

魚のひれのシミュレーション

—— 第1報 定常流における板の弾性変形の予測 ——

岩 永 正 裕*・山 岸 陽 一*

Simulation of Motion of Caudal Fin
(1st report, Estimation of Elastic Deformation
of Plate in Steady Flow)

Masahiro IWANAGA and Yōichi YAMAGISHI

Abstract

To simulate the motion of a caudal fin of fish, it is necessary to know the flow around the moving fin and to know how the fin is deformed by the stress of fluid.

In the first stage, we studied the method to estimate the deformation of an elastic plate in the steady flow by computer simulations. We used the singularity method to know the flow around the plate, and calculated the pressure distribution around it. Then we estimated the deformation of the plate by the pressure distribution with the elastic theory. Again we calculated the flow around the deformed plate and repeated those processes until the deflection of plate converged to a certain value.

To confirm this method, we made some experiments on the deformation of a plastic plate in the water tunnel and compared the results of simulation with those of experiments. As a result, our simulation method proved successful under the condition that there were no separations in the flow around the plate.

1. ま え が き

弾性板を振動させて魚のひれのように推進力を得る装置を作成したいと考えた。このためには魚のひれのシミュレーションを行うことが必要であり、これを本研究の目的とする。

しかし魚のひれの非定常な運動を始めから取り扱うことは困難であるため、本報告では第一歩として一様流中に流れと角度をもって置かれた弾性板の変形とその周りの流れの予測を行う手法を確立する。次に回流水槽を用いて実験を行ってこの手法を検証する。

記 号

B : 供試板の幅
 dl : 供試板の微小長さ
 E : 供試板の縦弾性係数
 H : 供試板の厚さ
 I : 断面二次モーメント
 i : 虚数単位
 L : 供試板の長さ
 M : モーメント
 n : 板の分割数
 p : 圧力
 p' : 板の両面に加わる圧力の合力
 R : 曲率半径
 U : 一様流速
 W : 複素ポテンシャル
 Z : 流れ場の任意の点の複素座標

- Z_j, Z_{j+1} : 線素の端の複素座標
- Z_s : 線素の上の点の複素座標
- α : 翼の迎え角
- γ : 線素上の任意の点の分布渦の強さ
- γ_j, γ_{j+1} : 線素の端点の分布渦の強さ
- δ : たわみ
- ρ : 流体の密度

2. 流れ場における板の弾性変形の予測方法

定常流中で板を流れに傾けて置くと比較的小さな角度で剥離現象が起きることが知られており、剥離現象をともなった流れの解析は困難であるので、弾性板を翼の後端に取り付けて比較的大きな角度でも剥離が起きにくくしてコンピュータシミュレーションと検証実験を行うことにした。翼の形状は実際にアクリル板を削り出した翼を画像処理してコンピュータに入力してシミュレーション時に使用した。

剥離のない流れはポテンシャル流れではほぼ記述できるはずであるので、任意の形状の物体周りのポテンシャル流れを解析できる特異点解法を使用することにした。これによって板の周りの圧力分布を知ることができる。

この圧力分布から板の弾性変形を予測するにあたって、材料力学的取り扱いが微小変形の場合に適用可能であるとされているが、この場合かなり大きな変形が予測されるので、どこまで材料力学的取り扱いが可能であるかを検証した上で適用する必要がある。

2.1 流れの予測

翼と板の周りの流れを特異点解法で解くにあたって、Fig.1に示すように翼と板の周りを n 個の直線に分割し、その表面に渦を分布させた。各線素の両端に

おける複素座標を Z_j, Z_{j+1} 、分布渦の強さ(単位長さ当りの循環の値)を γ_j, γ_{j+1} とし、渦の強さは線素上で直線状に変化するものとする。線素上の任意の点の複素座標を Z_s とすると、この点の分布渦の強さは次式で与えられる。

$$\gamma = \gamma_j + \frac{Z_s - Z_j}{Z_{j+1} - Z_j} (\gamma_{j+1} - \gamma_j)$$

この渦によって任意の点 Z に誘起される速度 (u, v) は次式で与えられる。

$$u - iv = \frac{i\gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{Z - Z_s}$$

従って線素上の分布渦全体が Z に誘起する速度は次式となる。

$$\int_{Z_j}^{Z_{j+1}} (u - iv) \frac{|Z_{j+1} - Z_j|}{Z_{j+1} - Z_j} dZ_s = -\frac{i}{2\pi} \frac{|Z_{j+1} - Z_j|}{Z_{j+1} - Z_j}$$

$$\begin{aligned} & \int_{Z_j}^{Z_{j+1}} \left[\gamma_j + \frac{Z_s - Z_j}{Z_{j+1} - Z_j} (\gamma_{j+1} - \gamma_j) \right] \cdot \frac{1}{Z_s - Z} dZ_s \\ &= -\frac{i}{2\pi} \frac{|Z_{j+1} - Z_j|}{Z_{j+1} - Z_j} \cdot \left[\gamma_{j+1} - \gamma_j + \log \frac{Z_{j+1} - Z}{Z_j - Z} \right. \\ & \quad \left. \cdot \left\{ \gamma_j + (\gamma_{j+1} - \gamma) \frac{Z - Z_j}{Z_{j+1} - Z_j} \right\} \right] \end{aligned}$$

各線素の中央で、一樣流によって生じる線素に垂直な速度成分を、全ての線素に分布した渦によって誘起される速度が打ち消して、流れが壁面に平行になる条件と、板後端におけるクッタの条件を用いて各線素の渦の強さ γ_j に関する連立方程式を立てる。これをガウスの消去法を用いて解いて γ_j を求める。渦の強さが板表面の速度と一致することから板表面速度がわかり¹⁾、この値からベルヌーイの定理を用いて板表面の圧力分布を計算することができる。

上記の計算手順をまとめると以下のようになる。

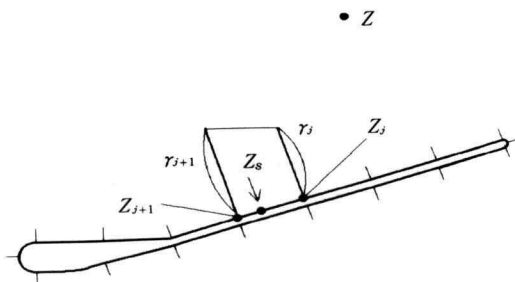
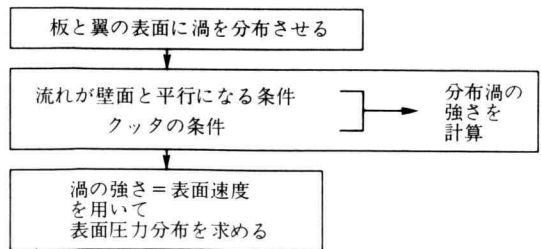


Fig.1. Calculation model.

2.2 板の変形の予測

圧力分布からモーメント分布を求めるにあたって、

Fig. 2 に示すように板の両面に加わる圧力の合力を p' として図の方向を正にとり、モーメントを求める板の上の点の座標を (X, Y) , 自由端の座標を (X_E, Y_E) , この2点間の板の上の任意の点の座標を (x, y) とする。 (X, Y) におけるモーメントは板の幅を B として、次式で与えられる。

$$M = B \left[\int_X^{X_E} (x - X) p' dx + \int_Y^{Y_E} (y - Y) p' dy \right]$$

翼側を固定端, 他方を自由端として分布荷重を与えて板の変形を求めるにあたって, 変形が板厚の何十倍にもなることから板の曲げに関する基本式

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$$

を用いて求めることにした。ここに I は断面2次モーメント, E は縦弾性係数, R は曲率半径であり, モーメント分布から曲率半径 R を求めることができる。Fig. 3 のように点 ① ② の座標と R が既知のとき ③ の点の座標は, 次の4式を使って X_0, Y_0 とともに求めることができる。

$$\begin{aligned} (X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2 &= R^2 \\ (X_2 - X_0)^2 + (Y_2 - Y_0)^2 &= R^2 \\ (X_3 - X_0)^2 + (Y_3 - Y_0)^2 &= R^2 \\ (X_3 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_2)^2 &= dl^2 \end{aligned}$$

この手順を次に示す。流れの予測から得られた圧力分布と板の形状からモーメント分布を求め, これをもとに変形を計算する。板の形状が変化することによりモーメント分布が変化するので, この過程をたわみ量が収束するまで繰り返す。但し圧力分布はこの計算過程では変化しないものとする。

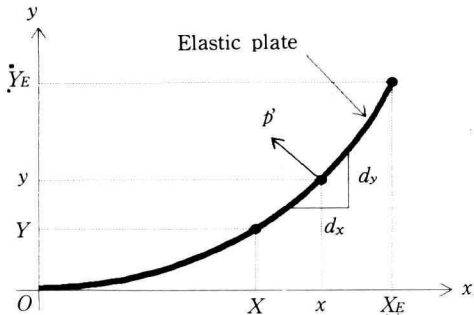


Fig. 2. Estimating method of moment from pressure distribution.

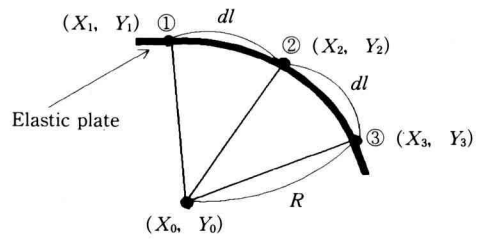
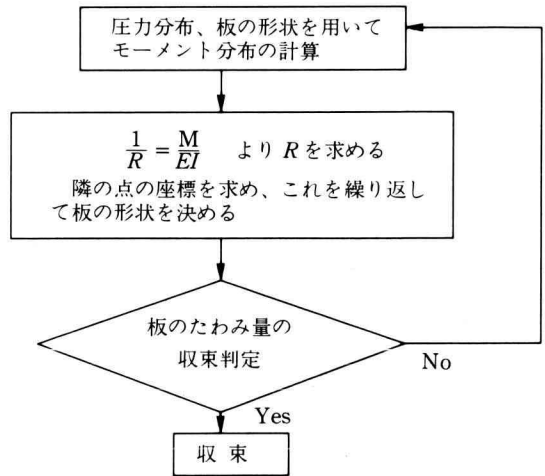


Fig. 3. Estimating method of displacement.



大変形の予測がこの方法でできるかを確かめるために, ABS樹脂平板(長さ154 mm, 厚さ1.0 mm, 幅16 mm)を片持ち梁として自由端に既知の荷重(0~0.22 N)を加えて変形をビデオカメラで撮影し, 画像処理してたわみ量を求め, 計算結果と比較したものが Fig. 4 であり, 縦軸にたわみ δ と板の長さ L の比を, 横軸に荷重を取った。両者はよく一致し, 予測方法に問題がないことが確かめられた。なお縦弾性係数 E は, 3.01×10^9 (Pa) であった。

2.3 無次元化

長さを板の長さ L で, 速度を一樣流の速度 U で, 圧力を ρU^2 で無次元化する。

$$\begin{aligned} x^* &= x/L & p'^* &= p'/\rho U^2 \\ y^* &= y/L & R^* &= R/L \\ X^* &= X/L \\ Y^* &= Y/L \end{aligned}$$

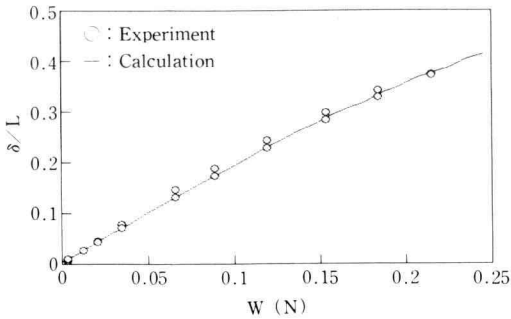


Fig. 4. Deflection of elastic plate and applied weight.

これらを用いて次式を整理すると

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$$

$$= \frac{12}{EH^3B} B \left[\int (x-X) p' dx + \int (y-Y) p' dy \right]$$

次のようになる。

$$\frac{1}{R^*} = \frac{12\rho U^2 L^3}{EH^3} \left[\int (x^* - X^*) p'^* dx^* + \int (y^* - Y^*) p'^* dy^* \right]$$

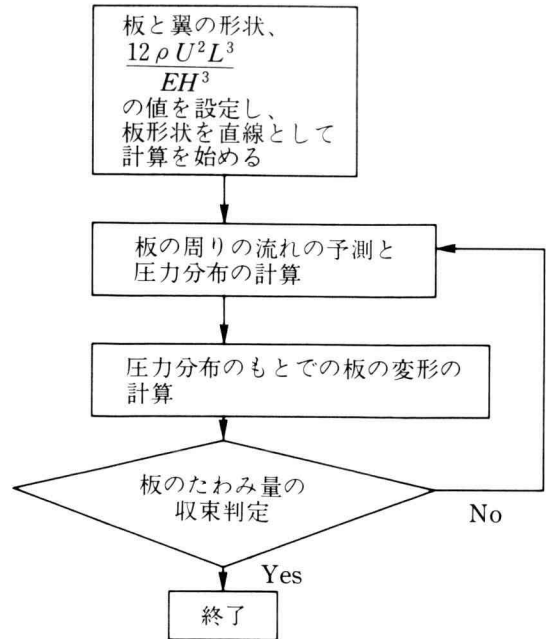
このように無次元化することにより、流れの予測は速度1の流れの中で長さ1の板の周りの流れを計算すればよく、これから得られた無次元圧力から無次元トルクを求めてこれに無次元数

$$\frac{12\rho U^2 L^3}{EH^3}$$

を掛ければ、長さ1の板の無次元曲率半径を得ることができる。即ち上の無次元数が同じで翼と板の幾何学形状が相似であれば、本解析から得られる変形は同じである。

2.4 シミュレーション全体の流れ

流れの予測方法と板の変形の予測方法を次のように組み合わせて、流れの中の板の変形の予測を行う。



3. シミュレーション方法の実験による検証

コンピュータシミュレーションによる板の変形予測を検証するために次のような実験を行なった。Fig. 5に実験装置概略を示す。弾性板としてABS樹脂製の供試平板（長さL 201 mm、幅B 156 mm、厚さH 1 mm、比重1.07）を用い、アクリル製の翼（長さ69 mm、幅300 mm、最大厚さ10 mm）に取り付けて回流水槽供試流路部（高さ200 mm、幅300 mm、長さ1,000

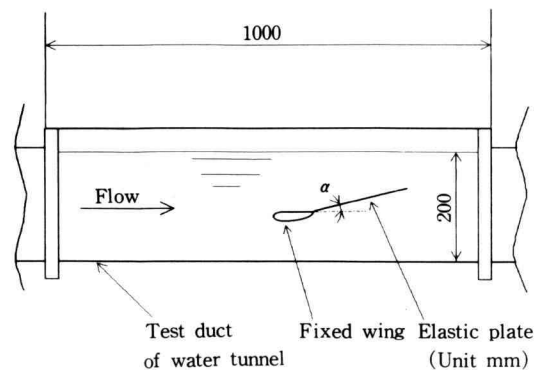


Fig. 5. Experimental apparatus.

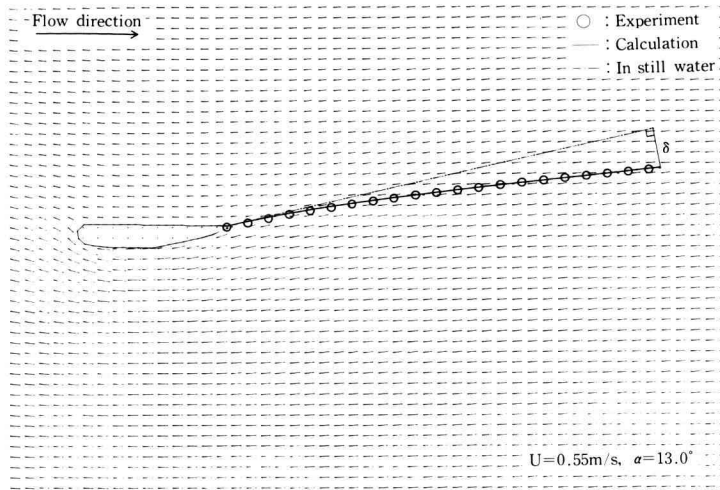


Fig. 6. Deformation of plate and velocity distribution.

mm) に設置した。実験は板の迎え角 α $5.2 \sim 27.4^\circ$ 、流速 U $0.25 \sim 0.92$ m/s の範囲で行い、流れによって変形した板の形状をビデオカメラで撮影し、画像処理を行ってその変形を調べた。結果は次の通りである。

(1) Fig. 6 は板の迎え角 13.0° 、流速 0.55 m/s における板の変形の計算値 (実線) と実験値 (○印) を示したもので両者はよく一致している。なお速度分布は計算によるもので、一点鎖線は静止流体中の板の位置を示す。

(2) Fig. 7 は板の迎え角 13.0° 、流速 $0.25 \sim 0.92$ m/s の範囲における、実験値と計算値の比較であり、縦軸に δ/L 、横軸に無次元数 $12\rho U^2 L^3 / EH^3$ を取った。○

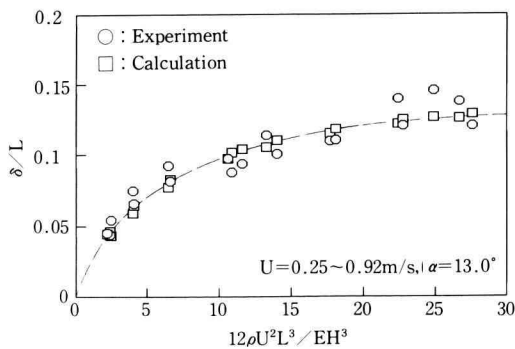


Fig. 7. Deflection of elastic plate and velocity of flow.

印は実験値、□印は計算値である。両者はほぼ一致していることがわかる。

(3) Fig. 8 は流速を 0.55 m/s とし、迎え角を $5.2 \sim 27.4^\circ$ の範囲で変化させた場合の実験値と計算値の比較であり、縦軸に δ/L 、横軸に板の迎え角 α をとった。記号の意味は Fig. 7 と同様であり、実験値は迎え角 α が小さいときは計算値とほぼ一致しているが、迎え角 α が 17° をこえると剝離が発生してポテンシャル流れの計算値と一致しなくなることがわかる。

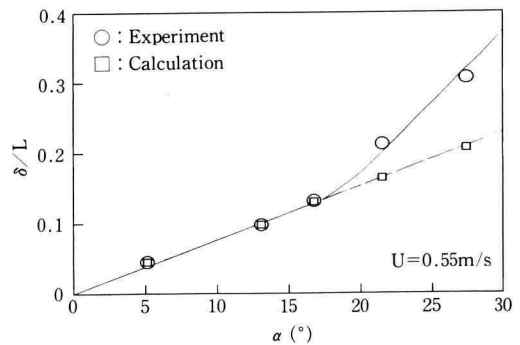


Fig. 8. Deflection of elastic plate and angle of incidence.

4. む す び

板の周りの流れを二次元ポテンシャル流れとして特異点解法で解析して圧力分布を求め、これを用いて弾性理論により板の変形を求めるプログラムを開発した。回流水槽にABS樹脂板を設置して板の変形量を計測し、計算値と比較した。その結果剝離が生じない迎え角 17° 以下の場合、実験結果はコンピュータによる計算結果とよく一致することがわかった。

従って、剝離が生じない場合には理論計算により流れ場における弾性板の変形予測が可能になったと思われる。

5. 謝 辞

本研究は本学4年次卒業研究として行われたものであり、下記の諸君の実験結果をまとめたものである。ここに謝意を表します。

一ノ瀬英則、大野 章
森戸 久男、八島 秀之

参 考 文 献

- 1) 大橋秀雄, 流体力学(1), (1982), コロナ社, 140.