

# 圧延荷重を与えるプロセスモデル式による 摩擦係数の決定について

柳本 左門\*・高橋 肇\*・青木 至\*\*・三木 武司\*\*

Prediction of the Friction Coefficient through the  
Model Equation of Rolling Load

Samon YANAGIMOTO, Hajime TAKAHASHI, Itaru AOKI  
and Takeshi MIKI

## Abstract

This report is related to the accuracy and the applied limit of the predicted rolling load and torque which has been presented before.

The allowable limit of the friction coefficient was made clear through the calculation of the rolling load in the slip and the stick-slip lubrication.

## 1. はじめに

任意の圧延加工条件に対し、今日では理論的に十分な精度で圧延荷重や圧延動力（又は圧延トルク）が決定できるようになったが、その理論に含まれる摩擦係数を圧延以外の方法で決定し、それを圧延理論に導入できる段階にはなっていない。

すなわち、摩擦係数は加工状態により複雑にその値を変化するものであり、摩擦係数を与えられた圧延条件に対して前もって決定しておくことが極めて困難である。

したがって、塑性加工では、特に、摩擦係数は各加工法に対して可能な限り正確な理論を介して逆算し、あらかじめ広範囲に求めておく必要がある。

本研究は圧延加工のプロセス制御に用いる圧延荷重と圧延トルクの簡易式（プロセスモデル式）およびその適用範囲について述べたものである。

## 2. 簡易式（プロセスモデル式）について

筆者らはすでに圧延加工における任意の摩擦状態に対して、正確に圧延荷重と圧延トルクを求める理論を提唱した<sup>1,4)</sup>。しかしながら、この理論は計算がかなり複雑なものであり、一般的にオンラインのプロセス制御に用いるためにはなお簡易化する必要があった。

しかしながら、簡易化すると精度面で問題を生ずるのは当然のことである。筆者らは比較的摩擦係数の小さい冷間圧延域と摩擦係数の高い温間、熱間各圧延に摩擦状態を分割し、それぞれの適用できる簡易式（プロセスモデル式）を摩擦係数の値によって使いわけることとした。

以下に示すプロセスモデル式は、筆者らがすでに提唱した正確な理論に、広範囲の圧延条件因子を与えて計算をおこない、その結果を重回帰分析することにより求めたものである。その結果えられた簡易式をまず冷間圧延域に対して適用できるプロセスモデル式として示す。すなわち、荷重（ $P$ ）とトルク（ $G$ ）について示すと次のようになる。

$$P = \sqrt{R'(h_i - h_0)} \cdot K_P \cdot F_{PC} \quad (1)$$

$$G = R'(h_i - h_0) \cdot K_G \cdot F_{GC} \quad (2)$$

平成2年9月28日受理

\* 機械工学科

\*\* 新日鉄株

$$F_{PC} = 0.06123a - 0.32682\gamma + 0.00273a^2 \\ + 1.08269a\gamma + 0.86369\gamma^2 + 0.15025a^2\gamma \\ - 3.45457a\gamma^2 + 1.02017a^2\gamma^2 + 1.00636 \quad (3)$$

$$F_{CC} = 0.07462a - 0.35738\gamma - 0.00272a^2 \\ + 0.84182a\gamma + 0.80752\gamma^2 + 0.24249a^2\gamma \\ - 2.90147a\gamma^2 + 0.64006a^2\gamma^2 + 1.00375 \quad (4)$$

一方、温間および熱間圧延に対しては、式(1)、(2)の  $F_{PC}$ 、 $F_{CC}$  に対応するものとして  $F_{PH}$  および  $F_{GH}$  を導入すると、次の式で与えられる。

$$F_{PH} = 1.03766 - 2.37629\gamma + 0.89401\sqrt{\gamma} \\ + 1.46677\gamma\sqrt{1-\gamma} + \alpha(0.03303 - 0.29842\sqrt{\gamma} \\ + 0.29016\gamma\sqrt{1-\gamma}) + \{(2.00132\gamma - 1.91672\sqrt{\gamma} \\ + 0.27430\gamma\sqrt{1-\gamma}) + \alpha(-0.06168 + 0.65960\sqrt{\gamma} \\ - 0.39808\gamma\sqrt{1-\gamma})\} \times \tan h\{(\sqrt{\alpha} + 1.5\gamma)\mu\} \quad (5)$$

$$F_{GH} = 0.77570 - 0.90605\gamma + 1.71377\sqrt{\gamma} \\ - 0.32773\gamma\sqrt{1-\gamma} + \alpha(-0.02677 + 0.06042\sqrt{\gamma} \\ - 0.24758\gamma\sqrt{1-\gamma}) + \{(0.83666\gamma - 1.07524\sqrt{\gamma} \\ - 0.88597\gamma\sqrt{1-\gamma}) + \alpha(0.05832 - 0.03273\sqrt{\gamma} \\ + 0.61560\gamma\sqrt{1-\gamma})\} \times \tan h\{(\sqrt{\alpha} + 1.5\gamma)\mu\} \quad (6)$$

ここで、 $a = \mu\sqrt{R'/h_0}$ 、 $\alpha = \sqrt{R'/h_0}$ 、 $\gamma = 1 - h_0/h_i$ 、 $R'$  は変形後のロール半径 (mm)、 $h_i$ 、 $h_0$  はそれぞれ圧延前後の板厚 (mm) である。また  $\mu$  は摩擦係数で、式(1)、(2)に用いた  $K_P$  と  $K_G$  は変形抵抗を示す量であるが、それぞれの定義は Sims<sup>3)</sup> によった。

### 3. プロセスモデル式の適用範囲について

図1、2に計算例として、 $F_{PC}$ 、 $F_{PH}$  について、比較的板圧延に近い状態における  $R'/h_0 = 400$ 、 $900$  の2水準および一定の圧下率  $\gamma = (h_i - h_0)/h_i = 0.2$  を与えた場合の計算結果を示した。

まず、図1について述べる。縦軸に式(3)、式(5)より求めた  $F_{PC}$ 、 $F_{PH}$  をとり、横軸に摩擦係数をとって、 $R'/h_0 = 400$ 、 $\gamma = (h_i - h_0)/h_i = 0.2$  を与えた場合の曲線が示されている。また、図中に実線で示される Exact Sol. なる曲線は付録にその概要が述べられている正確な理論を介して求めたものである<sup>1)</sup>。

図中のD点が冷間圧延の比較的摩擦が小さい領域と温間、熱間圧延にみられる摩擦が高い領域との境界を与える。図から摩擦が0.11よりも小さい範囲では式

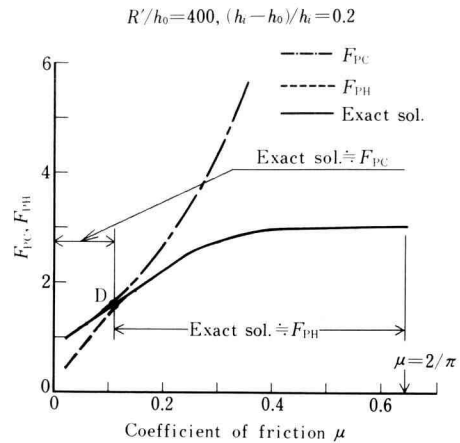


Fig. 1. The comparison between the exact and the approximate solution of the rolling force function in the case of  $R'/h_0 = 400$  and  $(h_i - h_0)/h_i = 0.2$ .

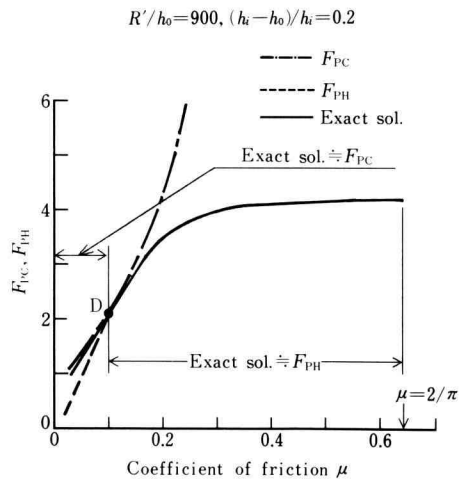


Fig. 2. The comparison between the exact and the approximate solution of the rolling force function in the case of  $R'/h_0 = 900$  and  $(h_i - h_0)/h_i = 0.2$ .

(3)で示されたプロセスモデル式( $F_{PC}$ )が極めてよく正確な理論に一致し、また摩擦が0.11よりも大きい範囲では式(5)で与えられる混合摩擦のモデル式( $F_{PH}$ )が正確な理論に良く一致していることがわかる。同様の結果がほぼ図2の  $R'/h_0 = 900$  の場合についてもいえるが、摩擦係数の境界を与えるD点はやや小さいようである。

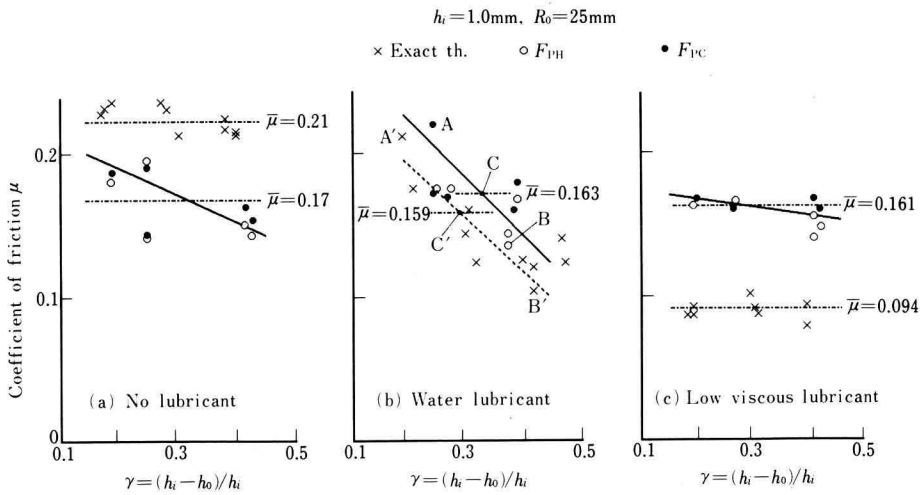


Fig. 3. The coefficient of friction derived from the exact and the approximate equations.

以上の結果から、圧延荷重を決定する式 (1), (3), (5) の各式は極めて良く実際を表現するものであることがわかる。なお、式 (4), (6) で与えられている圧延トルクモデル式についても荷重モデル式と同様のことがいえる。

図3に圧延荷重を実測し、正確な理論とここに提唱した各モデル式より摩擦係数を求めた例を示した。実験に用いた鉛材の変形抵抗式は、

$$k_p = 1.345 \exp \{370 / (273 + T)\} \gamma^{0.33} \dot{\gamma}^{0.07} \quad (7)$$

である。ここで、 $T$  は圧延温度、 $\gamma$  は圧下率  $\{=(h_i - h_0)/h_i\}$ 、 $\dot{\gamma}$  は加工ひずみ速度である。

図から潤滑状態として選定した3種のうち、水潤滑の場合が圧延が最も不安定であり、摩擦係数の変化が大きいことがわかる。この水潤滑による場合(b図)の摩擦係数の最大値(図のA, A'点に対応)、最小値(B, B'点に対応)および平均値(C, C'点に対応)の各々の摩擦係数を用いて逆に荷重を計算し、摩擦係数によるばらつきを検討したのが表1である。表1には具体的な数値で結果を示したが、摩擦係数の変化が比較的大きくても圧延荷重の変化は比較的小さく押えられていることがわかる。すなわち、摩擦係数の変化が大きくても圧延荷重にはそのままの大きさで対応しないことがわかる。このことは、実際には有利に作用する。すなわち、推定の困難な摩擦係数に多少の誤差があっても圧延荷重にはきびしく影響しないことを示しているからである。

さらに、広範囲の圧下率に対し、無潤滑の場合の平均摩擦係数として  $\bar{\mu} = 0.17$  [図3(a)を参照]を用いた場合と軽油潤滑の  $\bar{\mu} = 0.094$  [図3(c)を参照]を用いた場合のそれぞれの結果を図4, 5に示した。

図には式(1), (3), (7)を用いたすべり摩擦のモデル式によった場合と式(1), (5), (7)を用いた混合摩擦モデル式のそれぞれが、実測荷重との比較で示されている。

図から圧下率  $\gamma$  が極めて高い範囲 ( $\gamma > 0.5$ ) では実測との差が大きくなるが、通常の圧延範囲であるところの  $\gamma < 0.4$  の範囲では各モデル式は実際を良く説明することがわかる。

しかしながら、図4, 5に示したように摩擦係数が0.17の無潤滑の場合と0.094の軽油潤滑の場合の双方の間には、使用したモデル式間の式による差異は余り明確でないのがわかる。

この理由は両モデル式の境界が0.1の近傍に存在するためである。

すでに考察に用いた図3から、摩擦係数は圧下率 ( $\gamma$ ) などの因子によっても複雑に変化することがわかるが、実験結果をもとにしてすべり摩擦モデル式と混合摩擦モデル式の境界を推定した結果が図6に示されている。

図の横軸に板厚比と呼ばれる  $\alpha^2 = R'/h_0$  が採られている。図には摩擦係数のばらつき範囲も実線で示されている。

図より、各モデル式の境界は

Table 1. The calculated rolling load using the friction coefficient at Fig. 3(b), in the case of  $R_0=25$ ,  $h_i=1$  and  $B_0=10$  mm.

(a) The friction coefficient derived from the exact theory and the calculated rolling load.

	Friction coefficient $\mu$	Rolling load $P_C, P_H$ /kN*
$\gamma=0.2$ $h_0=0.8$ (mm) $k=27.5$ (MPa)	$\mu_{max}=0.220$ (point A)	$P_{CA}=0.785$ $P_{HA}=0.765$
	$\mu_{min}=0.132$ (point B)	$P_{CB}=0.695$ $P_{HB}=0.702$
	$\mu=0.163$ (point C)	$P_{CC}=0.724$ $P_{HC}=0.726$

(b) The friction coefficient derived from the exact theory and the calculated rolling load.

	$\mu_{max}=0.220$ (point A)	$P_{CA}=1.206$ $P_{HA}=1.199$
$\gamma=0.3$ $h_0=0.7$ (mm) $k=32.4$ (MPa)	$\mu_{min}=0.132$ (point B)	$P_{CB}=1.023$ $P_{HB}=1.040$
	$\mu=0.163$ (point C)	$P_{CC}=1.079$ $P_{HC}=1.100$

(c) The friction coefficient derived from the approximate equation and calculated rolling load.

	$\mu_{max}=0.210$ (point A')	$P_{CA}'=0.774$ $P_{HA}'=0.758$
$\gamma=0.2$ $h_0=0.8$ (mm) $k=27.5$ (MPa)	$\mu_{min}=0.105$ (point B')	$P_{CB}'=0.672$ $P_{HB}'=0.681$
	$\mu=0.159$ (point C')	$P_{CC}'=0.720$ $P_{HC}'=0.723$

\*  $P_C$ : Calculated rolling load in slip lubrication.  
 $P_H$ : Calculated rolling load in slip and stick lubrication.

$$\mu = \text{coef.} \times (0.09 + 4.5/\alpha^2) \quad (8)$$

で近似してよいようである。

ここで, coef. で示した係数は

$$\text{coef.} \approx 0.9 \sim 1.1 \quad (9)$$

で, 平均的には 0.1 とみてよい。

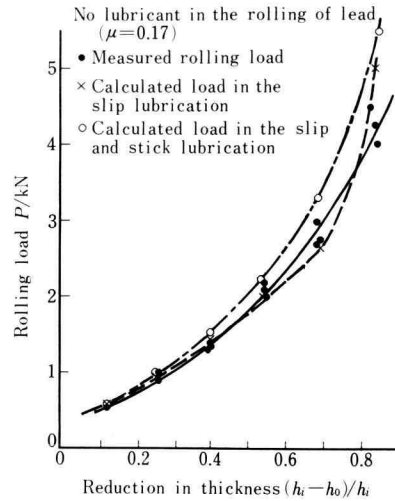


Fig. 4. The comparison between the calculated and the measured rolling load in the case of no lubricant.

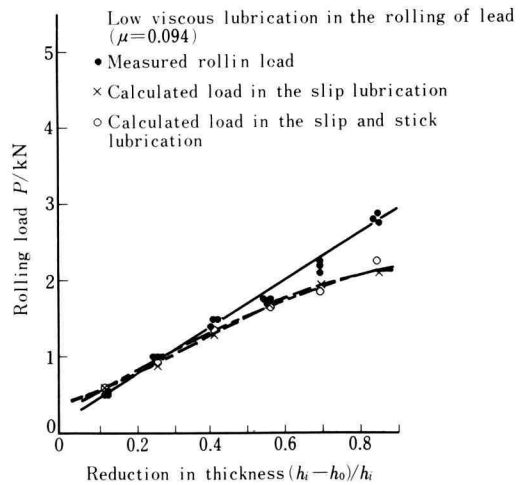


Fig. 5. The comparison between the calculated and the measured rolling load in the case of low Viscous lubricant.

すなわち, 実用的な圧延の範囲では ( $\alpha^2 > 300$  位の範囲)  $\mu$  は 0.1 が境界の目安を与えると理解してよい。

#### 4. おわりに

筆者らが提唱した圧延制御用プロセスモデル式についてその適用限界を明らかにした。

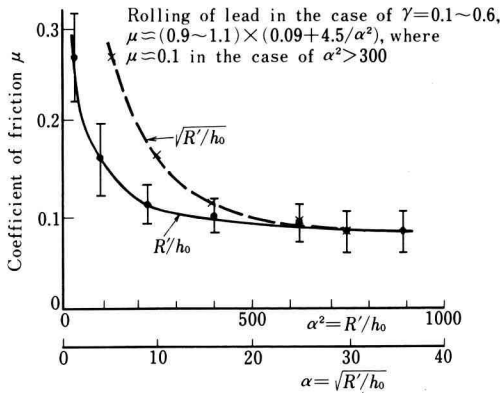


Fig. 6. The friction coefficient derived from the equated rolling load between the slip and the slip-stick lubrication in the case of  $(h_i - h_0)/h_i = 0.1 \sim 0.6$ .

すなわち、式(8)で評価される摩擦係数より小さい場合にはすべり摩擦モデル域で成立する式が有効であり、大きい場合には混合摩擦モデル式を用いるのがよいことがわかった。

また、提唱されたモデル式は実用範囲では極めてよく実際を説明するものであることがわかった。

### 文 献

- 1) 玉野, 柳本, 日本機械学会論文集, **36**-281(昭45-1), 126
- 2) 柳本, 玉野, 日本機械学会論文集, **42**-355(昭51-3), 965
- 3) R.B. Sims, Proc. Instnl Mech. Engrs., **168**(1954), 19
- 4) 玉野, 柳本, 日本機械学会論文集, **43**-372(昭53-3), 2885

### 付 録

詳細の原論文<sup>1,4)</sup>を参照されたいが、その結果式のみを示すと次のようになる。

圧延荷重は、

$$P = \sqrt{R'(h_i - h_0)} \times k_P \times F_P \quad (A-1)$$

圧延トルクは、

$$G = R(h_i - h_0) \times k_G \times F_G \quad (A-2)$$

ここで、

$$k_P = \frac{1}{\phi_i} \int_0^{\phi_i} k d\phi \quad (A-3)$$

$$k_G = \frac{1}{\phi_i^2} \int_0^{\phi_i} k\phi d\phi \quad (A-4)$$

$\phi_i$  はロールの接触角、 $k$  は実験から求められる応力-ひずみ曲線上の値を示す。

一方、(A-1)、(A-2)の各式中に含まれる  $F_P$ 、 $F_G$  はそれぞれ圧下力関数、トルク関数と呼ばれるもので次の式から計算される。

(i) すべり摩擦域に対して ( $\mu < k/2$ )

$$F_P = \frac{1}{\phi_i} \left[ \int_0^{\phi_n} \frac{s}{k} (1 - \mu\phi) d\phi + \int_{\phi_n}^{\phi_i} \frac{s}{k} (1 + \mu\phi) d\phi \right] \quad (A-5)$$

(ii) 混合摩擦式に対して ( $k/2 > \mu s$ ,  $\mu s = k/2$ )

$$F_P = \frac{1}{\phi_i} \left[ \int_0^{\phi_i} \frac{s}{k} (1 - \mu\phi) d\phi + \int_{\phi_i}^{\phi_n} \left( \frac{s}{k} - \frac{\phi}{2} \right) d\phi + \int_{\phi_n}^{\phi_m} \left( \frac{s}{k} + \frac{\phi}{2} \right) d\phi + \int_{\phi_m}^{\phi_i} \frac{s}{k} (1 + \mu\phi) d\phi \right] \quad (A-6)$$

(iii) 付着摩擦式に対して ( $\mu s > k/2$ ,  $\mu s = k/2$ )

$$F_P = \frac{1}{\phi_i} w \left[ \int_0^{\phi_n} \left( \frac{s}{k} - \frac{\phi}{2} \right) d\phi + \int_{\phi_n}^{\phi_i} \left( \frac{s}{k} + \frac{\phi}{2} \right) d\phi \right] \quad (A-7)$$

一方、トルク関数  $F_G$  も圧下力関数  $F_P$  を求めたと同様にロール圧力分布 ( $s/k$ ) が理論により与えられるので、

$$F_G = \frac{1}{\phi_i^2} \int_0^{\phi_i} \frac{s}{k} \phi d\phi \quad (A-8)$$

より求めることができる。ここで、 $\phi_n$ 、 $\phi_m$ 、 $\phi_i$ 、 $\phi_i$  はそれぞれ摩擦の状態の領域を与える量であるが詳細は原論文<sup>1,4)</sup>を参照されたい。

すでに一部で述べたが、式(3)、(4)および(5)、(6)の各モデル式は摩擦の小さい圧延(主として冷間圧延)と比較的摩擦の大きい領域(温間、熱間圧延)について求めたプロセスモデル式であるが、これらの式は付録に示した(A-5)、(A-6)、(A-7)、(A-8)の各式より得られた結果を圧延条件 ( $R'/h_0$ 、 $(h_i - h_0)/h_i$ 、 $\mu$ 、 $\dots$ ) に対して重回帰分析により求めたものである。