

# 粘着力をうける制動車輪の動特性

野 村 義 夫\*

Dynamic Characteristics of Braked wheel under Adhesion Force

Yoshio NOMURA

## Abstract

Characteristics of Adhesion between wheel and Rail are very important for high speed train, because braked wheels are injured by slip when severe brake forces are applied in order to shorten the brake distance.

In the paper, experiments and dynamic analysis of braked wheel under adhesion force are explored, in order to get fundamental design data of slip protection devices by using the adhesion testing machine.

## 1. ま え が き

鉄道車両の車輪とレール間の摩擦現象は、多くの要因の影響を受けることから、通常、粘着と呼ばれている。この現象は車両を加速あるいは減速する際の極めて重要な特性である。一般に制動力を車輪にあたえると、レールとの間で微小滑りを発生し、制動力に対応した粘着力を生ずるが、高速車両の場合制動距離を短かくしようとして、制動力を大きくすると、この滑りは次第に大きくなり、それと共に粘着力も増大し、滑りが一定値を越すと逆に粘着力は減少する傾向にあり、遂には車輪が全く回転せずレール上を完全に滑走するようになる。こうなると車輪およびレールの損傷は甚だしく、制動距離も著しく伸びてしまう<sup>1)</sup>。このため、滑りと粘着とについて過去に数多くの研究や実験が行なわれてきた。基礎的研究としては W. Leven<sup>2)</sup>、E.T. Barwell<sup>3)</sup> などの論文があり、また、実験的研究としては H. Kother<sup>4)</sup>、Metzkow<sup>5)</sup> などの発表がある。これらの論文の中で最大粘着係数に関する実験式が幾つか提案されている。また、我が国でも東海道新幹線車両の設計に際して求められた中根ら<sup>6)</sup> による実験式が発表されている。また最近の研究では、車輪とレール

の接触条件の影響を考慮した粘着現象の研究が大山<sup>7)</sup> によってなされている。本学では筆者<sup>8)</sup> が粘着試験機を用いて制動時およびその解放時の粘着係数と、滑り率との関係を求めた。他方、制動時の車輪滑走防止に着目し、粘着力を有効に利用することも重要であることから、定性的考察を行なった J. Adamson<sup>9)</sup> の提案が発表されている。しかしこれは解析的ではない。

このため、筆者は制動時の車輪滑りの過渡現象を粘着試験機によって実験的に求めると共に、理論解析し、粘着力の有効利用法を明確にするための基礎を与えようとしたのである。

## 2. 制動車輪の過渡特性実験

粘着試験機<sup>†</sup> の制動論および軌条輪に、それぞれ回転速度検出器を取りつけ、既設の回転パルス測定器および制動油圧、制動力、粘着力、接触荷重などの測定に追加し、各車輪の速度をアナログ的に計測記録した。

記録の一例を Fig. 1 に示す。これは初期速度を 80 km/h とした後、時刻  $T_A$  で制動輪に油圧ブレーキを働かせ、時刻  $T_B$  で油圧ブレーキを解放した時の経過を示す。最初油圧ブレーキが効果を現わすまでは、制動輪速度  $v_1$  は軌条輪速度  $v_2$  と等しく、共に軸受や空気の抵抗によって徐々に減速する、ついで、油圧ブレーキの効果が現われるに従い、 $v_1$  は  $v_2$  と離れ大きく減

1992年9月28日受理

\* 機械工学科

† 粘着試験機の構造については、文献(8)参照

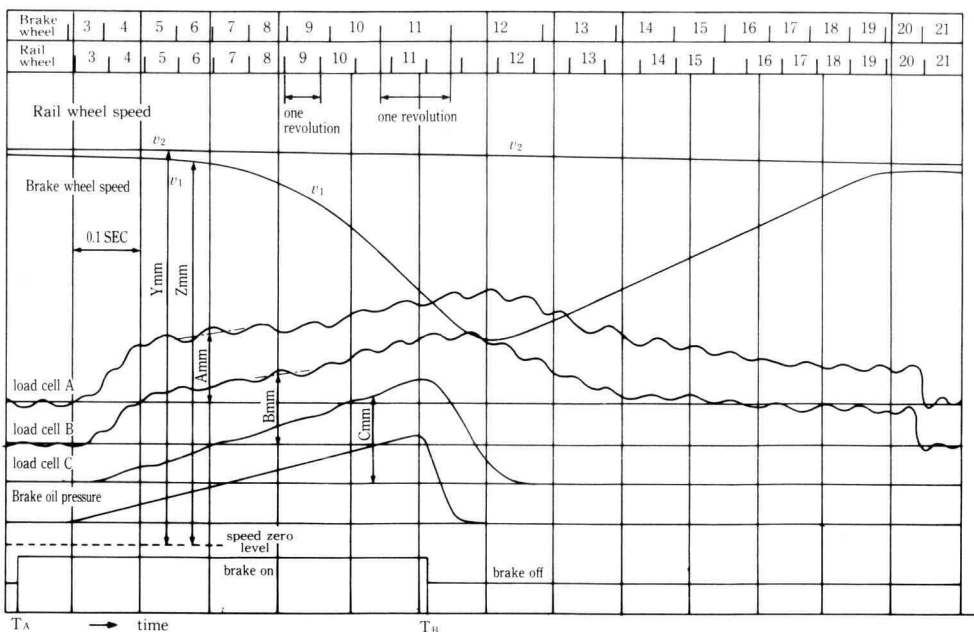


Fig. 1. An example of recording data by experiments

速する。この場合、両車輪間の滑り率  $\epsilon = (v_2 - v_1) / v_2$  は次第に大きくなる。一方、粘着力はロードセル A および B から求められる。さらに時間が経過すると  $v_1$  は急激に低下するようになり、時刻  $T_B$  で油圧ブレーキが解放されると間もなく  $v_1$  はゆるやかに最低点に達し、その後は軌条輪により加速され再び  $v_2$  と等しくなるという経過をたどるのである。

### 3. 制動車輪の運動解析

制動時の車輪の運動をしらべるのに、上述の実験で用いた粘着試験について考えることとし、その力学的モデルを Fig. 2 のように構成し解析する。ここで記号は次のように定めておく。

- $F_b$ : 制動力 (kgf)
- $f$ : ブレーキパットの摩擦係数
- $A$ : 油圧ピストンの有効受圧面積 (cm<sup>2</sup>)
- $p(t)$ : 油圧(時間  $t$  の関数) (pgf/cm<sup>2</sup>)
- $r$ : ブレーキパットとディスク中心との距離 (cm)
- $T_b$ : 制動トルク (kgf-cm)
- $F_1$ : 制動輪周上の制動力 (kgf)

- $F_a$ : 制動輪周上の粘着力 (kgf)
- $F_{am}$ : 制動輪周上の最大粘着力 (kgf)
- $R_1$ : 制動輪半径 (cm)
- $R_2$ : 軌条輪半径 (cm)
- $W$ : 制動輪と軌条輪間の押しつけ力 (kgf)
- $I_1$ : 制動輪の慣性モーメント (kgf-cm-sec<sup>2</sup>)
- $I_2$ : 軌条輪の慣性モーメント (kgf-cm-sec<sup>2</sup>)
- $v_1$ : 制動輪の周速度 (cm/sec)
- $v_2$ : 軌条輪の周速度 (cm/sec)
- $\omega_1$ : 制動輪の角速度 (rad/sec)
- $\omega_2$ : 軌条輪の角速度 (rad/sec)
- $\mu$ : 粘着係数 (=  $F_a / W$ )
- $\mu_m$ : 最大粘着係数 (=  $F_{am} / W$ )
- $\epsilon$ : 滑り率 (%)
- $\epsilon_m$ : 最大粘着係数のときの滑り率 (%)

解析にあたって、滑り率  $\epsilon$  と粘着力  $F_a$  あるいは粘着係数  $\mu$  との関係は過去の文献を勘案し、Fig. 3 の形であると考え。また、ブレーキ油圧の変化は、ブレーキ作用時には経過時間に比例して上昇し、ブレーキ解放時には指数関数的に低下するものとする。

この力学モデルについて、運動は Fig. 4 に示すように 5 段階に分けて考えることとする、Fig. 4 の上図は、

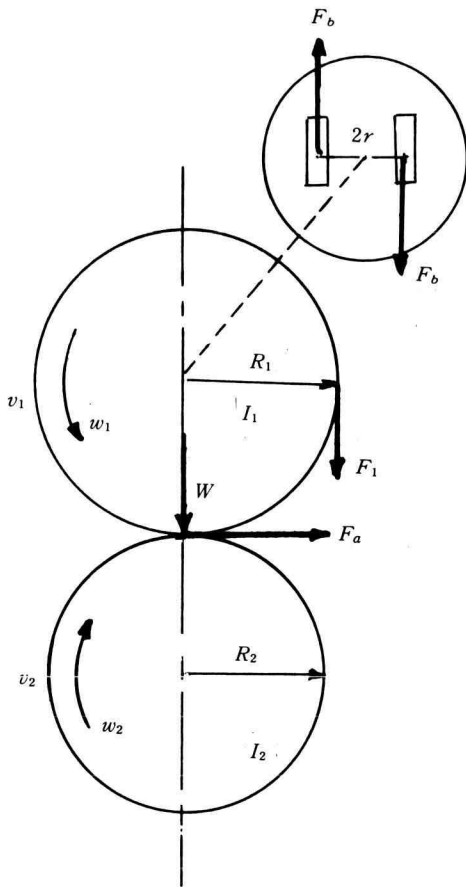


Fig. 2. Dynamic Model of Adhesion between Brake wheel and Rail Wheel.

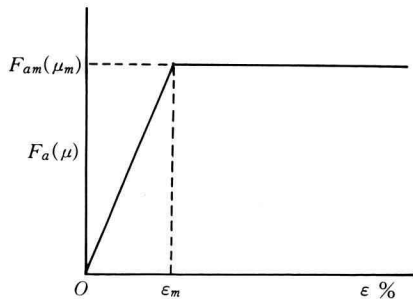


Fig. 3. Relations between Adhesion Force ( $F_a$ ) and Wheel Slip ( $\epsilon$ )

制動力と粘着力の時間的変化を示し、下図は、制動輪と軌条輪の時間に対する速度変化を示したものである。

(1) 第1段階は一定速度で滑りがなく制動輪と軌条輪とが共に同一周速度で回転している時、制動輪にブレーキをかけ、粘着力がその最大値に達するまでの区間で、 $F_1 \leq F_{am}$  の場合である。このとき

$$F_b = fAp(t) \quad (1)$$

$$T_b = F_b \cdot 2r = F_1 \cdot R_1 \quad (2)$$

であり、制動輪の運動方程式は

$$(I_1 + I_2) \frac{d\omega_1}{dt} = -F_1 R_1 \quad (3)$$

ここで、 $v_1 = \omega_1 R_1$ 、 $v_2 = \omega_2 R_2$ 、 $v_1 = v_2$  である。したがって、

$$dv_1 = -\frac{F_1 R_1^2}{I_1 + I_2} dt \quad (4)$$

ブレーキ用油圧の上昇は時間に比例すると考え、その比例常数を  $k \text{ kgf/cm}^2/\text{sec}$  とすると、 $p(t) = kt$  である。したがって、

$$F_1 = \frac{2rfAkt}{R_1} \quad (5)$$

(5) を (4) 式に代入して積分すると、

$$v_1 = -\frac{rR_1 fAk}{I_1 + I_2} t^2 + C$$

ここで、 $t=0$  のとき  $v_1 = v_0$  とすると  $C = v_0$  だから、

$$v_1 = v_0 - \frac{rR_1 fAkt^2}{I_1 + I_2} \quad (6)$$

ここで、 $F_b$  すなわち  $F_1$  を増大すると、その反力  $F_a$  も比例的に増大し、最大粘着力  $F_{am}$  に達する。油圧が上昇し、 $F_{am}$  に対応する制動力になった時刻  $t_1$  は  $t = t_a$  後とすると (5) 式より、

$$F_{am} = F_1 |_{t=t_a} = \frac{2rfAkt_a}{R_1} \quad (7)$$

すなわち、

$$t_a = \frac{F_{am} R_1}{2rfAk} \quad (8)$$

時刻  $t_1$  以降、制動輪と軌条輪とは大きな相対滑りを起し、別々に減速する。そこで、時刻  $t_1$  の速度  $v_1 = v_a$  とすると (8) を (6) 式へ代入して、 $v_a$  は次のようになる。

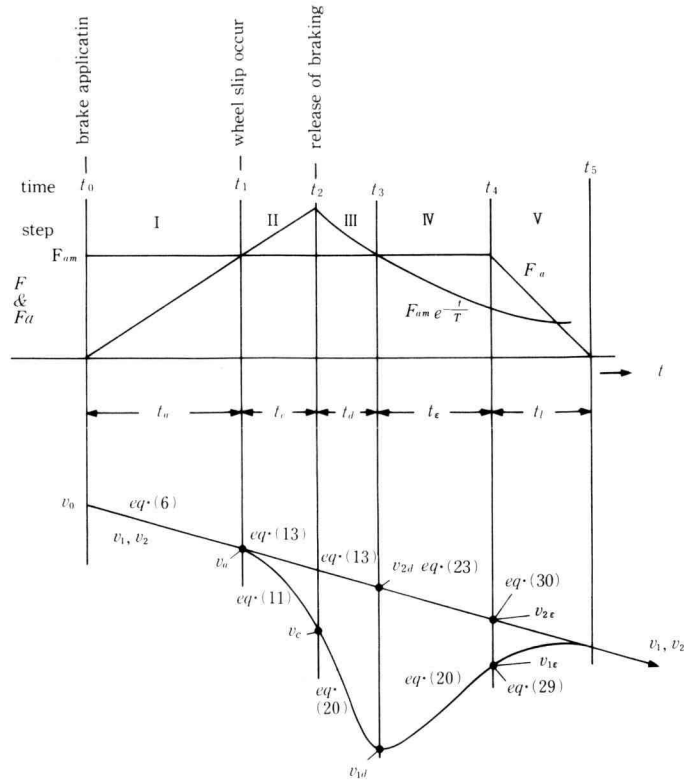


Fig. 4. Braking/Adhesion Force and Wheels speed

$$v_a = v_0 - \frac{F_{am}^2}{I_1 + I_2} \cdot \frac{R_1^3}{4rfAk} \quad (9)$$

(2) 第II段階は制動力  $F_1$  が増大し  $F_1 > F_{am}$  の場合であり、制動輪と軌条輪との間に滑りが生ずる。この時の制動輪の運動は、

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = -(F_1 - F_{am})R_1 \quad (10)$$

ここで、(5)、(7) 両式を考慮し、時間の原点を時刻  $t_1$  に移すと、 $t=0$  で  $v_1 = v_a$  だから、

$$v_1 = -\frac{R_1^2}{I_1} \int \frac{2rfAR}{R_1} t dt + C$$

$$v_1 = v_a - \frac{rR_1 f A k t^2}{I_1} \quad (11)$$

一方、軌条輪については

$$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -F_{am} R_2,$$

$$v_2 = -\int \frac{F_{am} R_2^2}{I_2} dt$$

$$= -\frac{F_{am} R_2^2}{I_2} t + C \quad (12)$$

したがって

$$v_2 = v_a - \frac{F_{am} R_2^2}{I_2} t \quad (13)$$

(3) 第III段階は、 $v_1$  があらかじめ与えた速度  $v_c$  になった時刻  $t_2$  において、制動輪のブレーキを解放した時の経過である。この時、ブレーキ解放までの時間  $t_c$  は(11)式で、 $v_1 = v_c$  として求められる。すなわち、

$$t_c = \sqrt{I_1(v_a - v_c) / (rR_1 f A k)} \quad (14)$$

いま、ブレーキ油圧の低下を次式で表わされるとする。

$$p(t) = P_0 e^{-t/T} \quad (15)$$

ここで  $T$  は油圧降下の時定数であり  $P_0$  は油圧が上昇開始してから  $(t_a + t_c)$  時間経過後の油圧の値であるから、

$$P_0 = k(t_a + t_c) \quad (16)$$

と表わされる。また  $F_1$  はつぎのようになる。

$$F_1 = \frac{2rfAP_0}{R_1} e^{-\frac{t}{T}} \quad (17)$$

そこで、時刻  $t_2$  以降の制動輪の運動は

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = -(F_1 - F_{am})R_1$$

ゆえに、

$$v_1 = -\frac{R_1^2}{I_1} \int (F_1 - F_{am}) dt + C \quad (18)$$

ここで、制動輪は  $F_1 > F_{am}$  なら減速し、 $F_1 < F_{am}$  なら軌条輪により加速される。そこで、(17) 式を (18) 式に代入して解くと、

$$v_1 = \frac{2rR_1fAP_0T}{I_1} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{F_{am}R_1^2}{I_1} t + C \quad (19)$$

ここで、時間の原点を時刻  $t_2$  に移すと、 $t=0$  のとき  $v_1 = v_c$  だから

$$C = v_c - \frac{2rR_1fAP_0T}{I_1}$$

したがって、

$$v_1 = v_c - \frac{2rR_1fAP_0T}{I_1} (1 - e^{-\frac{t}{T}}) + \frac{F_{am}R_1^2}{I_1} t \quad (20)$$

一方、軌条輪については、受ける制動力は  $F_{am}$  であるので、前述の (13) 式である。

(4) 第 IV 段階は、時刻  $t_3$  以後の経過であり、制動輪の速度  $v_1$  は (20) 式で時間で  $t_a$  経過後の状態で、軌条輪では、制動輪が  $F_{am}e^{-\frac{t}{T}}$  となるから、

$$I_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -F_{am}e^{-\frac{t}{T}}R_2$$

$$\begin{aligned} \therefore v_2 &= -\frac{F_{am}R_2^2}{I_2} \int e^{-\frac{t}{T}} dt + C \\ &= \frac{F_{am}R_2^2}{I_2} e^{-\frac{t}{T}} + C \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、時刻  $t_3$  の時の速度  $v_{2a}$  は (13) 式より次のようになる。

$$v_{2a} = v_a - \frac{F_{am}R_2^2}{I_2} (t_c + t_a) \quad (22)$$

したがって、時刻  $t_3$  を原点として (21) 式から、

$$C = v_{2a} - \frac{F_{am}R_2^2 T}{I_2}$$

だから、(21) 式は次のようになる。

$$v_2 = v_a - \frac{F_{am}R_2^2 (t_c + t_a)}{I_2} - \frac{F_{am}R_2^2 T}{I_2} (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (23)$$

さらに (20) 式で与えられる制動輪の速度  $v_1$  には極小値があることがわかる。その極小値の生ずる時間  $t_m$  は、(20) 式を微分して零とおき、

$$\frac{2rR_1fAP_0}{I_1} e^{-\frac{t}{T}} = \frac{F_{am}R_1^2}{I_1}$$

となるから、

$$t_m = T \log_e \frac{2rfAP_0}{R_1 F_{am}} \quad (24)$$

他方、 $F_1 = F_{am}$  となる時刻  $t_3$  は、 $t_2$  より  $t_a$  時間あとであるから (17) 式より、

$$\frac{2rfAP_0}{R_1} e^{-\frac{t_a}{T}} = F_{am}$$

したがって、

$$t_a = T \log_e \frac{2rfAP_0}{R_1 F_{am}} \quad (25)$$

(24)、(25) の両式より、 $t_m = t_a$  である。そこで、 $t = t_a$  の時の制動輪速度  $v_1$  を  $v_1 = v_{1a}$  とすると、(20) 式より、

$$v_{1a} = v_c - \frac{2rR_1fAP_0T}{I_1} (1 - e^{-\frac{t_a}{T}}) + \frac{F_{am}R_1^2}{I_1} t_a \quad (26)$$

$v_1$  と  $v_2$  との差は次第に小さくなって、 $\epsilon$  が小さくなる。

(5) 第 V 段階は滑り率  $\epsilon$  が小さくなり、 $v_1$  が  $v_2$  に更に近づく経過である。滑り率  $\epsilon$  は、

$$\epsilon = \frac{v_2 - v_1}{v_2} \quad (27)$$

いま  $F_a$  と  $\epsilon$  との関係は Fig. 3 の如くであるとしたから、 $0 < \epsilon < \epsilon_m$  で  $F_{am} = k' \epsilon_m$  と表わされ、 $F_a$  は、

$$F_a = \frac{F_{am}}{\epsilon_m} \epsilon = k' \epsilon \quad (28)$$

と表わされる。ここで  $k'$  は比例常数である。

つぎに  $v_1$  が増速し  $v_2$  が減速して、 $\varepsilon = \varepsilon_m$  になった時刻を  $t_4$  とし、 $t_4 - t_3 = t_\varepsilon$  とする。また、時刻  $t_4$  で  $v_1 = v_{1\varepsilon}$ 、 $v_2 = v_{2\varepsilon}$  とすると、(20) 式および (23) 式から、

$$\begin{aligned} v_{1\varepsilon} &= v_1 \Big|_{t=t_d+t_\varepsilon} \\ &= v_c - \frac{2rR_1 f A P_0 T}{I_1} (1 - e^{-\frac{t_d+t_\varepsilon}{T}}) \\ &\quad + \frac{F_a R_1^2}{I_1} (t_d + t_\varepsilon) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} v_{2\varepsilon} &= v_2 \Big|_{t=t'} \\ &= v_a - \frac{F_a m R_2^2}{I_2} (t_c + t_d) \\ &\quad - \frac{F_a m R_2^2 T}{I_2} (1 - e^{-\frac{t'}{T}}) \end{aligned} \quad (30)$$

この  $v_{1\varepsilon}$  あるいは  $v_{2\varepsilon}$  を (27) 式の  $v_1$  あるいは  $v_2$  の代りに代入し  $\varepsilon$  を求めると、この  $\varepsilon$  は  $\varepsilon_m$  であるから、 $t_\varepsilon$  が求められることになる。

その後の経過は (20) 式の  $v_1$  と (23) 式の  $v_2$  とを (27) 式に代入して  $\varepsilon$  を求める。この場合、(20) 式では  $t = t_d + t_\varepsilon + t$  とし、(23) 式では  $t = t_\varepsilon + t$  とし、 $v_1$  と  $v_2$  との比較する時刻を合わせておく。

このように  $\varepsilon$  が求められたら、(28) 式より  $F_a$  を求める。

そこで、制動輪の加速力は  $F_a$  となるから、

$$v_1 = \int \frac{F_a R_1^2}{I_1} dt + C = \frac{F_a R_1^2}{I_1} t + C$$

ここでまた時間の原点を時刻  $t_4$  に移すと、 $t=0$  で  $v_1 = v_{1\varepsilon}$  であるから、 $C = v_{1\varepsilon}$  となり、次式を得る。

$$v_1 = v_{1\varepsilon} + \frac{F_a R_1^2}{I_1} t \quad (31)$$

また、軌条輪については (23) 式で  $t = t_\varepsilon + t$  とし

$$\begin{aligned} v_2 &= v_a - \frac{F_a m R_2^2 (t_c + t_d)}{I_2} \\ &\quad - \frac{F_a m R_2^2 T}{I_2} (1 - e^{-\frac{t_\varepsilon+t}{T}}) \end{aligned} \quad (32)$$

$\varepsilon$  は  $v_1$ 、 $v_2$  の変化と共に変わるから、 $\Delta t$  時間後の  $v_1$ 、 $v_2$  を (31)、(32) 式から求め、再び (27) 式から  $\varepsilon$  を、また (28) 式から  $F_a$  を求めて新しい  $v_1$ 、 $v_2$  を求める。この操作をくり返して  $v_2 - v_1 = 0$  になるまで続ける。このようにして第 V 段階が完了する。

#### 4. 数値計算結果と考察

前節で解析した結果に基づいて制動輪と軌条輪の運動を数値計算した結果の一例を図示すると Fig. 5 のようになる。

これは粘着試験機の諸元を用い、車輪周速度が 80 km/h になった時から制動輪に制動力をあたえるのに、ブレーキ油圧の上昇速度  $k$  を 40 kgf/cm<sup>2</sup> 毎秒とし、ブレーキ解放時の滑り率  $\varepsilon$  を 20, 30, 40, 50% の 4 種類とした場合を数値計算した結果である。さらにこの場合の  $\varepsilon_m = 8\%$  のとき  $\mu_m = 0.8$  とし、油圧解放時の  $T = 0.07$  sec とした。

図に示すように、ブレーキ解放時の設定滑り率を大きくするに従い  $v_1$  の最小値は低くなる。これは、滑り率が大きくなってからブレーキの解放を行なうと、 $v_1 = 0$  すなわち制動輪の完全滑走に至り易いことを示

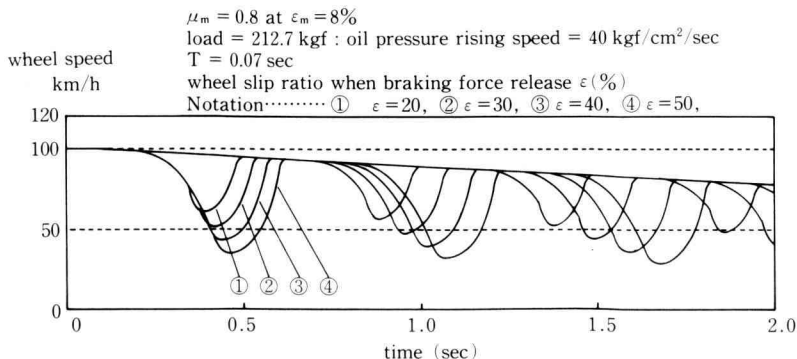


Fig. 5. An example of Calculation Results

す。また、ゆるめの際の時、定数  $T$  が大きくなっても同様の結果になる。

$v_1$  が  $v_2$  に近づき滑りが極めて小さくなった時には車輪損傷はなくなるが、制動距離が伸びて列車運転上好ましくない。したがって、再びブレーキをかけることになる。Fig. 5 ではブレーキを3回繰返した状況を示すが、次第に軌条輪の速度も低下してゆくので、制動をくり返す毎にブレーキ解放すべり率を変化させないと、制動輪の最低速度は低くなり、完全滑走に近づいてゆくことがわかる。実車の場合には車体速度が軌条輪速度に対応するから、ブレーキ解放時の滑り率の設定値は車体速度の低下と共に変えるようにすべきである。また  $T$  の値についても同じような考慮を払わなければならない筈である。

## 5. 結 論

本研究は、鉄道車両の制動時における車輪とレール間の粘着特性によって影響される車輪運動の過渡特性を、粘着試験機を用いた実験と理論解析とによって明らかにし、車輪とレールの損傷を防止しつつ制動距離を短縮する方法を検討した結果、

(1) 理論解析には幾つかの仮定を行なったが、数値計算の結果は、実験と比較的良く合い有効であることがわかった。

(2) 車輪損傷防止のためのブレーキ解放時の車輪の滑り率の定め方が明らかになった。

(3) また、ゆるめの際の油圧の時定数の定め方が明らかになった。

(4) これらから、滑走防止機構設計の基礎資料が得られたと考えられる。

(5) この研究で考察した時の仮定はつぎのとおりである。i) 実際の  $\mu$  と  $\varepsilon$  との関係には比較的大きいヒステリシスがあるが、これを無視し単純化した。ii)  $\varepsilon$  が極めて大きくなると  $\mu$  は極めて小さくなるがこれを考慮しない範囲で考察した。iii) 粘着特性には可成り大きいばらつきがあるが、これを無視し、平均化した特性で考えた。iv) 粘着試験では実車のレールと異なり対応する軌条輪としたこと、などであり、これらについての検討は将来の問題として残っている。

## 6. あとがき

この研究を進めるにあたり、内外の数多くの文献を

参照させていただいたが、実験の実施と数値計算については、平成元年度～3年度の卒業研究生たちの多大の協力を得た。また、粘着試験機の整備や計測器の準備には、川崎工機株式会社と、(株)曙ブレーキ中央技術研究所の支援を受けた。さらに本学の元助手榊原鏡蔵氏の協力を得た。ここに深く感謝の意を表わすものである。

## 文 献

- 1) Douglas Galton; On the Effect of Brakes upon Railway Trains., Air Brake Tests, 1904, The Westinghouse Air Brake Co.
- 2) Werner Leven; Die Reibung zwischen Rad und Schiene., Nov. 1941, 96 Jahrgang, Heft 22, Organ für Fortschritte des Eisenbahnwesens, S. 333~346, u.s. 349~359.
- 3) F.T. Barwell; Einige Ergebnisse über Reibung und Verschleiß unter besonderer Begunahme auf die Reibzahl zwischen Rad und Schiene. Fcb. 1957, 81 Jahrgang, Heft 2, Glasers Annalen.
- 4) Hans Kother; Verlauf Ausnutzung des Haftwertes zwischen Rad und Schiene bei elektrischen Triebfahrzeugen. Dez. 1940, XVI Jahrgang, Heft 12, Elektrische Bahnen.
- 5) Metzkwow; Haftungsverhältnisse zwischen Rad und Schiene beim Bremsvorgang. Juli 1934, 89 Jahrgang, Heft 13, Organ für Fortschritte des Eisenbahnwesens.
- 6) 中根, 和田, 佐々木; 粘着限界の実験的研究, 東海道新幹線に関する研究(各論), 鉄道技術研究所, 昭和35年4月.
- 7) 大山忠夫; 高速鉄道車両の車輪とレール間の粘着力におよぼす接触条件の影響と粘着力向上に関する研究, 鉄道総研報告, 第1巻第2号, 1987年10月.
- 8) 野村義夫, 榊原鏡蔵; ブレーキによる滑りを伴なう回転車輪の接触摩擦(粘着特性), 幾徳工業大学研究報告, B理工学編, 第12号, 昭和63年
- 9) J. Adamson; Wheel Slide Protection, Railway Braking Symposium, Univ. of York, 1979年9月.