

# 地中および地中トンネル内にある絶縁導体の 大地帰路インピーダンス

大 矢 征・森 武 昭

Earth return impedance of insulated conductor in  
earth and conductor inside a tunnel

Susumu OHYA and Takeaki MORI

## Abstract

It is necessary to calculate a self impedance value of earth return conductor and a mutual impedance value between two parallel earth return conductors in order to estimate the electromagnetic induction voltage. In this paper, the calculating results of earth return impedance about insulated conductor in a homogeneous earth and conductor inside a tunnel are investigated. The calculation of earth return self-and-mutual impedance generally is troublesome because of the calculating equation consists of a infinite integrate equation and Bessel and Hankel functions. Therefore, approximate impedance equations are evaluated and some figures are illustrated for the purpose of obtaining rough estimate value.

## 1. ま え が き

電力線と通信線が接近している場合、電力線に地絡事故が発生すると通信線には電磁誘導電圧が生じるが、この誘導電圧はますます増大する傾向にある<sup>1)</sup>。電力線が通信線の近傍にあるガードケーブルや橋梁など、本来、誘導遮へいを目的としていない導体の遮へい効果についても多数報告されている<sup>2-5)</sup>。このように近傍にある導体の遮へい効果を定量的に取り扱うことができる、誘導電圧の予測計算がより正確にできるようになり、また、誘導対策の経済性から見ても有用であるといえる。

最近では、共同溝などを用いた電力線や通信線の地中化が進められており、地下の比較的浅い場所に、電力線と通信線が接近して敷設されることが多くなっている。また、都市部においては大深度地下利用の形態が検討されているので、地下 50 m 程度の深い場所にも各種の導体が敷設されるようになってくる。特に、大深度地下を利用した道路トンネルや鉄道トンネル内においては、エネルギーを送る電力線が電話線の

みならず防災などの重要な役割を果たす情報伝送線と接近して敷設されるため、誘導障害という観点からみると事故時の危険電圧や常時誘導雑音電圧による障害が発生する可能性があるといえる。このような誘導障害の予測計算を行うためには、電力線、通信線あるいは近傍にある導体の大地帰路インピーダンスを求める必要がある。

従来、地中にある絶縁された導体の大地帰路インピーダンスを計算するには、一般に Pollaczek の式が用いられているが<sup>6)</sup>、計算が非常に煩雑であるため、いくつかの近似式が提案されている<sup>7,8)</sup>。しかし、これらの文献における近似式は、導体間隔が非常に小さく、かつ地中埋設深さも 1 m 以下の場合についてのみ検討されている。また、鉄道トンネル内にあるレールや導体などの大地帰路インピーダンスの実測例も報告されているが、ここでは離隔距離はレール間の場合で 1,132 mm、特に導体間の場合では 6 mm というように非常に狭い間隔を扱っている<sup>9)</sup>。しかし、前述のように、大深度地下利用の場合を考慮すると、導体の埋設深さや導体間隔が大きい場合について検討する必要があると思われる。

そこで、本論文では、電磁誘導電圧の予測計算とい

う観点から、地中にある絶縁された導体、およびトンネル内にある導体の大地帰路インピーダンスを計算し、その概略値を得られるように一般化して図示している。なお、周波数  $f$  については、事故時の危険電圧を考慮した商用周波数から常時誘導により通話雑音として問題となる 3,000 Hz 程度までを考慮し、大地導電率  $\sigma$  については、通常用いられる 0.001~0.1 S/m を考慮しているが、結果をできるだけ一般的に表すため、 $f$  と  $\sigma$  の積を用いて検討している。

## 2. 地中にある絶縁された導体の大地帰路インピーダンス

地中に埋設される電線は、接地の目的で設置されるカウンターポイズなどは導体が大地に直接接触しているが、通常の電力線や通信線は大地に対して絶縁されているので、ここでは漏れアドミタンスを考慮しないで単位 km あたりの大地帰路インピーダンスを求めている。また、地中における大地の導電率  $\sigma$  (S/m) は一様であると仮定している。

### 2.1 自己インピーダンス

大地帰路導体の自己インピーダンスは、内部インピーダンスと外部（大地帰路）インピーダンスに分けられる。単位長さ当たりの内部インピーダンス  $Z_{SI}$  ( $\Omega/\text{km}$ ) は導体の材質、形状および電流の角周波数  $\omega$  ( $\omega=2\pi f$ ) によって決定され、導体抵抗と内部インダクタンスから計算できる。

また、地中に埋設された絶縁導体の大地帰路インピーダンス  $Z_{S0}$  ( $\Omega/\text{km}$ ) は、図 1 に示すような導体 C の半径  $a$  (m)、深さ  $g$  (m)、ならびに電流の角周波数

$\omega$  (rad/s)、大地の透磁率  $\mu$  (ここでは真空中の透磁率  $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}$  H/m と等しいものとする)、そして大地の導電率  $\sigma$  によって決定され、厳密には、Pollaczek によって示された次の式により計算できる。

$$Z_{S0}=j\frac{2\omega\times 10^{-4}}{k^2}\left\{\int_{-\infty}^0 e^{-2g\sqrt{s^2-k^2}}(-s-\sqrt{s^2-k^2})ds\right. \\ \left.+\int_0^{\infty} e^{-2g\sqrt{s^2-k^2}}(s-\sqrt{s^2-k^2})ds\right\} \\ +\pi\omega\times 10^{-4}\{H_0^{(1)}(2gk)-H_0^{(1)}(ak)\} \quad (1)$$

ここで、 $k$  は大地における電流の浸透しやすさを示す skin depth を表すもので、 $k=\sqrt{\omega\mu\sigma}e^{j(3/4)\pi}$  であり、 $s$  は積分変数、 $j$  は虚数単位、 $e$  は自然対数の底である。(1) 式の第 1 項の半無限積分の部分を  $Z_{SP}$ 、第 2 項の第 1 種 0 次 Hankel 関数の部分を  $Z_{SH}$  とおくと、 $Z_{S0}=Z_{SP}+Z_{SH}$  と表せる。

$Z_{SP}$  の部分は実数部と虚数部に分け、かつ積分変数の変換を行うことにより、数値計算によって求めることができる。

### 2.2 相互インピーダンス<sup>6,10)</sup>

図 2 に示すように、深さ  $g_1, g_2$  にある 2 本の絶縁導体  $C_1, C_2$  が、水平離隔距離  $x$  (m) で存在しているとす。この場合、 $C_1C_2$  間の大地帰路相互インピーダンスは次式で計算できる。

$$Z_M=j\frac{2\omega\times 10^{-4}}{k^2}\left\{\int_{-\infty}^0 e^{jxs-(g_1+g_2)\sqrt{s^2-k^2}}\right. \\ \left.(-s-\sqrt{s^2-k^2})ds+\int_0^{\infty} e^{jxs-(g_1+g_2)\sqrt{s^2-k^2}}\right. \\ \left.(s-\sqrt{s^2-k^2})ds\right\} \\ +\pi\omega\times 10^{-4}\{H_0^{(1)}(r'_{12}k)-H_0^{(1)}(r_{12}k)\} \quad (2)$$

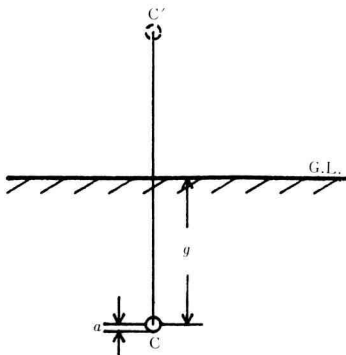


Fig. 1. Conductor in the earth.

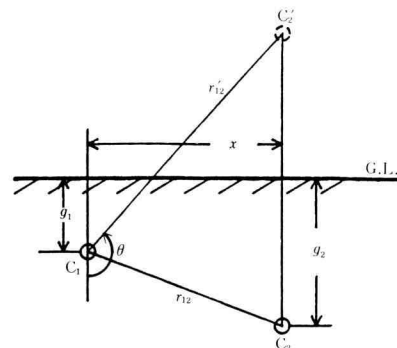


Fig. 2. Conductor configuration

ここで,  $r_{12}$  は  $C_1C_2$  間の直線距離,  $r'_{12}$  は一方の導体と他方の導体の影像との直線距離である。

なお, (2) 式は  $|r_{12}k| \ll 1, |r'_{12}k| \ll 1$  の条件のもとでは, 次の近似式が使用できることが発表されている<sup>8)</sup>。

$$Z_M \approx j2\omega \times 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} - \log_e \frac{\gamma m_e r_{12}}{2} - \frac{2}{3} m_e (g_1 + g_2) \right\} \quad (3)$$

ここで,  $m_e = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$  ( $|m_e| = |k|$ ),  $\gamma = 1.7811$  (Bessel の定数) である。

### 2.3 大地帰路インピーダンスの計算例

一般に大地の比透磁率は 1 として取り扱うことができるので,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  (H/m) とすると, 大地の skin depth を表す  $k$  の大きさは,  $f$  と  $\sigma$  の積によって決定できる。そこで, 計算結果を一般化して表現するため, 自己インピーダンスの場合には  $a$  および  $g$  に  $\sqrt{f\sigma}$  を乗じた値を用い, また, 相互インピーダンスの場合には,  $f\sigma$  をパラメータとして単位 km あたりの大地帰路インピーダンスを  $Z/\omega$  ( $\Omega \cdot s / \text{rad} \cdot \text{km}$ ) で表した。

#### 2.3.1 自己インピーダンスの場合

図 3 は埋設深さを変化させたときの大地帰路自己インピーダンスである。厳密解の計算結果は, 実数部は絶縁電線の半径によってほとんど変化しないが, 虚数

部は同図に示すように  $a$  の値によって変化する。

なお, 図中の破線は (3) 式の近似式において,  $r_{12}$  の代わりに  $a$  を,  $(g_1 + g_2)$  の代わりに  $2g$  を用いた (4) 式を計算した値である。

$$Z_s \approx j2\omega \times 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} - \log_e \frac{\gamma m_e a}{2} - \frac{4}{3} m_e g \right\} \quad (4)$$

大深度に埋設された導体を想定すると,  $\sqrt{f\sigma}g$  が大きい値となる場合があり, (4) 式を用いた近似は誤差が大きく, 全ての範囲で近似できるとはいえない。しかし, 図 3 から図中にない  $f\sigma$  の場合も, 補間などにより丁寧に値を読み取るにより概略値を求めることができる。

雨谷氏は文献 (7) において (4) 式とは異なる近似式を導出して,  $\sigma = 0.01$  S/m,  $a = 0.28092$  m,  $g = 0.6097$  m とし,  $f$  を商用周波数の 50 Hz から 1 MHz まで変化させたときの地中ケーブルの大地帰路インピーダンスを計算している。しかし, この場合は最大周波数の 1 MHz としても  $\sqrt{f\sigma}g$  は約 60 であり, この計算例は図 3 より近似誤差が比較的小さい範囲にあるといえる。

#### 2.3.2 相互インピーダンスの場合

図 4 は導体配置の違いによる大地帰路相互インピーダンスを  $f\sigma$  をパラメータとして表したものである。

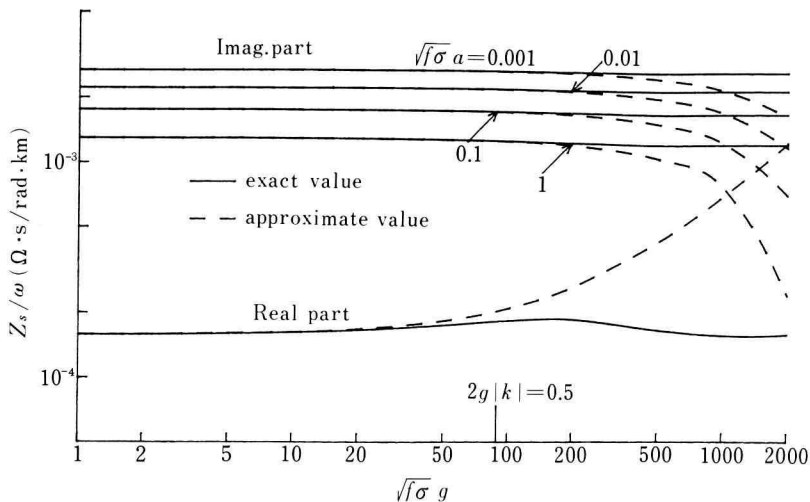


Fig. 3. Self impedance of insulated wire in the earth.

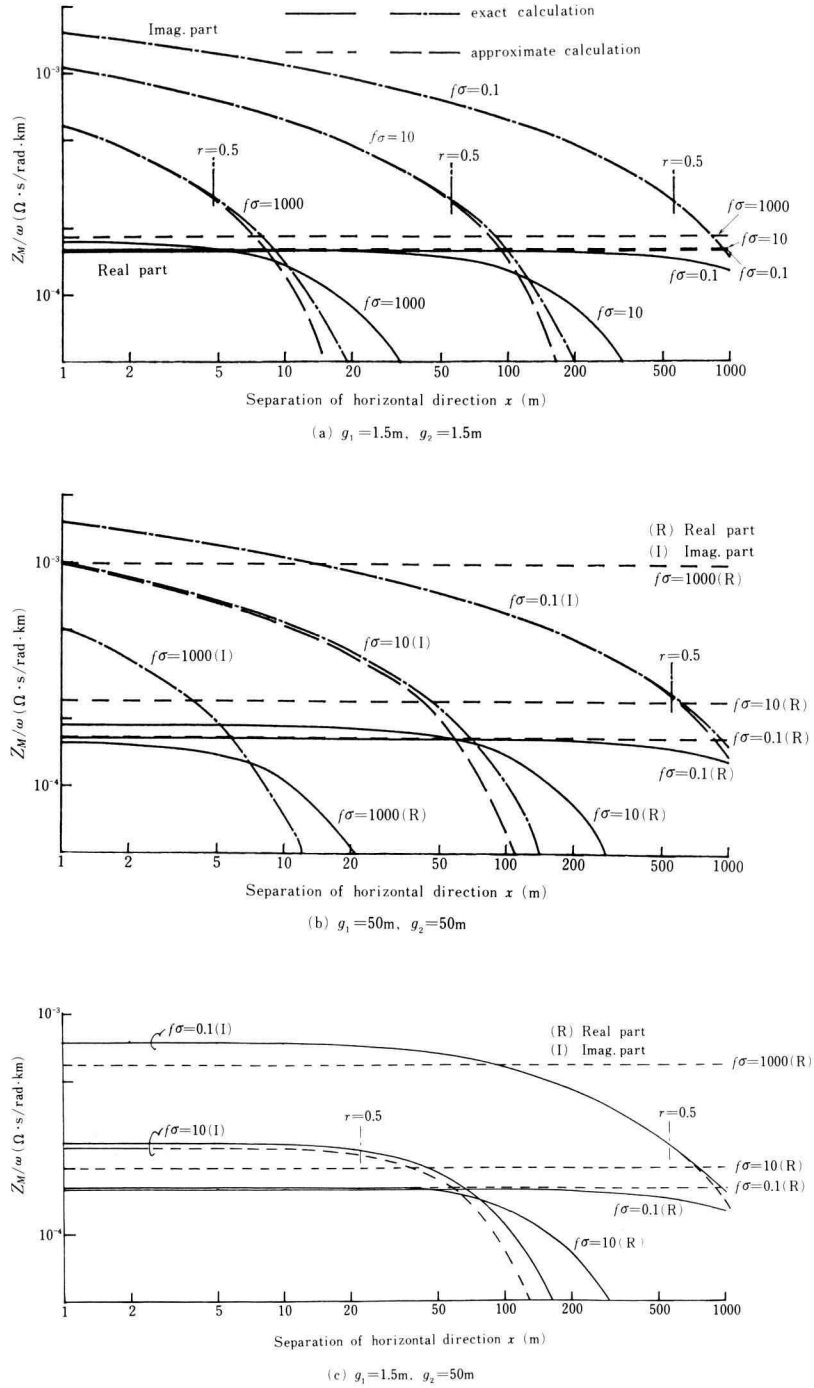


Fig. 4. Mutual impedance

同図(a)は2本の絶縁電線が浅いところに埋設されている場合で、このときのインピーダンス特性は2導体が深いところに埋設されている場合の特性(同図(b))と傾向が似ている。同図(c)は一方が浅く、他方が深い場合の計算例で、 $f\sigma$ が小さい場合の大地帰路インピーダンスは同図(a)や(c)の値よりも小さくなり、 $f\sigma$ が大きくなるとさらに小さな値となる。

図4に示すように、 $r(=|r'_{12}m_e|=|r'_{12}k|)\leq 0.5$ の場合には、(3)式による近似計算結果の誤差は小さいが、 $r>0.5$ の場合には近似誤差が大きくなり(3)式を用いることはできないといえる。例えば、図4(b)において、 $g_1=g_2=50$  m,  $x=1$  m,  $f\sigma=1000$  とすると、厳密解では  $Z_M/\omega=(1.557+j5.077)\times 10^{-4}$  であるが、(3)式による近似では  $(9.95-j2.30)\times 10^{-4}$  となってしまう。そこで、自己インピーダンスの場合と同様に、(2)式の相互インピーダンス  $Z_M$  を積分の項と Hankel 関数の項に分けて  $Z_M=Z_{MP}+Z_{MH}$  と表す。この  $Z_{MP}$  と  $Z_{MH}$

を  $\omega$  で割った値を図5と図6のように作図しておく、図から相互インピーダンスの概略値を読み取ることができる。上述の例と同じ場合には、 $r=8.885$ ,  $r_{12}/r'_{12}=0.01$ ,  $\theta\approx 179.4^\circ$  となるので、 $Z_{MP}/\omega=0+j0$ ,  $Z_{MH}/\omega=(1.56+j5.1)\times 10^{-4}$  となり、 $Z_M=Z_{MP}+Z_{MH}$  よりほぼ厳密解に近い値を読み取ることができる。

### 3. 地中トンネル内にある大地帰路導体のインピーダンス

鉄道トンネルや道路トンネルには構造上鉄製の導体がトンネルの外周部に用いられているため、遮へい効果が大きいことが実験的に知られている。しかしながら、トンネルの内部における導体の単位 km あたりの大地帰路インピーダンスを計算することが困難であったため、トンネルの電磁遮へい効果について解析的に取り扱った例がなかった。最近、D.J. Tylavsky はトン

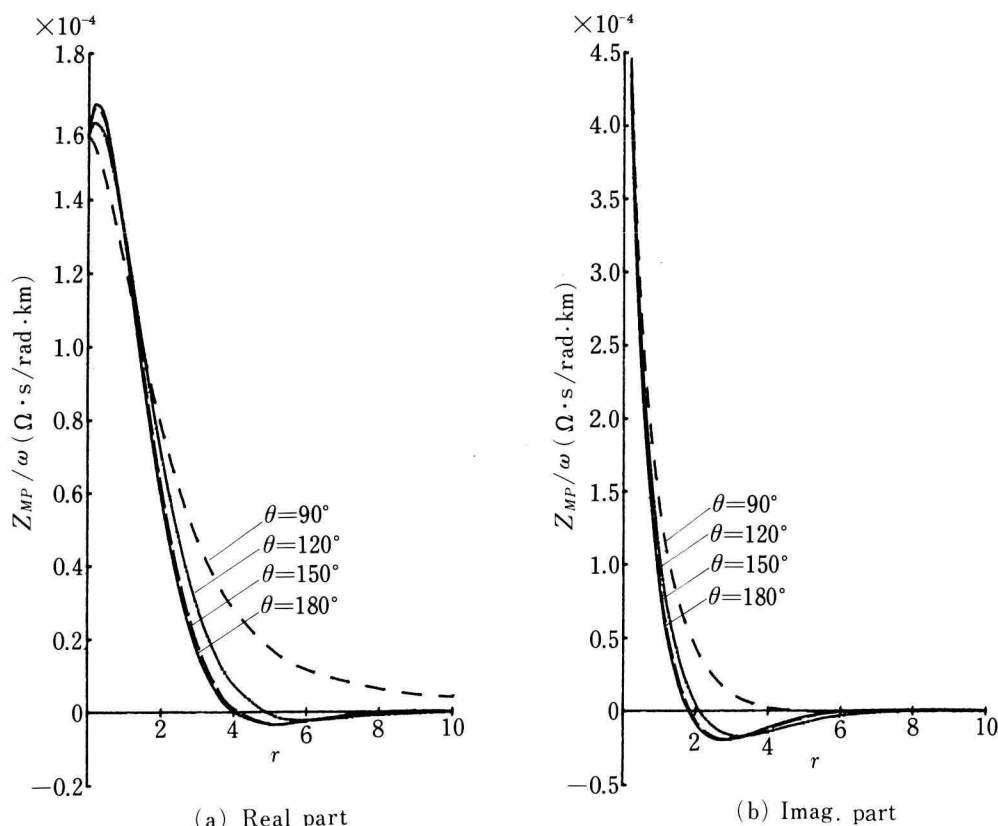
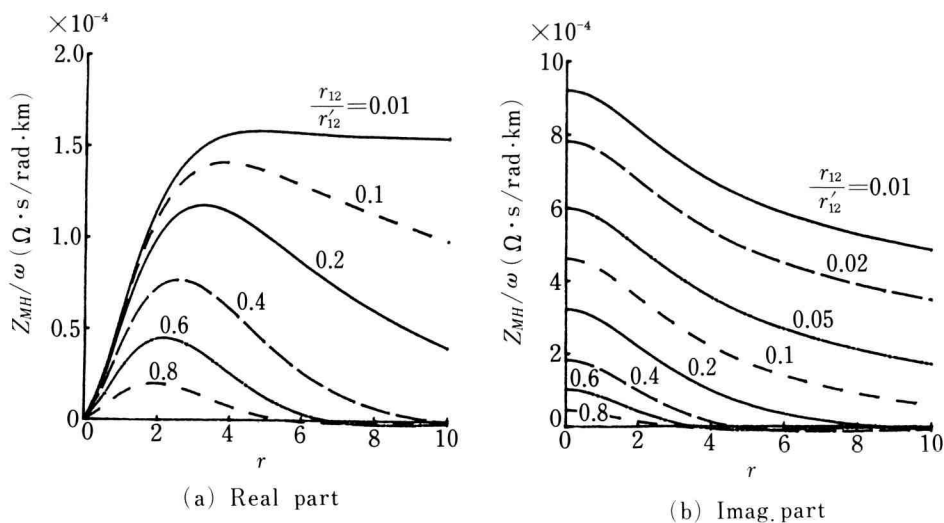


Fig. 5.  $Z_{MP}/\omega$  of eq. (2) vs.  $r$

Fig. 6.  $Z_{MH}/\omega$  of eq. (2) vs.  $r$ 

ネル内にある導体のインピーダンスを計算する式を発表している<sup>11)</sup>, この計算式について検討を行った。

### 3.1 トンネル構造の1例

図7(a)は鉄道トンネルの1例であり、道路トンネルの場合も内部の電線(FW)やレールなどの道床部分を除くと、通常、トンネルの形状はこうになっているといえる。ここではトンネルの形状をモデル化して、同図(b)のように断面は内半径が $d$ の円形であ

ると仮定している。また、トンネル内はすべて大気中と同じ透磁率( $\mu_0$ )であるものとし、トンネル外の大地部分に関する定数は導電率を $\sigma$ , 比誘電率を $\mu_r$ とする。なお、トンネルは非常に深い地中にあるものと仮定する。

### 3.2 自己インピーダンス

図7(b)に示すように半径 $a$ の導体Pがトンネルの中心から $b$ の位置にある場合の大地帰路自己イン

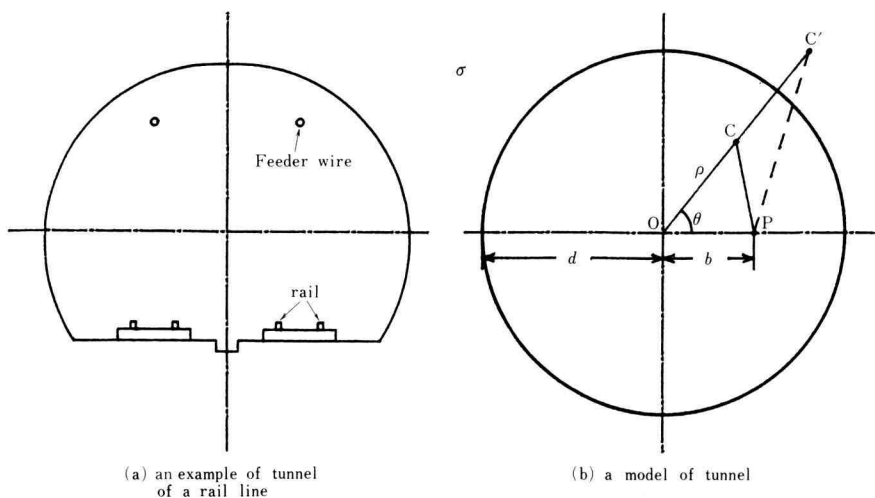


Fig. 7. Structure of tunnel (cross section).

ピーダンス  $Z_{ST}$  ( $\Omega/\text{m}$ ) は、円柱座標系を用いて電磁場解析を行うと次式で計算できる<sup>11)</sup>。

$$Z_S = j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \log_e \left( \frac{d}{a} \right) + \mu_r \left( \frac{p}{d} \right) \frac{K_0 \left( \frac{d}{p} \right)}{K_1 \left( \frac{d}{p} \right)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{b^2 + ba}{d^2} \right)^n \frac{\cos n\theta}{n} \left[ \frac{\mu_r \left( \frac{p}{d} \right) n K_n \left( \frac{d}{p} \right) + K'_n \left( \frac{d}{p} \right)}{\mu_r \left( \frac{p}{d} \right) n K_n \left( \frac{d}{p} \right) - K'_n \left( \frac{d}{p} \right)} \right] \right\} \quad (5)$$

ここで、 $K_n(\cdot)$  は  $n$  次の変形 Bessel 関数であり、 $K'_n(\cdot)$  は  $K_n(\cdot)$  の微分形を表す。また、 $p=1/m_e$  である。

なお、 $|d/p|$  が小さい場合には、(5) 式は次のように簡単になる。

$$Z_S \approx j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \log_e \left( \frac{d}{a} \right) + \mu_r \log_e \left( \frac{d+p}{d} \right) + \left( \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \log_e \left[ \frac{d^4}{d^4 + b^2(b+a)^2 - 2d^2(b+a)b} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (6)$$

### 3.3 相互インピーダンス

図 7(b) において、一方の導体 P が中心から  $b$ 、角  $0^\circ$  の位置にあるものとし、他方の導体 C が中心から  $\rho$ 、角  $\theta$  にあるものとする、両導体間の相互インピーダンス  $Z_{MT}$  は次の式で計算できる。

$$Z_{MT} = j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \log_e \left( \frac{d^2}{p^2 + b^2 - 2bp \cos \theta} \right)^{\frac{1}{2}} + \mu_r \left( \frac{p}{d} \right) \frac{K_0 \left( \frac{d}{p} \right)}{K_1 \left( \frac{d}{p} \right)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{bp}{d^2} \right)^n \frac{\cos n\theta}{n} * \left[ \frac{\mu_r \left( \frac{p}{d} \right) n K_n \left( \frac{d}{p} \right) + K'_n \left( \frac{d}{p} \right)}{\mu_r \left( \frac{p}{d} \right) n K_n \left( \frac{d}{p} \right) - K'_n \left( \frac{d}{p} \right)} \right] \right\} \quad (7)$$

$Z_{ST}$  の場合と同様に、 $|d/p|$  が小さい場合には、(7) 式は次のように近似できる。

$$Z_{MT} \approx j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \log_e \left( \frac{d^2}{\rho^2 + b^2 - 2b\rho \cos \theta} \right)^{\frac{1}{2}} + \mu_r \log_e \left( \frac{d+p}{d} \right) + \left( \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \right) \log_e \left[ \frac{d^4}{d^4 + b^2\rho^2 - 2bd^2 \cos \theta} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (8)$$

導体 P に対して、もう一方の導体が C' のようにトンネルの外 ( $\rho > 5$ ) にある場合の PC' 間の大地帰路相互インピーダンス  $Z'_{MT}$  は、文献 (11) と同様の解析方法を用いると近似式は (9) 式で表される。

$$Z'_{MT} \approx j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \mu_r \log_e \left( 1 + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{2\mu_r}{\mu_r + 1} \cdot \frac{d}{\rho} \log_e \left( \frac{d^2}{d^2 + b^2 - 2bd \cos \theta} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (9)$$

### 3.4 数値計算例

#### 3.4.1 自己インピーダンス

図 8 は、半径 5 m の長いトンネルが地中の深いところにあつて、その中に半径  $a$  の導体がある場合の導体の大地帰路自己インピーダンスを  $f\sigma$  を横軸にとって表したものである。 $f\sigma < 100$  では自己インピーダンスの実数部は  $a$  の値に関係なくほぼ一定である。また、虚数部は図 3 の特性のように  $a$  が大きくなるほど小さくなる。(6) 式を用いた近似計算の影響は、実数部で  $f\sigma > 200$  の場合に若干表れる程度であるので、音声周波数帯以下では十分 (6) 式を利用できると思われる。

なお、導体の半径とトンネルの半径が等しいときには、図 3 の厳密計算値で  $g$  の値を非常に大きくした場合と一致する。

#### 3.4.2 相互インピーダンス

地中の深いところにある半径 5 m のトンネルにおいて、トンネル内にある導体 P と C の間の大地帰路相互インピーダンスは図 9 のようになる。(a) は P がトンネルの中心にあつて、C が  $\theta = 0^\circ$  の場合である。(b) は P がトンネルの壁付近にあつて ( $b = 4.8 \text{ m}$ ,  $\theta = 0^\circ$ )、C が  $\theta = 0^\circ$ 、および  $180^\circ$  の場合である。(c) は P が  $b = 3 \text{ m}$ 、C が壁付近の  $\rho = 4.8 \text{ m}$  にあるものとして  $\theta$  を変化させた場合である。

図 9(a) の場合、インピーダンスの実数部は  $f\sigma$  が非常に大きい場合にはトンネル外で小さな値となるが、一般的には一定値であるといえる。虚数部は距離が離

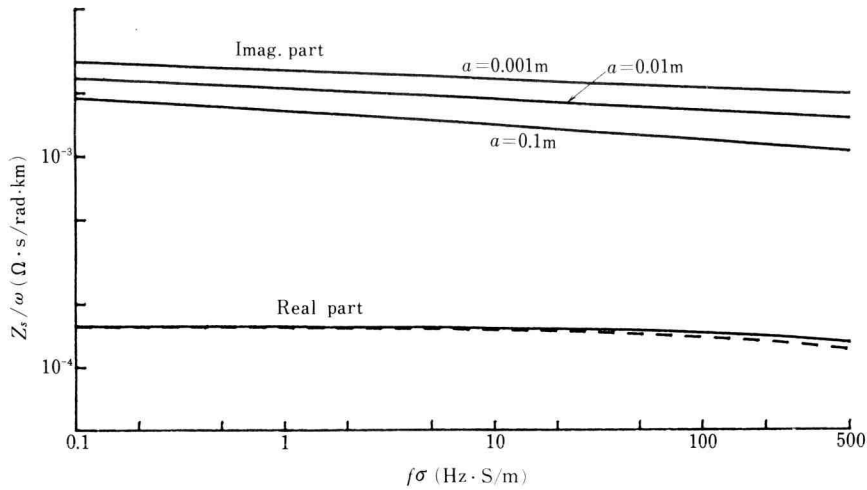


Fig. 8. Self impedance of conductor in the tunnel.  
( $b=3\text{ m}$ ,  $d=5\text{ m}$ )

れると共に少しずつ減少する。トンネル内での(8)式による相互インピーダンスの近似計算値は、実数部で最大約3.4%小さく、虚数部では約2.8%小さい。

図9(b)の場合、 $f\sigma$ が小さいときには(8)式による近似は非常によい。しかし、 $f\sigma$ が1,000というように大きい場合には、トンネル内の相互インピーダンスの実数部は近距離の場合に小さく、遠距離の場合に大きい値が計算される。また、虚数部は近距離では誤差が小さく、遠距離の場合に小さい値として計算される。このことは、(8)式では{ }内の第3項が $\mu_r=1$ の場合0となるのに対して、(7)式では $f\sigma$ が大きいときには $d/p$ が大きくなるため第3項の値が無視できないためである。

図9(c)も同様の理由により $f\sigma$ が小さい場合には、近似誤差は約-2~-3%であるが、 $f\sigma$ が1,000の場合には実数部の誤差は最大-12%、虚数部でも最大-7%になる。

しかしながら、常時誘導雑音で問題となる音声周波数では $f\sigma \leq 300$ と考えられるので、ほとんど近似計算式を用いることができるといえる。

#### 4. ま と め

電磁誘導電圧の予測計算に必要な、地中およびトンネル内の大地帰路インピーダンスの値を厳密に計算するためには、複素数の無限積分、Bessel関数、Hankel関数などが用いられているので非常に煩雑である。そこで、これらの近似計算式について検討し、近似計算誤差の大きい場合には、図によって大地帰路インピーダンスの概略値を求める方法について検討したところ、次の点が明らかになった。

(1) 地中にある絶縁導体の大地帰路自己インピーダンスは、 $\sqrt{f\sigma g} \leq 50$ の場合には、(4)式で計算できる。50以上の場合には図3から読み取ることができる。

(2) 大地帰路相互インピーダンスは、 $r \leq 0.5$ の場合には(3)式で計算できる。 $r > 0.5$ の場合は図5と図6から、実数部と虚数部を読み取る。

(3) トンネル内の導体の大地帰路自己インピーダンスは(6)式、相互インピーダンスは(8)式、トンネル内とトンネル外の導体間の相互インピーダンスは(9)式で近似できる。



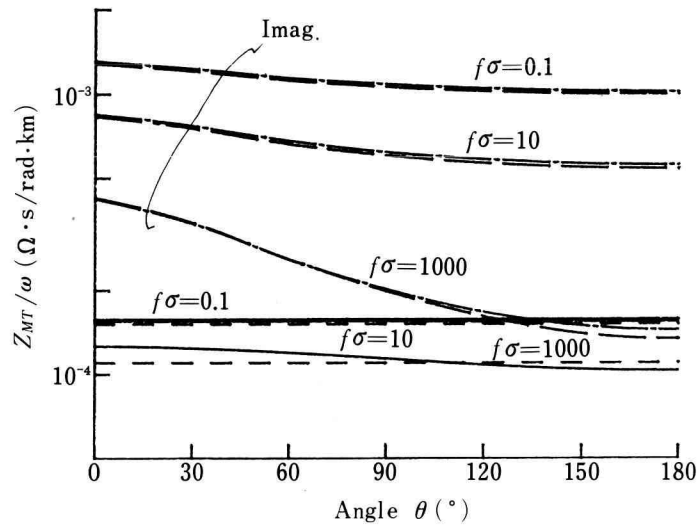
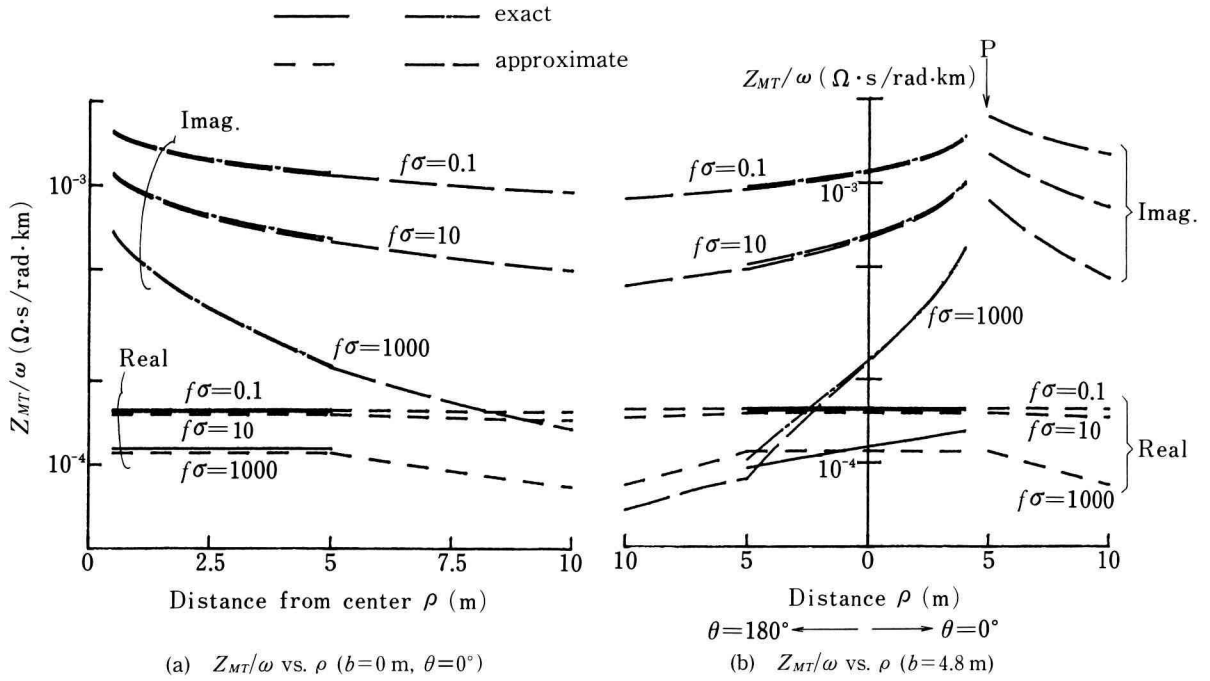


Fig. 9. Mutual impedance  
( $d=5$  m)

## 参 考 文 献

- 1) 誘導調査特別委員会:「電磁誘導対策の考え方とその最新技術」, 電気学会・電子情報通信学会, 昭和62年9月
- 2) 誘導調査特別委員会:「電磁誘導に関する最新の動向と課題」, 電気学会・電子通信学会, 昭和54年3月
- 3) 紀村・雪平・横田:“高速道路のガードケーブルによる埋設通信線への電磁誘導遮へい効果”, 電学論 B, 101, p. 161 (昭56-3)
- 4) 誘導調査特別委員会:「情報化社会と省エネルギー時代の電磁誘導対策問題」, 電気学会・電子通信学会, 昭和58年7月
- 5) 森・大矢・井上:“高電磁誘導電圧が予測される通信線に対する一対策法とその対策効果の解析法”, 電学論 B, 107, p. 333 (昭62-7)
- 6) F. Pollaczek: “Über das Feld einer unendlich lagen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung”, E.N.T., 3, p. 339 (1926)
- 7) 雨谷・富永・渋谷:“地中ケーブルの大地帰路インピーダンス近似式”, 昭57 電学全大, No. 1173
- 8) 松浦:“地中電線路の大地帰路相互インピーダンスの一検討”, 電学論 B, 107, p. 315-322 (昭62-6)
- 9) 井戸川ほか:“多導体媒質帰路線路定数の実測”, 電学論 C, 108, p. 127 (昭63-2)
- 10) 大矢・森:“地中にある絶縁された大地帰路導体間の相互インピーダンスの数値計算”, 幾徳工大研究報告 B10, p. 37-42 (昭61-3)
- 11) D.J. Tylavsky: “Conductor Impedance Approximations for Deep-Underground Mines”, IEEE Trans. I.A., vol. 23, No. 4, p. 723-730 (1987-7)