

動画像処理による物体の3次元運動追跡

関 靖 夫*・井 上 哲 理*

3D Motion Estimation from Image Sequence

Yasuo SEKI and Tetsuri INOUE

Abstract

This paper describes a method for tracking a moving object in a time-varying image sequence and analyzing the three dimensional position and pose of the object. The approach treats a solid polyhedra object whose structure and initial state are given. This model-based analysis is composed of two stages. In the first stage, the corner points of the object are detected from a current image and matched with those in the previous image. In the second stage, the changes of the position and pose of the object are calculated with the data of the matched corner points. The analysis is carried out with some processes as follows: (1) the edges are detected in images, (2) the corner points are extracted on the detected edges, (3) the position of the corresponding corners are prospected from the previous data, (4) the corresponding corners are detected and (5) the changes of the position and pose of the object are calculated. This method was examined experimentally using a computer-generated image sequence. The results showed the proposed method can track moving objects and improvement of pre-processes is required for exact pursuit.

1. は じ め に

物体あるいはカメラが移動することにより得られる動画像には対象物体の3次元形状や3次元運動に関する多くの情報が含まれている。そのため、さまざまな分野で動画像処理の利用が検討されている。しかし動画像の処理には時間的に連続した多数の画像データが必要であるため、計算機に大量のメモリ及び高速な演算が要求される。このような理由により、動画像処理はこれまであまり行われることがなく、画像処理といえば静止画像を扱うものがほとんどであったが、近年のコンピュータの演算速度の高速化、メモリ容量の増大により、動画像に関する研究が盛んになってきた。

動画像から物体の3次元運動を求めるには一般に次のような処理が必要となる。

- (1) 現在の画像フレームと一つ前の画像フレームの間の画像の対応づけ処理。
- (2) 物体の画像上での移動量から、空間上における

移動量を求める処理。

(1)では、現在の画像フレーム上の各部と前画面の各部を対応付ける。しかし、物体形状およびその位置、運動が3次元であるのに対し、得られるデータは2次元の画像であるため、物体が画像面に対して前後に運動する場合や回転する場合など、画像上の物体形状が変化することもある。このような画像間の対応付けにはさまざまな方法が提案されているが、対応付けは必ずしも容易ではなく、対応付け精度が不十分であったり、対応付けに時間がかかるなどの問題がある。

(2)の処理では、(1)の処理により得られた対応付けデータをもとに画像上での対応点の移動量を算出し、これから物体の3次元運動を計算する。(1)と同様な理由から画像上の移動量と物体の移動量の関係を一般的に解くことはできず、運動の解釈において何らかの拘束条件が必要となる。また、(1)で得られたデータは、ノイズや画像データを得る際のサンプリング、量子化等による誤差を含んでいるため、(2)の処理ではこれらの誤差を充分考慮する必要がある。

本論文で提案する方法は、対象物体として多面体構造を持つ剛体を扱い、物体の構造は既知であるとして

解析する、モデルベースの3次元運動追跡方法である。また、画像間の対応付けでは前フレームにおける物体の位置・姿勢および運動をもとに現画像上での位置を推測することで対応付けの精度および速度の向上を図っている。

具体的な方法としては、多面体の頂点を特徴点として画像から抽出し、それらを画像間に対応付ける。次に空間での点の移動量とその画像上での移動量との関係を用いて、得られた特徴点の対応付けデータから物体の移動量を計算する。この計算結果をもとに現フレームにおける物体の位置・姿勢を求める。画像間での特徴点の対応付けでは、前フレームの物体の世界座標での位置・姿勢および移動量から次のフレームにおける特徴点の画像上の位置を予測し、対応点を探索する。以下これらの処理をフレームごとに繰返し行うことで、物体の3次元運動を追跡する。

本方法の特徴として次の点が挙げられる。まず、前フレームの状態をもとに現フレーム上の特徴点の位置を予測することで、画像間の特徴点の対応付けの正確度および速度の向上が期待できる。また、画像から得られるデータには誤差が含まれていることが予想されるが、多くの特徴点に対して得られた移動量データから最小2乗法を用いて物体についての移動量を求めるので、誤差の影響が最小化されることが期待される。

本論文では、これらの方法および具体的な処理について述べ、コンピュータグラフィックスにより作成し

た画像データをもとに、提案した方法の有効性について評価した。

2. 空間上の点の動きと画像上の点の動きの関係

画像データから物体の3次元運動を解釈する際に用いる、特徴点の空間における移動とその画像面での運動の関係式を導く。ここで対象とする物体は多面体構造を持つ剛体とする。

2.1 物体の特徴点の世界座標系での位置

物体中心（物体重心を用いることが多い）を原点とした座標系

$$O_m - \xi^{(1)} - \xi^{(2)} - \xi^{(3)}$$

を用い、物体の各特徴点をそれぞれ

$$(\xi_k^{(1)}, \xi_k^{(2)}, \xi_k^{(3)}) \quad k=1 \sim n$$

とする（ k は特徴点番号）。

次に、世界座標

$$O - X^{(1)} - X^{(2)} - X^{(3)} \quad (X^{(3)} \text{は垂直})$$

において、物体中心の位置・姿勢が次のように表せるとする(図1)。

$$\begin{array}{ll} \text{位置} & (X_b^{(1)}, X_b^{(2)}, X_b^{(3)}) \\ \text{姿勢} & (\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \end{array}$$

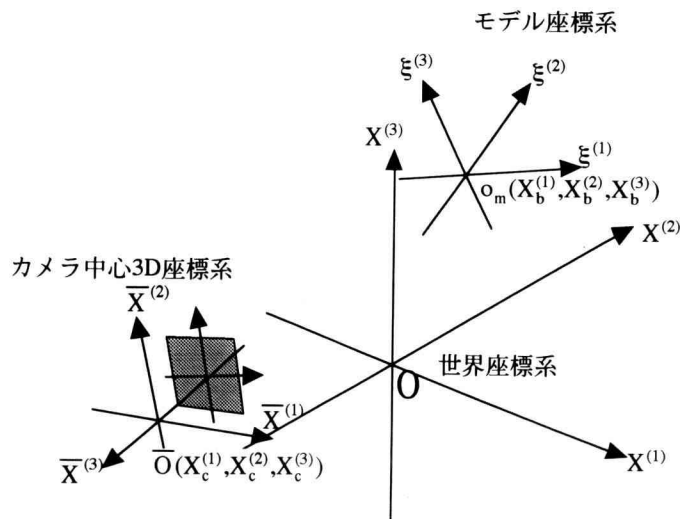


図1. 世界座標、モデル座標およびカメラ座標

ここでの姿勢の表現には、オイラー角を用いる (付録参照)。

このとき、物体上の特徴点 k の世界座標 $(X_k^{(1)}, X_k^{(2)}, X_k^{(3)})$ は

$$\begin{pmatrix} X_k^{(1)} \\ X_k^{(2)} \\ X_k^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_b^{(1)} \\ X_b^{(2)} \\ X_b^{(3)} \end{pmatrix} + \tilde{M}_b(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \begin{pmatrix} \xi_k^{(1)} \\ \xi_k^{(2)} \\ \xi_k^{(3)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$\tilde{M}_b(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)})$ は3次元の回転行列 (付録参照)。

となり、

$$X_k^{(i)} = X_b^{(i)} + \sum M_b^{(i,j)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \xi_k^{(j)} \quad (2)$$

$M_b^{(i,j)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)})$ は3次元の回転行列 $\tilde{M}_b(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)})$ の (i, j) 成分

となる。

2.2 世界点と画像点の関係

世界座標で表された点の座標と対応する点の画像上の座標との関係を導く。

ここで、画像面の世界座標に対する位置・姿勢で定義されたカメラ中心3D座標

$$\bar{O} - \bar{X}^{(1)} - \bar{X}^{(2)} - \bar{X}^{(3)}$$

原点 \bar{O}	画面の中心
$\bar{X}^{(1)}$ 軸	画面の水平軸
$\bar{X}^{(2)}$ 軸	画面の垂直軸

と他の座標系との関係を示す (図1)。カメラ中心3D座標の中心 \bar{O} (カメラの位置に対応) の世界座標における位置・姿勢を

$$\begin{aligned} \bar{O} \text{ の世界座標} & (X_c^{(1)}, X_c^{(2)}, X_c^{(3)}) \\ \text{画面の姿勢} & (\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \end{aligned}$$

とすれば、世界点の世界座標 $(X^{(1)}, X^{(2)}, X^{(3)})$ とカメラ中心3D座標 $(\bar{X}^{(1)}, \bar{X}^{(2)}, \bar{X}^{(3)})$ との関係は、

$$\begin{pmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \\ X^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_c^{(1)} \\ X_c^{(2)} \\ X_c^{(3)} \end{pmatrix} + \tilde{M}_c^{-1}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \begin{pmatrix} \bar{X}^{(1)} \\ \bar{X}^{(2)} \\ \bar{X}^{(3)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{X}^{(1)} \\ \bar{X}^{(2)} \\ \bar{X}^{(3)} \end{pmatrix} = \tilde{M}_c^{-1}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \begin{pmatrix} X^{(1)} - X_c^{(1)} \\ X^{(2)} - X_c^{(2)} \\ X^{(3)} - X_c^{(3)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$= \tilde{N}_c(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \begin{pmatrix} X^{(1)} - X_c^{(1)} \\ X^{(2)} - X_c^{(2)} \\ X^{(3)} - X_c^{(3)} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\bar{X}^{(i)} = \sum_j^{(i,j)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) (X^{(j)} - X_c^{(j)}) \quad (6)$$

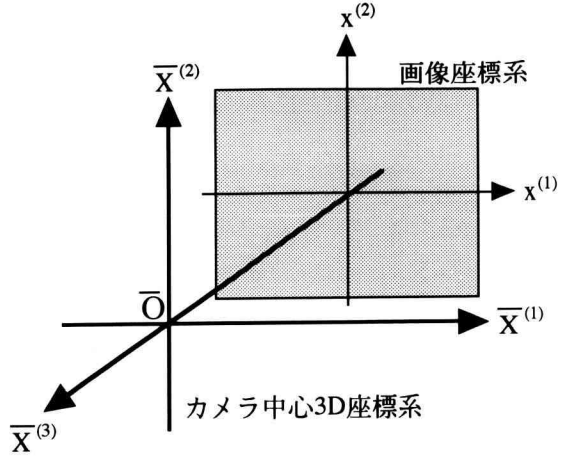


図2. カメラ中心3D座標と画像座標系の関係

となる。(付録参照)

次にカメラ中心3D座標で表現された世界点と画像点の関係 (中心投影) は次のようになる。

画像座標 $O-x^{(1)}-x^{(2)}$ (図2)

$x^{(1)}$ 軸: $\bar{X}^{(1)}$ 軸と同じ

$x^{(2)}$ 軸: $\bar{X}^{(2)}$ 軸と同じ

とすれば、

$$\frac{x^{(i)}}{f} = \frac{\bar{X}^{(i)}}{(-\bar{X}^{(3)})} \quad (7)$$

$$x^{(i)} = -\frac{\bar{X}^{(i)} f}{\bar{X}^{(3)}} \quad (i=1, 2) \quad (8)$$

f : カメラの焦点距離

2.3 特徴点の画像点の変分

式 (2) より、物体パラメータの変分 $(\Delta X_b^{(i)}, \Delta \theta_b^{(i)})$ による特徴点座標の変分は

$$\Delta X_k^{(i)} = \Delta X_b^{(i)} + \sum_j \sum_l \frac{\partial M_b^{(i,j)}}{\partial \theta_b^{(l)}} \cdot \Delta \theta_b^{(l)} \cdot \xi_k^{(j)} \quad (9)$$

となる。ここで、

$$m_b^{(i,j,l)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) = \frac{\partial M_b^{(i,j)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)})}{\partial \theta_b^{(l)}} \quad (10)$$

とすれば、(付録参照)

$$\Delta X_k^{(i)} = \Delta X_b^{(i)} + \sum_l \left(\sum_j m_b^{(i,j,l)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \cdot \xi_k^{(j)} \right) \cdot \Delta \theta_b^{(l)} \quad (11)$$

を得る。更に、

$$p_b^{(i,j,l)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \equiv \sum_j m_b^{(i,j,l)} \xi_k^{(j)} \quad (12)$$

とすれば,

$$\Delta X_k^{(j)} = \Delta X_b^{(j)} + \sum_l p_b^{(i,j,l)} \Delta \theta_b^{(l)} \quad (13)$$

となる。

一方, (6) より, カメラパラメータの変分 $\Delta X^{(i)}$ による $\bar{X}^{(i)}$ の変分は,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{X}^{(i)} &= \sum_j N_c^{(i,j)} (\Delta X^{(j)} - \Delta X_c^{(j)}) \\ &+ \sum_l \sum_j \frac{\partial N_c^{(i,j)}}{\partial \theta_c^{(l)}} \Delta \theta_c^{(l)} (X^{(j)} - X_c^{(j)}) \end{aligned} \quad (14)$$

である。ここで,

$$n_c^{(i,j,l)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \equiv \frac{\partial N_c^{(i,j)}}{\partial \theta_c^{(l)}} \quad (15)$$

とすれば,

$$\begin{aligned} \Delta \bar{X}^{(i)} &= \sum_j N_c^{(i,j)} (\Delta X^{(j)} - \Delta X_c^{(j)}) \\ &+ \sum_l \left(\sum_j n_c^{(i,j,l)} \cdot (X^{(j)} - X_c^{(j)}) \right) \Delta \theta_c^{(l)} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。

(8) より, 画像点の変分 $\Delta x^{(i)}$ は,

$$\begin{aligned} \Delta x^{(i)} &= f \left\{ -\frac{\Delta \bar{X}^{(i)}}{\bar{X}^{(3)}} + \frac{\bar{X}^{(i)} \Delta \bar{X}^{(3)}}{(\bar{X}^{(3)})^2} \right\} \\ &= \frac{f}{(\bar{X}^{(3)})^2} \{ \bar{X}^{(i)} \Delta \bar{X}^{(3)} - \bar{X}^{(3)} \Delta \bar{X}^{(i)} \} \\ &= \frac{f \bar{X}^{(i)}}{\bar{X}^{(3)}} \left\{ -\frac{\Delta \bar{X}^{(i)}}{\bar{X}^{(i)}} + \frac{\Delta \bar{X}^{(3)}}{\bar{X}^{(3)}} \right\}, \quad (i=1, 2) \end{aligned} \quad (17)$$

となる。ここで,

$$i_s(m) = \begin{cases} -1 & \text{for } m=1, 2 \\ 1 & \text{for } m=3 \end{cases} \quad (18)$$

なる関数を導入すれば, $\Delta x^{(i)}$ は,

$$\Delta x^{(i)} = \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}^{(3)}} \sum_{m=i,3} i_s(m) \frac{\Delta \bar{X}_k^{(m)}}{\bar{X}^{(m)}} \quad (19)$$

と表せる。

物体の特徴点 k の画像点の変分 $\Delta x_k^{(i)}$ は結局, (13), (16), (19) より

$$\Delta x_k^{(i)} = \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \cdot \sum_{m=i,3} i_s(m) \cdot \frac{\Delta \bar{X}_k^{(m)}}{\bar{X}_k^{(m)}} \quad (i=1, 2) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \cdot \sum_{m=i,3} \frac{i_s(m)}{\bar{X}_k^{(m)}} \cdot \left\{ \sum_j N_c^{(m,j)} (\Delta X_k^{(j)} - \Delta X_c^{(j)}) \right. \\ &\quad \left. + \sum_l \left(\sum_j n_c^{(m,j,l)} (X_k^{(j)} - X_c^{(j)}) \right) \cdot \Delta \theta_c^{(l)} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \cdot \sum_{m=i,3} \frac{i_s(m)}{\bar{X}_k^{(m)}} \cdot \left\{ \sum_j N_c^{(m,j)} (\Delta X_b^{(j)} + \sum_l p_b^{(j,k,l)} \Delta \theta_b^{(l)} \right. \\ &\quad \left. - \Delta X_c^{(j)} + \sum_l \left(\sum_j n_c^{(m,j,l)} (X_k^{(j)} - X_c^{(j)}) \right) \cdot \Delta \theta_c^{(l)} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \cdot \sum_{m=i,3} \frac{i_s(m)}{\bar{X}_k^{(m)}} \cdot \left[\sum_j N_c^{(m,j)} (\Delta X_b^{(j)} - \Delta X_c^{(j)}) \right. \\ &\quad \left. + \sum_l \left\{ \left(\sum_j N_c^{(m,j)} p_b^{(m,k,l)} \right) \Delta \theta_b^{(l)} + \left(\sum_j n_c^{(m,j,l)} (X_k^{(j)} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - X_c^{(j)}) \right) \cdot \Delta \theta_c^{(l)} \right\} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$= \sum_j a_k^{(i,j)} (\Delta X_b^{(j)} - \Delta X_c^{(j)}) + \sum_l (b_k^{(i,l)} \Delta \theta_b^{(l)} + c_k^{(i,l)} \Delta \theta_c^{(l)}) \quad (24)$$

ただし,

$$a_k^{(i,j)} \equiv \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \sum_{m=i,3} \frac{i_s(m)}{\bar{X}_k^{(m)}} \cdot N_c^{(m,j)} \quad (25)$$

$$b_k^{(i,j)} \equiv \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \sum_{m=i,3} \frac{i_s(m)}{\bar{X}_k^{(m)}} \sum_j N_c^{(m,j)} p_b^{(m,k,l)} \quad (26)$$

$$c_k^{(i,j)} \equiv \frac{f \bar{X}_k^{(i)}}{\bar{X}_k^{(3)}} \sum_{m=i,3} \frac{i_s(m)}{\bar{X}_k^{(m)}} \sum_j n_c^{(m,j,l)} (X_k^{(m)} - X_c^{(j)}) \quad (27)$$

式 (24) は更に, 次のように表現できる。

$$\Delta x_k^{(i)} = \sum_{j=1}^{12} A_k^{(i,j)} \Delta p^{(j)} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \Delta p^{(j)} = \Delta X_b^{(j)} & (j=1 \sim 3) \\ \Delta p^{(j)} = \Delta \theta_b^{(j-3)} & (j=4 \sim 6) \\ \Delta p^{(j)} = \Delta X_c^{(j-6)} & (j=7 \sim 9) \\ \Delta p^{(j)} = \Delta \theta_c^{(j-9)} & (j=10 \sim 12) \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} A_k^{(i,j)} = a_k^{(i,j)} & (j=1 \sim 3) \\ A_k^{(i,j)} = b_k^{(i,j-3)} & (j=4 \sim 6) \\ A_k^{(i,j)} = -a_k^{(i,j-6)} & (j=7 \sim 9) \\ A_k^{(i,j)} = c_k^{(i,j-9)} & (j=10 \sim 12) \end{cases}$$

2.4 測定値から物体およびカメラの位置・姿勢を求める

各特徴点のフレーム間変動の画像上での測定値から物体およびカメラの位置・姿勢の変分を求める。画像点のフレーム間の変動の測定値を, $\Delta \tilde{x}_k^{(i)} (i=1, 2)$ とす

れば、画像上での特徴点の変動の全誤差 ε は、

$$\varepsilon = \sum_k \sum_{i=1}^2 (\Delta x_k^{(i)} - \Delta \tilde{x}_k^{(i)})^2 \quad (30)$$

この式に、式 (28) を代入すれば、

$$\varepsilon = \sum_k \sum_{i=1}^2 \left(\sum_j A_k^{(i,j)} \Delta p^{(j)} - \Delta \tilde{x}_k^{(i)} \right)^2 \quad (31)$$

となる。これにより得られる誤差を極小にする条件は、

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta p^{(j)}} = 2 \sum_k \sum_i A_k^{(i,j)} \left(\sum_{j'} A_k^{(i,j')} \Delta p^{(j')} - \Delta \tilde{x}_k^{(i)} \right) = 0 \quad (32)$$

であるから、これより、

$$\sum_{j'} B^{(j,j')} \Delta p^{(j')} = C^{(j)} \quad (33)$$

ただし、

$$B^{(j,j')} = \sum_k \sum_i A_k^{(i,j)} A_k^{(i,j')} \quad (34)$$

$$C^{(j)} = \sum_k \sum_i A_k^{(i,j)} \Delta \tilde{x}_k^{(i)} \quad (35)$$

となる。以上より、(33) を解くことで、 $\Delta p^{(i)}$ ($i=1 \sim 12$)、すなわち物体およびカメラの世界座標における位置・姿勢の移動量が求まる。

3. 運動追跡の処理方法

2において対象物体の特徴点の画像上における変動量から物体およびカメラの移動量を求める方程式(33)が得られた。次にこの式を用いて、得られた画像データ列から物体中心の移動量を求める方法について述べる。処理全体の流れを図3に示す。以下に、それぞれの処理について述べる。

① 画像入力

現在のフレーム番号に対応したモノクロの画像データ (今回の評価では 640×480 画素の大きさ) が読み込まれる。画像データでは、画像座標が離散的な値をとり (サンプリング) また各点の値も離散数値である (量子化)。従って、画像データになる段階でこれらの誤差が混入する。

② エッジ検出

入力された画像の中のエッジを検出する処理である。この処理は次のコーナー点検出の速度を上げるために行う。画像データからエッジを抽出する方法はいくつかあるが、本研究ではソーベルフィルタ (Sobel

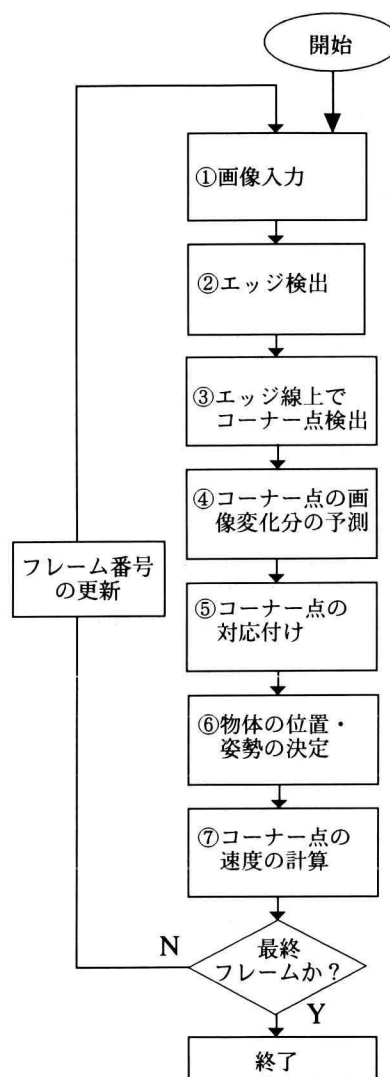


図3. 3次元運動追跡処理の流れ

Filter)を用いた。ソーベルフィルタは、 $\Delta x_n, \Delta y_n$ の2つのフィルタから構成されており、フィルタリング領域は $(2n-1)$ の大きさである。今回用いた 3×3 のフィルタを図4に示す。このフィルタを各画素に順次作用させて、その際の値 Δx と Δy の大きさの和が設定した閾値以上であれば、エッジと判断する。

③ エッジ線上でのコーナー点検出

検出されたエッジ線上でコーナー点を検出する。このコーナー点を特徴点として物体の運動が計算される。コーナー点の検出には Moravec の interest 演算

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Δx_1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

Δy_1

図4. ソーベルフィルタ

子⁽¹⁾を用いた。これは、画素間の方向分散の最小値が極大となる点をコーナー点として検出する。図5に示すように、小領域内で上下、左右、対角の4方向に隣接する画素間の分散を算出し、その最小値でオペレータの初期値を与え、次にこれらの値の極大値をコーナー点とする。

④ コーナー点の画像変化分の予測

前フレームにおける物体およびカメラの位置・姿勢とその移動速度から現フレームにおける物体の世界座標上の位置を予測し、各特徴点の画像上の位置を計算する。物体の動きが大きくなり、運動方向の変化が小さければ、予測された位置の近傍に対応する特徴点が存在するので、対応付け処理の正確度と速度の向上が図られる。

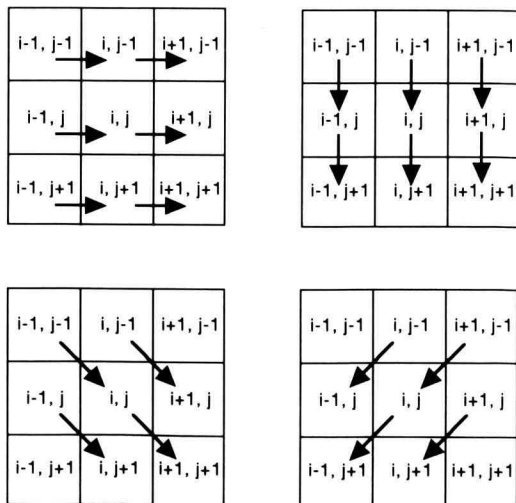


図5. Moravec の interest 演算子

⑤ コーナー点の対応付け

画像上の予測された位置の近傍を探索し、最も近い位置にあるコーナー点に対応する特徴点として画像間に対応付ける。この際、設定した距離内にコーナー点がない場合は、対応点無しとして処理する。

⑥ 物体の位置・姿勢の決定

対応付けされた各特徴点の画像上での移動量 $\Delta \hat{x}_k^{(i)}$ ($i=1, 2$) を算出し、これらをもとに式(33)により物体の位置・姿勢を計算する。

⑦ コーナー点の速度の計算

⑥ の処理により得られた物体の位置・姿勢と1つ前のフレームの位置・姿勢とから各特徴点の速度を計算する。この結果は、④ の処理に用いられる。

これらの処理を各フレームごとに繰返し行い、物体の3次元運動を順次追跡する。

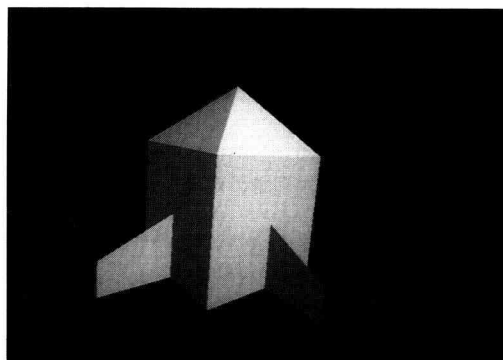


図6. 原画標

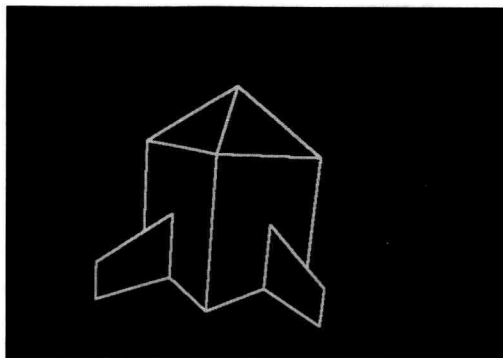


図7. エッジ画像

表1. 実験で用いた物体データ

(a) 物体のコーナー点の座標（モデル座標系，可視のみ）

①(0.0, 0.0, 1.5)	③(-1.0, -1.0, 1.0)	④(1.0, -1.0, 1.0)
②(-1.0, 1.0, 1.0)	⑥(-1.0, 1.0, -1.0)	⑦(-1.0, -1.0, -1.0)
⑧(1.0, -1.0, -1.0)	⑩(0.0, -1.0, 0.0)	⑪(0.0, -1.0, -1.0)
⑫(0.0, -2.0, -1.0)	⑬(0.0, -2.0, 0.0)	⑭(-1.0, 0.0, 0.0)
⑮(-1.0, 0.0, -1.0)	⑯(-2.0, 0.0, -1.0)	⑰(-2.0, 0.0, 0.0)

(b) 物体およびカメラの初期位置・姿勢

物体の初期位置・姿勢		カメラの初期位置・姿勢	
$X_b^{(1)}$	-0.5	$X_c^{(1)}$	0.0
$X_b^{(2)}$	2.5	$X_c^{(2)}$	-2.5
$X_b^{(3)}$	-0.5	$X_c^{(3)}$	0.0
$\theta_b^{(1)}$	30.0	$\theta_c^{(1)}$	0.0
$\theta_b^{(2)}$	10.0	$\theta_c^{(2)}$	0.0
$\theta_b^{(3)}$	10.0	$\theta_c^{(3)}$	0.0
焦点距離f		0.15	

※角度の単位は（度）

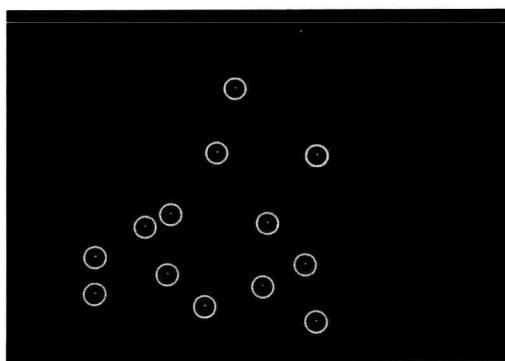


図8. 検出されたコーナー点

4. CG画像を用いた評価

コンピュータグラフィックス(CG)により生成された画像をデータとして、今回提案した方法を評価した。あらかじめ用意した物体モデルデータ、物体の運動データをもとに、レイトレーシング法により画像を生成し、3に述べた処理を施す。これにより得られた結果と実際に設定した運動データとを比較することで本方法の有効性および問題点などを評価した。表1に画像生成に使用した物体モデルのデータ等を示す。また図6～8に作成した画像データおよび処理により得られ

たエッジ画像、コーナー点画像の例を示す。画像の大きさは640×480画素である。なお、今回、カメラは固定とした。

今回の画像データの作成および動画画像処理にはグラフィックスワークステーション（Silicon Graphics社IRIS CRIMSON VGX）を用い、プログラムはC言語により作成した。

物体の運動データをもとに、画像を10枚用意し、順次処理を施した。画像のフレーム番号は0～9とし、0は初期画像データである。この時の特徴点の世界座標での位置は既知であるとした。

4.1 計算値データによる評価

画像データを用いた評価に先立ち、与えられた物体モデルデータ、運動データ等からコーナー点の画像上での位置を算出したデータをもとに運動を追跡した。これは3の処理の⑥、すなわち式(33)による運動追跡に対する評価を目的としたものである。このデータでは、特徴点抽出に伴う誤差は排除され、誤差は画像データのサンプリングによるもののみとなる。運動追跡においては、計算に用いる特徴点の数を変えて、その違いも検討した。

表2(a)～(c)にフレーム番号1, 5, 9に対する結果を示す。表に示された値は、そのフレームにおける物体の位置($X_b^{(1)}$, $X_b^{(2)}$, $X_b^{(3)}$)と姿勢($\theta_b^{(1)}$, $\theta_b^{(2)}$, $\theta_b^{(3)}$)の

表 2. 計算による特徴点データを用いた追跡結果

	実際の値	特徴点の画像上の移動量からの計算値		
		特徴点数 3	特徴点数 6	特徴点 13
$X_b^{(1)}$	-0.450	-0.454	-0.454	-0.453
$X_b^{(2)}$	2.500	2.566	2.528	2.523
$X_b^{(3)}$	-0.450	-0.444	-0.453	-0.453
$\theta_b^{(1)}$	31.000	32.391	32.201	31.711
$\theta_b^{(2)}$	11.000	11.441	11.050	11.082
$\theta_b^{(3)}$	11.000	9.357	9.918	10.432

(a)フレーム 1

	実際の値	特徴点の画像上の移動量からの計算値		
		特徴点数 3	特徴点数 6	特徴点 13
$X_b^{(1)}$	-0.300	-0.296	-0.297	-0.299
$X_b^{(2)}$	2.250	2.310	2.253	2.251
$X_b^{(3)}$	-0.300	-0.285	-0.301	-0.300
$\theta_b^{(1)}$	33.000	33.047	32.695	33.624
$\theta_b^{(2)}$	13.000	13.433	12.891	12.905
$\theta_b^{(3)}$	13.000	12.658	13.416	12.521

(b)フレーム 5

	実際の値	特徴点の画像上の移動量からの計算値		
		特徴点数 3	特徴点数 6	特徴点 13
$X_b^{(1)}$	-0.150	-0.154	-0.151	-0.151
$X_b^{(2)}$	2.250	2.232	2.274	2.271
$X_b^{(3)}$	-0.150	-0.165	-0.151	-0.151
$\theta_b^{(1)}$	36.000	35.501	35.385	35.931
$\theta_b^{(2)}$	16.000	15.706	16.000	15.896
$\theta_b^{(3)}$	16.000	16.567	16.573	16.029

(c)フレーム 9

※角度 $\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(3)}, \theta_b^{(3)}$ の単位は(度)

表3. 画像から抽出した特徴点データによる追跡結果

	実際の値	特徴点の画像上の移動量からの計算値	
		特徴点数 6	特徴点 13
$X_b^{(1)}$	-0.450	-0.543	-0.487
$X_b^{(2)}$	2.500	2.257	2.508
$X_b^{(3)}$	-0.450	-0.191	-0.353
$\theta_b^{(1)}$	31.000	19.424	18.085
$\theta_b^{(2)}$	11.000	23.182	14.045
$\theta_b^{(3)}$	11.000	29.387	24.777

(a)フレーム1

	実際の値	特徴点の画像上の移動量からの計算値	
		特徴点数 6	特徴点 13
$X_b^{(1)}$	-0.300	0.157	-0.416
$X_b^{(2)}$	2.250	2.064	2.467
$X_b^{(3)}$	-0.300	-0.924	-0.309
$\theta_b^{(1)}$	33.000	14.844	33.943
$\theta_b^{(2)}$	13.000	-35.949	10.722
$\theta_b^{(3)}$	13.000	-1.252	15.844

(b)フレーム5

	実際の値	特徴点の画像上の移動量からの計算値	
		特徴点数 6	特徴点 13
$X_b^{(1)}$	-0.150	-0.871	-0.139
$X_b^{(2)}$	2.250	24.755	2.323
$X_b^{(3)}$	-0.150	-0.657	-0.182
$\theta_b^{(1)}$	36.000	7.968	36.645
$\theta_b^{(2)}$	16.000	-7.028	14.516
$\theta_b^{(3)}$	16.000	-0.888	14.480

(c)フレーム9

※角度 $\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}$ の単位は（度）

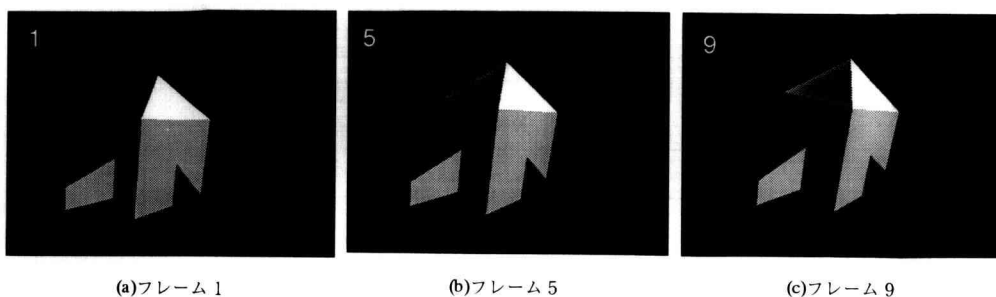


図9. フレーム 1, 5, 9 の画像

実際の値（画像生成に用いた値）と特徴点データから計算した値である。

結果から、3個の特徴点による追跡では誤差がやや大きい、6個と12個の特徴点ではかなりの精度で追跡が可能ながわかる。また、特徴点が3個の場合では、フレーム1, 5に比べフレーム9でその精度が上がっている。これより、前フレームでの誤差は後のフレームに大きな影響を与えないことがわかる。

4.2 画像データによる評価

3に述べた処理をすべて行うことにより画像データから特徴点を抽出して物体の運動を追跡した。CG画像を用いたので実画像に含まれるノイズによる誤差は無視できる。しかし、対応付けの誤りなどの特徴点抽出に伴う誤差は含まれる。

今回用いた画像では、コーナ点が最大で13個得られる。計算では、得られる特徴点の数の最大値を変えて、特徴点の個数の影響も検討した。

フレーム番号1, 5, 9に対する結果を表3(a)~(c)に示す。表では、画像から得られる特徴点の最大数が6個と13個の場合を示した。また、このときの画像データを図9(a)~(c)に示す。

得られる特徴点数が6個の場合、フレーム1の段階で算出された位置・姿勢に大きな誤差があり、その後は全く追跡できていない。一方、13個の特徴点データをもとに行った追跡では、おおよそ追跡ができています。特に、フレーム1では誤差が大きい、その後のフレーム9では誤差がかなり小さくなっていることがわかる。しかし、計算値データをもとにした追跡と比較して精度の点では不十分であるといえる。

5. 考 察

評価結果から、今回提案した式(33)による、画像上の特徴点の移動量から物体の位置・姿勢を求める方法は、画像サンプリングや量子化などの誤差は充分許容して精度良く運動を追跡できることがわかった。また、計算に使用する特徴点の個数も特徴点データの誤差が少ない場合はあまり沢山は必要ではないこともわかった。

画像データを用いた場合と計算値データを用いた場合を比較すると追跡誤差の原因は特徴点データの対応付けに伴う誤差であることが推測される。実際に、画像データを用いた場合の特徴点の対応付けデータを調べると、誤差が大きい場合は間違っって対応付けしていたり、対応特徴点が見つからないことがあった。従って、画像からの特徴点の抽出やその画像間での対応付けの誤差が大きく、また得られた特徴点の数が少ない場合は充分な追跡はできず、次の特徴点の位置予測ができなくなるなどの問題が明らかになった。

一方、過去のフレームでの位置・姿勢の追跡に誤差があった場合でも、現フレームにおいて得られた特徴点データの誤差が小さければ、精度のよい追跡が続けていくことが可能であることが示された。本方法のこの特徴は式(33)の導出から予想されたが、実際にそれを確認できたと言える。一方、物体の位置・姿勢の値が実際の値と大きくずれると、次フレームの特徴点の予測も大きくずれるため、探索が困難となり、その結果追跡ができなくなる可能性が充分ある。

実画像を用いる場合、今回のCG画像に比べ、誤差混入の可能性が大きく、これらの問題を解決する必要がある。その方法としては、次のものが挙げられる。

- (a) 特徴点の位置検出精度を上げる。
- (b) 特徴点の数を増やす。

(c) 画像間の対応付け誤差が大きくならないように特徴点を選択する。

(a) としては、コーナー点検出の方法等を再度検討してみる必要がある。また、(b) としては対象物体が多面体剛体であることから、コーナー点以外に稜線上の点を特徴点として抽出できることが期待できる。これにより、コーナー点が多数検出できない場合でも特徴点の数が充分確保されると予想できる。(c) に関しては、式(31)により定義される誤差を評価する方法があり、誤差がある範囲内に収まるように特徴点の選択をする、あるいは誤差が大きい場合、そのフレームを破棄するなどの判断を行うことになる。このためには追跡を失敗した際の誤差についての検討が必要であろう。

6. む す び

モデルベースの3次元運動追跡方法を提案し、コンピュータグラフィックスにより作成した画像データにより、提案した方法の有効性について評価した。

本方法の特徴として、前フレームの状態をもとに現フレーム上の特徴点の位置を予測することで、画像間の特徴点の対応付けの精度および速度の向上が期待できること、多くの特徴点をデータとして最小2乗法を用いて物体の移動量を求めることで誤差の影響が小さ

くできることなどが挙げられる。

評価結果から、画像上の特徴点の移動量から物体の位置・姿勢を求める方法は、ある程度の誤差を許容して十分な精度で運動を追跡できることがわかった。しかし、画像データからの特徴点の抽出やその画像間での対応付けデータの誤差が大きく、また特徴点の数が少ない場合は、十分な追跡はできず、次の特徴点の位置予測ができなくなるなどの問題が明らかになった。

これらの問題を解決する方法として、コーナー点検出方法の精度を上げることが考えられ、今後検討が必要である。また、別のアプローチとして特徴点数を増やすことで、誤差の影響を小さくすることも挙げられ、その具体的方法として、物体のコーナー点のみではなく、稜線の中点などを特徴点として用いるなどの方法を検討中である。

実画像に本方法を用いるためには、今回得られた結果を詳細に検討して、より精度を上げることが必要である。

参 考 文 献

- 1) H.P. Moravec: Obstacle Avoidance and Navigation in Real World by a Seeing Robot Rover, Stanford Artificial Intelligence Laboratory Memo, AIM-340 (1980).

(付録) 角度の表現

(i) 物体の回転

本研究では姿勢を表現する際の角度表現に、オイラー角を用いている。その幾何学的意味は次のとおりである。

(図1参照)

1. $OX^{(3)}$ 軸のまわりに角度 $\theta_b^{(1)}$ 回転 ($R_{X^{(3)}, \theta_b^{(1)}}$) (軸の正方向から見て)
2. $Om\xi^{(1)}$ 軸のまわりに角度 $\theta_b^{(2)}$ 回転 ($R_{\xi^{(1)}, \theta_b^{(2)}}$)
3. $Om\xi^{(3)}$ 軸のまわりに角度 $\theta_b^{(3)}$ 回転 ($R_{\xi^{(3)}, \theta_b^{(3)}}$)

従って、3次元の回転行列は次のようになる

$$R_{\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}}^{(b)} = R_{X^{(3)}, \theta_b^{(1)}} R_{\xi^{(1)}, \theta_b^{(2)}} R_{\xi^{(3)}, \theta_b^{(3)}} \quad (A-1)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_b^{(1)} & -\sin\theta_b^{(1)} & 0 \\ \sin\theta_b^{(1)} & \cos\theta_b^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_b^{(2)} & -\sin\theta_b^{(2)} \\ 0 & \sin\theta_b^{(2)} & \cos\theta_b^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_b^{(3)} & -\sin\theta_b^{(3)} & 0 \\ \sin\theta_b^{(3)} & \cos\theta_b^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A-2)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} - \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & -\cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} - \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & \sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)} \\ \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} + \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & -\sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} + \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & -\cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)} \\ \sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} & \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} & \cos\theta_b^{(2)} \end{bmatrix} \quad (A-3)$$

式(2)に対して、

$$M_b^{(i,j)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) = R_{\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}}^{(b)}$$

となる。

(ii) カメラ系の回転

カメラ系の姿勢を表現する際には、カメラの構造に合わせて次のような回転表現を導入した。

1. $OX^{(1)}$ 軸のまわりに角度 $\pi/2$ 回転 ($R_{X^{(1)}, \pi/2}$)
2. $OX^{(3)}$ 軸のまわりに角度 $\theta_c^{(1)}$ 回転 ($R_{X^{(3)}, \theta_c^{(1)}}$)
3. $\overline{OX}^{(1)}$ 軸のまわりに角度 $\theta_c^{(2)}$ 回転 ($R_{X^{(1)}, \theta_c^{(2)}}$)
4. $\overline{OX}^{(2)}$ 軸のまわりに角度 $\theta_c^{(3)}$ 回転 ($R_{X^{(2)}, \theta_c^{(3)}}$)

従って、式(3)に対して、

$$R_{\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}}^{(c)} = (R_{X^{(3)}, \theta_c^{(1)}} R_{X^{(1)}, \pi/2} R_{X^{(1)}, \theta_c^{(2)}} R_{X^{(2)}, \theta_c^{(3)}}) \quad (A-4)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_c^{(1)} & -\sin\theta_c^{(1)} & 0 \\ \sin\theta_c^{(1)} & \cos\theta_c^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_c^{(2)} & -\sin\theta_c^{(2)} \\ 0 & \sin\theta_c^{(2)} & \cos\theta_c^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(3)} & 0 \\ \sin\theta_c^{(3)} & \cos\theta_c^{(3)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} \\ \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} - \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} - \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & -\cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} \\ \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} & \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(2)} \end{bmatrix} \quad (A-5)$$

このとき、式(3)より

$$\tilde{M}_c(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) = R_{\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}}^{(c)} \quad (A-6)$$

また、式(A-4)より、

$$(\mathbf{R}_{\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}})^{-1} = (\mathbf{R}_{X^{(3)}, \theta_c^{(1)}} \mathbf{R}_{X^{(1)}, \pi/2} \mathbf{R}_{X^{(2)}, \theta_c^{(2)}} \mathbf{R}_{X^{(2)}, \theta_c^{(3)}})^{-1} \quad (\text{A-7})$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} - \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & \cos\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} \\ -\cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} - \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & \cos\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} \\ \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} & -\cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} & -\sin\theta_c^{(2)} \end{bmatrix} \quad (\text{A-8})$$

$$\tilde{N}_c(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) = (\mathbf{R}_{\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}})^{-1} \quad (\text{A-9})$$

式(10)に対して,

$$\tilde{M}_b(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) = (m_b^{(i,j,l)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)})) \quad (\text{A-10})$$

とおけば, (10), (A-3), (A-4) より

$$\begin{aligned} \tilde{M}_b^{(1)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \\ = \begin{bmatrix} -\sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} - \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & \sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} - \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & \cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)} \\ \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} - \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & -\cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} - \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & \sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_b^{(2)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \\ = \begin{bmatrix} \sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & \sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)} \\ -\cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & -\cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & -\cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)} \\ \cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & \cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & -\sin\theta_b^{(2)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_b^{(3)}(\theta_b^{(1)}, \theta_b^{(2)}, \theta_b^{(3)}) \\ = \begin{bmatrix} -\cos\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} - \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & -\cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} + \sin\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & 0 \\ -\sin\theta_b^{(1)}\sin\theta_b^{(3)} + \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & -\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(3)} - \cos\theta_b^{(1)}\cos\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & 0 \\ \sin\theta_b^{(2)}\cos\theta_b^{(3)} & -\sin\theta_b^{(2)}\sin\theta_b^{(3)} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

式(15)に対して

$$\tilde{N}_c^{(l)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) = (n_c^{(i,j,l)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)})) \quad (\text{A-14})$$

とおけば, (15), (A-8), (A-9) より

$$\begin{aligned} \tilde{N}_c^{(1)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \\ = \begin{bmatrix} -\sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} + \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & 0 \\ \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} + \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & 0 \\ \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} & \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

$$\begin{aligned} \tilde{N}_c^{(2)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \\ = \begin{bmatrix} \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} \\ \sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & -\cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} - \cos\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} \\ -\sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} & \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(2)} & -\cos\theta_c^{(2)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

$$\begin{aligned} \tilde{N}_c^{(3)}(\theta_c^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_c^{(3)}) \\ = \begin{bmatrix} \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} - \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\cos\theta_c^{(3)} & \cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} \\ -\cos\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} + \sin\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\sin\theta_c^{(1)}\cos\theta_c^{(3)} - \cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(2)}\sin\theta_c^{(3)} & -\cos\theta_c^{(1)}\sin\theta_c^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$