mm のピアノ線を使用し、回転半径 l_1 を 60~210 mm の範囲で変化させて実験を行った。なお円柱は円柱の両端近くで 2 本の糸を用いて吊り下げた。

実験は円柱を水平 ($\theta=90^\circ$) まで振り上げて放し、水中における円柱の運動を調べた。この運動をビデオカメラ (ナショナル製 AG-405) で収録し、ビデオデッキ

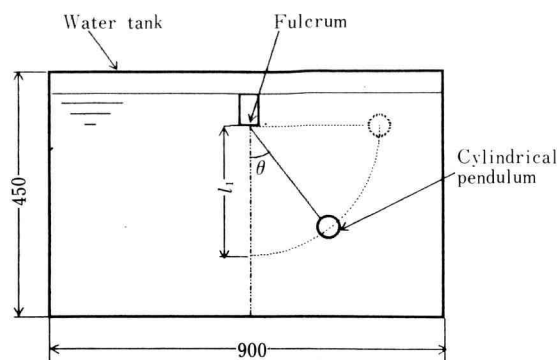


Fig. 1. Experimental apparatus.

(ナショナル製 AG-3510) で 1 フィールド毎に再生しながら画像処理ボード (フォトン製 FDM4-256) を介してパーソナルコンピュータ (NEC 製 PC-9801) に画像を取り込み, 画像処理して 1/60 秒毎の円柱の位置を計測した。

2.2 実験結果の整理方法

2.2.1 振子の運動方程式

Fig. 2 のような振子の運動を考える。運動方程式は

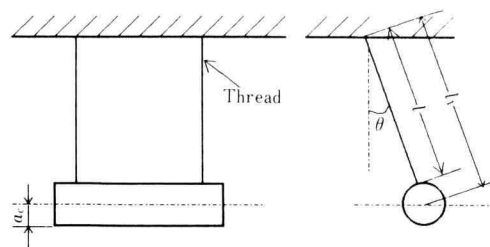


Fig. 2. Pendulum of circular cylinder.

慣性モーメント I , 角加速度 $\ddot{\theta}$, トルク T を用いて $I\ddot{\theta} = T$ と表される。

慣性モーメントは, 振子と糸の慣性モーメントと, これらに加わる付加質量による慣性モーメントの和となる。トルクは振子と糸に加わる重力ならびに浮力によるトルクと, それらに加わる抗力によるトルクの和になる。

慣性モーメントならびにトルクの各項は下記の仮定のもとに Table 1 のようになり, これらをまとめると次式のような運動方程式が得られる。

Table 1. Formula of torque and moment of inertia.

	a circular cylinder	a thread
Moment of inertia	$(l_1^2 + a_c^2/2)M_c$	$(l^2/3 + a_t^2/4)M_t$
Moment of inertia for added mass	$M_{aa} \cdot l_1^2$	$\rho \tau_t l^2/3$
Torque for gravitational acceleration	$-M_c \cdot g \cdot \sin \theta \cdot l_1$	$-M_t \cdot g \cdot \sin \theta \cdot l/2$
Torque for buoyancy	$\rho \tau_c \cdot g \cdot \sin \theta \cdot l_1$	$\rho \tau_t \cdot g \cdot \sin \theta \cdot l/2$
Torque for drag	$-C_{Dc} S_c \rho l_1^3/2 \cdot \dot{\theta} \dot{\theta} $	$-C_{Dt} S_t \rho l^3/8 \cdot \dot{\theta} \dot{\theta} $

a_c : Radius of circular cylinder.

a_t : Radius of thread.

C_{Dc} : Drag coefficient of circular cylinder.

C_{Dt} : Drag coefficient of thread

g : Gravitational acceleration.

l : Length of thread.

l_1 : Distance between the fulcrum and the center gravity of circular cylinder.

M_{aa} : Added mass of circular cylinder.

M_c : Mass of circular cylinder.

M_t : Mass of thread.

S_c : Projected area of circular cylinder.

S_t : Projected area of thread.

ρ : Density of water.

τ_c : Volume of circular cylinder.

τ_t : Volume of thread.

Table 2. Conventional values of drag coefficient and added mass coefficient of circular cylinder.

C_{Dc}	$M_{ad}/\rho\tau_c$
0.95~1.2 $600 < Re < 2 \times 10^5$	1.0

$$\begin{aligned} & \{M_c(l^2 + a_c^2/2) + 2M_t(l^2/3 + a_t^2/4) \\ & + M_{ad} \cdot l^2 + 2\rho\tau_t l^2/3\} \cdot \ddot{\theta} \\ & = -\{(M_c - \rho\tau_c) \cdot l_1 + (M_t - \rho\tau_t) \cdot l\} \cdot g \cdot \sin \theta \\ & - \{(C_{Dc} S_c \rho l^3/2) + (C_{Dt} S_t \rho l^3/4)\} \cdot \dot{\theta} |\dot{\theta}| \end{aligned}$$

アスペクト比が大きな円柱が直進運動をする場合の従来の研究結果を Table 2 に示す。抗力係数は等速運動をする場合の実験値, 付加質量係数は理論値である。抗力係数はかなり広いレイノルズ数範囲ではほぼ一定の値を取る。

本研究の目的は円柱に加わる付加質量 M_{ad} と抗力係数 C_{Dc} の値を求めることであり, 上記運動方程式を導きさらにそれを解析するに当り次のような仮定を置いた。

[付加質量による慣性モーメントについて]

(1) 円柱に関する付加質量は円柱の重心に集中して存在するものとして式を立て, 一定な値であると仮定して解析を行う。

(2) 糸に関する付加質量は糸の中心線上に分布して存在するものとして糸の長さ方向に積分して慣性モーメントを求めた。従来の付加質量に関する理論結果を参考に試算すると, 糸の付加質量による慣性モーメントは振子の付加質量による慣性モーメントの約 0.006% 以下となる。そこで糸の付加質量による慣性モーメントの見積りに当たっては, 従来の理論結果をそのまま使用することとした。

[抗力によるトルクについて]

(1) 円柱に加わる抗力は円柱の重心に加わるものとして式を立て, 抗力係数は一定で変化しないものと仮定して解析を行う。

(2) 糸に加わる抗力は抗力係数が一定であると仮定して糸の長さ方向に積分してトルクを求めた。従来の並進運動に関する実験結果を参考に試算すると, 糸の抗力によるトルクは振子の抗力によるトルクの約 2% 以下となる。そこで糸の抗力によるトルクの見積りに当たっては, 従来の並進運動に関する実験結果を参考に

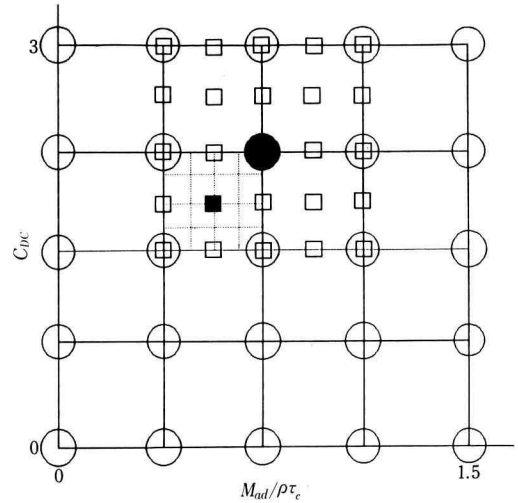


Fig. 3. The method to decide the coefficients of drag and added mass.

抗力係数を適当に定めて行うこととした。

2.2.2 抗力係数ならびに付加質量の求め方

上記運動方程式は初期条件を実験条件に合わせて時刻 0 において振れ角 90° , 角速度 0 として前進法で数値積分することにより簡単に解を求めることができる。ここで円柱に関する付加質量と抗力係数は未知であるので適当な定数値を仮定する。このようにして求めた解と, 実験から求めた振れ角の時間変化を比較して誤差を求め, この誤差を最小にするように以下のような手順で付加質量と抗力係数を決定した。

(1) Fig. 3 のように抗力係数と付加質量の上限と下限を予め定め領域を設定する。

(2) 抗力係数ならびに付加質量の値を領域の中で数点変化させて上記の誤差を求めて誤差を最小とする付加質量と抗力係数の値を調べる。

(3) これらの値を中心とするはじめより小さな領域を定める。

(2), (3) を繰り返すことにより抗力係数と付加質量の値の範囲は狭まり, 最終的に上記の誤差を最小とするそれぞれの値を求めることができる。

3. 実験結果

Fig. 4 は直径 20 mm, 長さ 200 mm (アスペクト比 10) の円柱を回転半径 85 mm で振子運動させて, 振れ角 θ とレイノルズ数の時間的変化を示したものである。

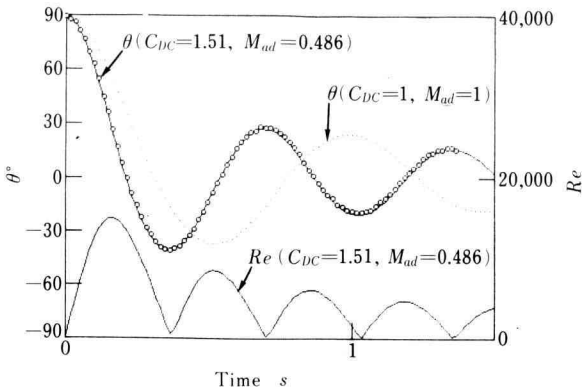


Fig. 4. Changes of swining angle of pendulum and Reynolds number with time
(Aspect ratio=10, $l_1/D=4.25$)

る。振れ角は○が実験結果、実線が $C_{DC}=1.51$, $M_{ad}=0.486$ とした場合の計算結果であり、両者は良く一致している。点線は従来の並進運動する円柱に関する研究結果 $C_{DC}=1$, $M_{ad}=1$ を用いて計算した結果である。レイノルズ数は 0~15,000 の範囲となった。抗力係数が一定であると仮定した計算結果が十分精度良く実験結果を説明できるのは、上記レイノルズ数範囲のほとんどが抗力係数がレイノルズ数によってあまり変化しない範囲に含まれているためであると思われる。

Fig. 5 は縦軸に抗力係数 C_{DC} 、横軸に回転半径と供試体直径の比 l_1/D を取ったもので、回転半径が大きい場合は抗力係数は並進定常運動の円柱の抗力係数に近い値を取り、回転半径が小さくなるほど抗力係数は増加することがわかる。またアスペクト比が小さくなるほど抗力係数は減少することがわかる。

Fig. 6 は縦軸に付加質量の係数 $M_{ad}/\rho\tau_c$ 、横軸に l_1/D を取ったもので回転半径が大きい場合には付加質量係数は並進非定常運動の円柱の付加質量係数の理論値 1 に近い値を取るが、回転半径が小さくなるほど付加質量係数は減少することがわかる。

4. む す び

振子運動をする円柱の抗力係数と付加質量は回転半径、アスペクト比によって変化することを明らかにした。

回転半径が減少すると従来の並進運動の場合の研究

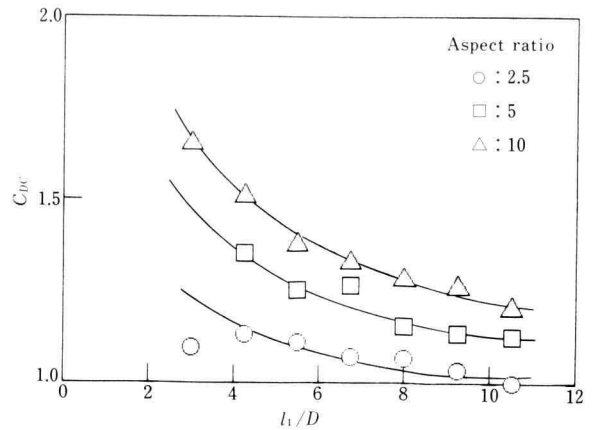


Fig. 5. Relation between the drag coefficient and the length of thread.

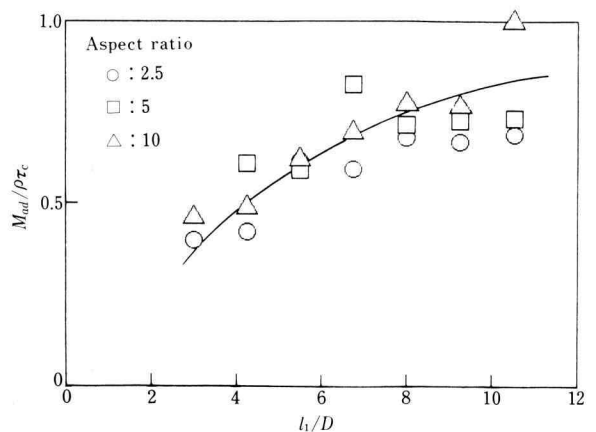


Fig. 6. Relation between the coefficient of added mass and the length of thread.

結果よりも抗力係数は増加し、付加質量は減少することがわかった。

5. 謝 辞

本研究は本学 4 年次卒業研究として行われたものであり、下記の諸君の協力を得た。ここに謝意を表します。

山村 博文、
田村 誠、松本 悦夫