

粗面壁流路の摩擦損失係数について

赤 池 志 郎*

On Friction Loss Coefficient of Rough Wall Passage

Shiro AKAIKE

Abstract

Although the friction loss on a rough wall is in general calculated from the well known formula based on the equivalent sand roughness K_s , the roughness such flow passage as in a turbomachinery is expressed by the arithmetic center-line average R_a . The treatment of the friction loss coefficient of the rough wall passage of which the surface is covered closely spaced rough elements is discussed. For the completely rough regime, we recommend the correlation between K_s and R_a . On the other hand, the empirical equations for the friction loss coefficient based on the relative roughness of R_a are presented for both the completely rough and transition regimes.

1. ま え が き

ターボ機械の性能予測で流面の摩擦損失を見積る場合、流路壁面はかならずしも水力学的に滑面とならないので、粗さの影響を考慮する必要がある。とくに最近の性能予測の高精度化から、流路壁面の粗さの取扱いは重要な問題となった¹⁾。流路の摩擦損失は通常管摩擦係数を用いて計算される。粗面壁流路についてはこれまで主として等価砂粒径 K_s を用いて Moody 線図等から摩擦係数が求められることが多い。この場合、各種実用管等の等価砂粒径の値は求められているが、実用機械の粗面は中心線平均粗さ R_a で表示されるので K_s の値は未知であるから、 R_a と K_s との関係を知る必要がある。ただし、 R_a 値のみを用いて K_s を求めることができるかという問題は残る。

二次元形状の粗面上の乱流境界層に関しては古くから多くの研究があり、その平均特性はかなり明らかにされている^{1,2)}。また、ターボ機械内の粗面を直接対象とした研究も行われており、 K_s と R_a との関係が検討されている。ただし、後述のようにそれらの結果を直接ターボ機械等の粗面流路に適用するには研究者間の

相違が大きく問題が多い。

本研究は実用粗面の摩擦係数の取扱を調べることを目的とする。まず、実用粗面の形状を調べ、それらの粗面の摩擦係数の取扱の従来の方法とその問題点を検討する。さらに R_a と K_s の実用的な相関関係、 R_a による摩擦係数の算出式について検討を加えた。

2. 記 号

- A_f : 粗さ要素の前面の面積
- A_s : 粗さ要素の流れに沿った表面積
- C_k : 式 (7) の定数
- D : 管内径
- d : 粒子の径
- K : 粗さ要素の高さ
- K_s : 等価砂粒径
- M : 平均流体深さ
- R_a : 中心線平均粗さ
- Re : レイノルズ数, $=D \cdot u/\nu$ または $4M \cdot u/\nu$
- R_{\max} : 粗さ要素の最大高さ
- R_z : 粗さ要素の十点平均粗さ
- S/S_f : 流れに対面する全粗さ要素の前面の面積に対する全表面の比
- u : 流路内の流れの平均速度

1944 年 9 月 14 日受理

* 機械工学科

λ_s : 粗さ密度パラメータ

λ : 管摩擦係数

λ_K : 式 (9) より求めた摩擦係数

λ_R : 式 (10) より求めた摩擦係数

ν : 流体の動粘度

3. 実用粗面の粗さ

実用粗面の表面粗さは中心線平均粗さ Ra , 十点平均粗さ R_z と最大高さ R_{max} で表示される。図 1 にフランシス水車のランナ入口付近の十点平均粗さ $R_z = 12.5 \mu\text{m}$ の粗面とサンドペーパーの粗さ曲線の測定例を示す。一般に粗面の粗さ分布は一樣でなく、材質または加工方法等によっても相違する。

表 1 は粗さを二次元形状 (粗さ要素が流れ方向に二次元的に配列している) と仮定した場合の Ra と R_z との一般関係を示す。 R_z/Ra または R_{max}/Ra の関係は粗さ要素の形状によって異なり、一般に Ra が同じであっても R_z の値は粗さの形状で相違する。

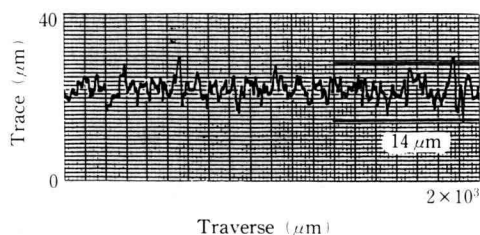
表 2 には実際の粗面の Ra , R_z , R_{max} の測定例を示す。鋳物面, 形削面では $R_z/Ra \approx 4 \sim 6$ で三角粗面に近い値を取る。ただし, フライス加工等の機械加工面では加工方向とそれに直角方向では R_z/Ra の値は大き

Table 1. A general relation between Ra and R_z

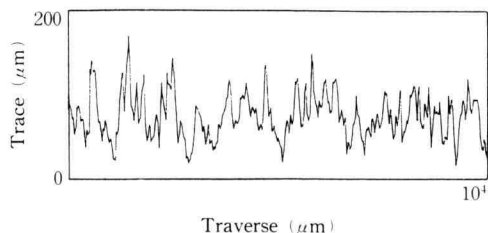
Rough surface	R_z/Ra
Square wave	2
Sine wave	3
Triangle wave	4
Machined surface	5
Rasped surface	10
Pulse shape	25

Table 2. Measuring example of surface practically used.

Rough surface	$Ra [\mu\text{m}]$	R_z/Ra	R_{max}/Ra
Casting	9.1	5.80	9.58
	13.6	5.78	9.25
Grainding	3.26	4.44	4.57
Milling			
	milling direction	0.28	32.8
	normal direction	0.32	10.1
Rasped surface	1.96	9.67	12.9
Sand paper # 180			
	surface # 80	68.1	4.10
	# 40	104.5	4.01
In-service gas turbine blades	1.46	4.48	6.38
	3) Taylor	6.86	5.39



(a) Surface on a runner of Francis hydraulic turbine



(b) Surface on a sand paper (#180)

Fig. 1. Measuring example of rough surface

く異なる。Taylor は稼動中のガスタービンの二つの翼面の粗さを前縁, 後縁, 翼弦中央付近で測定している³⁾。表 2 中にそれらの値の範囲を示した。これらは R_z/Ra , R_{max}/Ra の値が鋳物面, サンドペーパー面のものと近い値を示している。

一口に粗面と言っても粗さが流れに及ぼす影響を考える場合, 何をその代表値にとるかは問題が大きい。このことはまた Taylor によっても指摘されている。規格等では単に Ra 値で流路壁面の粗さを規定する場合が多い⁴⁾ ので, ターボ機械等の粗面流路の摩擦損失の予測には Ra に基づく摩擦係数の算出が必要である。

4. 従来の粗面の摩擦係数の取扱と問題点

粗面の摩擦損失係数については、従来から多数の研究が行われている。これまで粗面流路等の摩擦係数 λ は K_s を用いた相対粗度により Moody 線図等から求められている。この線図は次式の Colebrook の式に基づいて作成されている。

$$\frac{1}{\lambda^{1/2}} = -2.0 \log \left[\frac{(K_s/4M)/3.71}{+2.51/(Re \cdot \lambda^{1/2})} \right] \quad (1)$$

摩擦係数は K_s の値に大きく左右されるので、この値を決めることが重要である。市販の管の K_s については多くの報告があるが、 Ra に基づくものはほとんどない。

二次元粗面についてはこれまで、多くの研究が行われており、粗さ要素の高さと等価砂粒径との関係が検討されてきた。Bettermann は流面の粗さを評価するために初めて流れに対して粗さ要素の形状を定量化し、横断する角棒のピッチ-高さ比を用いる粗さ密度パラメータを導入した⁵⁾。その後、多くの研究者によって密度パラメータが改善された⁶⁻⁹⁾。最近、Sigal らによって次式の密度パラメータが提案された¹⁰⁾。

$$A_s = (S/S_f)(A_f/A_s)^{-1.6} \quad (2)$$

ここに、 S/S_f は、流れに対面する全粗さの前面の面積に対する全体の表面積である。また A_s は流れ方向の濡れ縁表面積で、 A_f は粗さ要素の前面積である。式(2)を用いて Sigal らはこれまでの多くの有用な研究結果を分析して、二次元粗さに対して粗さ要素の高さ K に対する等価砂粒径 K_s の次式の相関関係式を求めている。

$$K_s/K = \begin{cases} 0.003215 A_s^{4.925} & 1.4 \leq A_s \leq 4.89 \\ 8.0 & 4.89 < A_s < 13.25 \\ 151.71 A_s^{-1.1379} & 13.25 \leq A_s \leq 100.0 \end{cases} \quad (3)$$

ただし、三次元の粗面について K_s/K はこれより小さい値となる傾向がある。いま、式(3)が実用粗面に近い高さ K の半球か、円錐の粗さ要素が密に分布している粗面にも適用できるものとする。半球、円錐の A_f/A_s がそれぞれ 0.5, 0.42 となる⁸⁾ので、これらの A_s は $4.89 < A_s < 13.25$ となるので、 $K_s/K=8$ が式(3)から求まる。この値は後述の結果と比較するとかなり大きい値であり、これらの結果を実用粗面に適用できない。

一方、平板上に金網を張った三次元粗面については古屋らと Krogstand らの研究がある^{11,12)}。Krogstand

らによる実験結果では K を網の厚さ(針金径の2倍以上の値)として

$$K_s/K = 3.2 \quad (4)$$

を得ているが、1種類の金網での実験であり、このまま実用粗面には適用できない。

フリュームでの水流による Kamphus の実験では次式の関係性を求めている。

$$K_s = 2 \cdot d_{90} \quad (5)$$

ここに、 d_{90} は粗面の粗さ要素の粒子径で、粒子径の寸法分布の90%がこれより小さい径であるものである¹³⁾。しかし、これらの結果で摩擦係数を求めるためには、 K_s の値はあまり意味を持たない値であると報告している。

以上の結果は完全粗面域での結果であり、遷移領域での摩擦係数の取扱には多くの問題がある。Reynolds は遷移領域での摩擦係数は粗面の粗さ要素の形状で図2に示す4パターンがあるとしている¹⁴⁾。なお、図中の各線は相対粗度による相違を示したものではなく、 λ の Re による分布の相違を明らかにするためにそれぞれ縦座標をずらして示されている。このように実際には遷移領域のレイノルズ数に対する摩擦係数の値には各種のパターンが考えられる。Reynolds は各パターンを次のように説明している。

- A: 従来からよく知られている砂等の粗さ要素を密に分布させた場合の結果
- B: 加工または経年変化等によって作られた各種形状の突起物による粗面
- C: 滑面上に独立の突起物等が存在する粗面
- D: 滑面上に独立のくぼみが存在する粗面

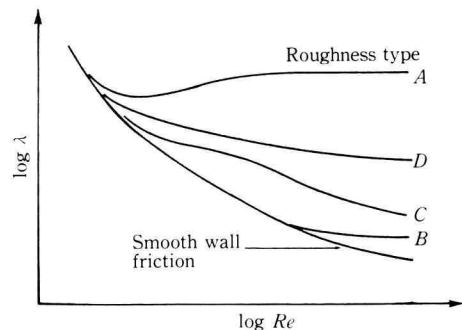


Fig. 2. Variation of friction loss coefficient in transition regime¹⁴⁾

古くから知られている等価砂粒径に基づく Nikuradse の実験ではパターン A に近いが, Moody 線図等ではむしろパターン D に近い Colebrook の式に基づいている。最近, Koh は粗面上の速度分布の検討から遷移領域を含む滑面から完全粗面までに適用できる管摩擦係数に対する次式を提案している¹⁵⁾。この式の適用については, 次章で検討する。

$$1/\lambda^{1/2} = 1.74 - 2.0 \log \left[2Ks/D + \frac{48.6 \exp \{ -0.0212 Re(2Ks/D) \cdot \lambda^{1/2} \} - 30}{Re \cdot \lambda^{1/2}} \right] \quad (6)$$

この式はレイノルズ数が小さくなると滑面の Prandtl-Kármán の式に, また完全粗面域では Colebrook の式に一致するように作られている。

以上の結果は等価砂粒径に基づく損失の評価であるが, もともと等価砂粒径そのものの考え方に問題があるとして, 流れの中の個々の粗さ要素上の運動量輸送過程に及ぼす補正効果を考慮した, Discrete element approach (分散要素処理法) が Hodge らによって提案されている¹⁶⁾。個々の粗さ要素の抗力を考慮した境界層方程式が反復マーチ有限差分法によって数値的に解かれている。彼らはこの方法が粗さ要素の形状と流れの条件が与えられた場合, 摩擦損失を見積もる最良な方法であると推奨している。しかし, この解法は粗さ要素が大きい場合に熱伝達の解析のために主として開発されたものであり, 粗さ要素が小さい場合や遷移領域で問題がある。したがって, 本論文では従来の摩擦係数を用いた摩擦損失の予測法を検討することとし, Ra 表示の粗面壁流路の摩擦損失の計算に用いる摩擦

損失係数の算出法を以下で検討する。

5. Ks と Ra との相関関係

もし Ks と Ra または R_z との相関関係が決められれば, 摩擦係数は Ks から従来の式を用いて求めることができる。それにより摩擦損失に及ぼす流路の粗さの影響が考慮できる。 Ks と Ra との相関関係については, これまでいくつかの研究が行われている¹⁷⁻²¹⁾。サンドペーパーによる粗面を用いた二次元流路に関する研究を著者らも行ってきた^{22,23)}。しかし, これまでの研究者の結果にはかなりの相違がある。表3にこれまでの得られている相関式を示す。これらの結果から次式のような簡単な相関が存在すると仮定する。

$$Ks = Ck \cdot Ra \quad (7)$$

Bammert らの機械加工面¹⁸⁾や Young¹⁷⁾と Acharya ら²¹⁾の塗装面を除くと, 係数 Ck は約5から11の範囲に入る。一般に Ra が小さい場合には Ck が小さくなる傾向があるが, 実用的には次式の相関式が妥当と考えられる。

$$Ks = 8 \cdot Ra \quad (8)$$

完全粗面域に対しては管摩擦係数 λ はよく知られている次式から計算できる。

$$1/\lambda^{1/2} = 1.14 - 2.0 \log (Ks/D) \quad (9)$$

この式はレイノルズ数の大きい完全粗面域では式(1), (6)と一致するので, 式(9)を用いて Ks と Ra との換算による λ の相違を調べてみる。 Ks の換算による λ の相違を求めた計算例を図3に示す。図は $Ra = 20 \mu m$

Table 3. Exiting correlations between Ra and Ks

References	Researchers	Correlation	Rough surface
17) 1950	Young	$Ks = 1.6Ra$	Painted aerofoil
18) 1976	Bammert, et al.	$Ks = 2.19^{0.877}$	Turbine blade
19) 1976	Koch, et al.	$Ks = 6.2Ra$	Axial compressor
20) 1980	Schaffler	$Ks = 10Ra$	Axial compressor
21) 1986	Acharya, et al.	$Ks = 6Ra$ $Ks = 4.2Ra$	Casting Painted Surface
22) 1992	Akaike, et al.	$Ks = 11.0Ra$ $Ks = 7.4Ra$ $Ks = 5.3Ra$	Sand paper # 40 # 80 # 180

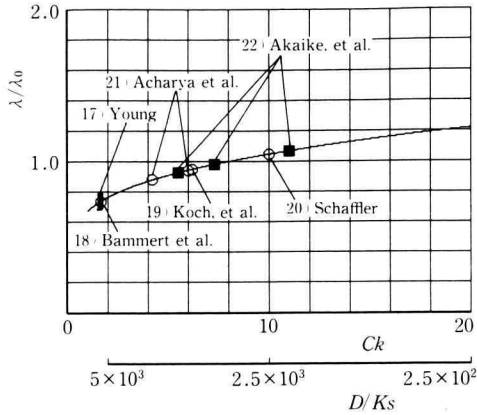


Fig. 3. Differences of λ from conversion between K_s and R_a

の粗面壁流路の λ/λ_0 分布を示したもので、 $D/K_s=5 \times 10^3 \sim 2.5 \times 10^2$ ($D=\phi 100$ mm) について Ck を 1 から 20 に変えたものである。 λ_0 は $Ck=8$ として式 (9) から計算した値で、 λ は前記の条件でそれぞれ計算した λ である。なお、参考のためにそれぞれの研究者で得られた Ck の値を図中に示してある。式 (8) の換算式を用いた K_s の換算による相違は Ck が 5 から 11 の範囲では約 $\pm 10\%$ 以下である。したがって、実用の換算では相関式 (8) は有用であるといえる。しかし、より精度のよい摩擦損失の予測では、機械加工面、塗装面をも含めた高レイノルズ数での実験、 R_a を広範囲に変えた実験等多くの研究が必要であろう。いずれにしても、 K_s と R_a とに上述のような簡単な相関が成り立つのか、 K_s による摩擦係数式が妥当なのかなどの多くの問題は残る。

6. R_a に基づく摩擦係数

R_a に基づく摩擦係数を求める目的で著者らはこれまで二次元流路による実験を行ってきた^{22,23)}。粗面にはサンドペーパーを用いた。これは表 2 にも示すように R_z/R_a の値が約 4 でありサンドペーパー面は三角粗面また鋳物面に近い粗面といえる。

これらの結果から R_a を用いた管摩擦係数について以下の実験式を導いた²³⁾。

●完全粗面域

$$\lambda = 0.0362 (Ra \times 10^3 / 4M)^{0.4} \quad (10)$$

●遷移領域

$$\lambda = 0.00367 (Ra \times 10^3 / 4M)^{-2/3} \cdot Re^A \quad (11)$$

ここに、 $A = 0.19 (Ra \times 10^3 / 4M)^{2/3}$ 。

式 (10), (11) にはパラメータとして $(Ra \times 10^3 / 4M)$ を用いた。 Ra は一般に単位 μm で表示され、平均流体深さ M は単位 mm で表示されるので、実用的には

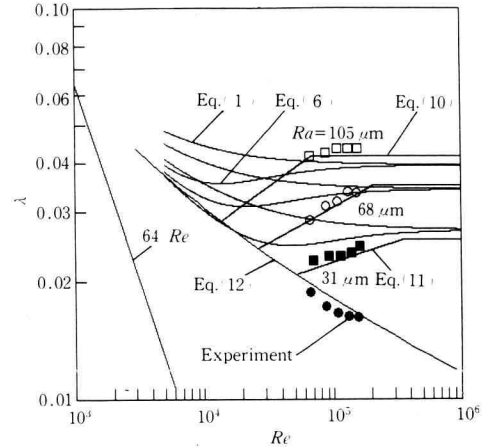
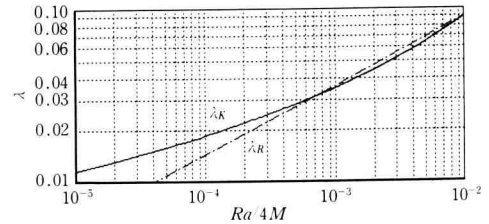
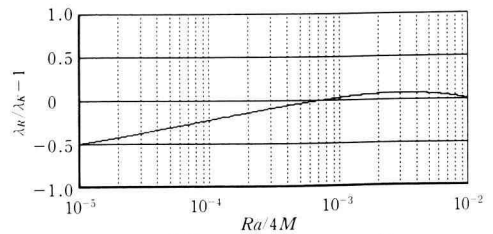


Fig. 4. Friction coefficient of rough wall passage²³⁾



(a) Comparison of λ_K and λ_R



(b) Difference between λ_K and λ_R

Fig. 5. Comparison of friction coefficient for completely rough regime

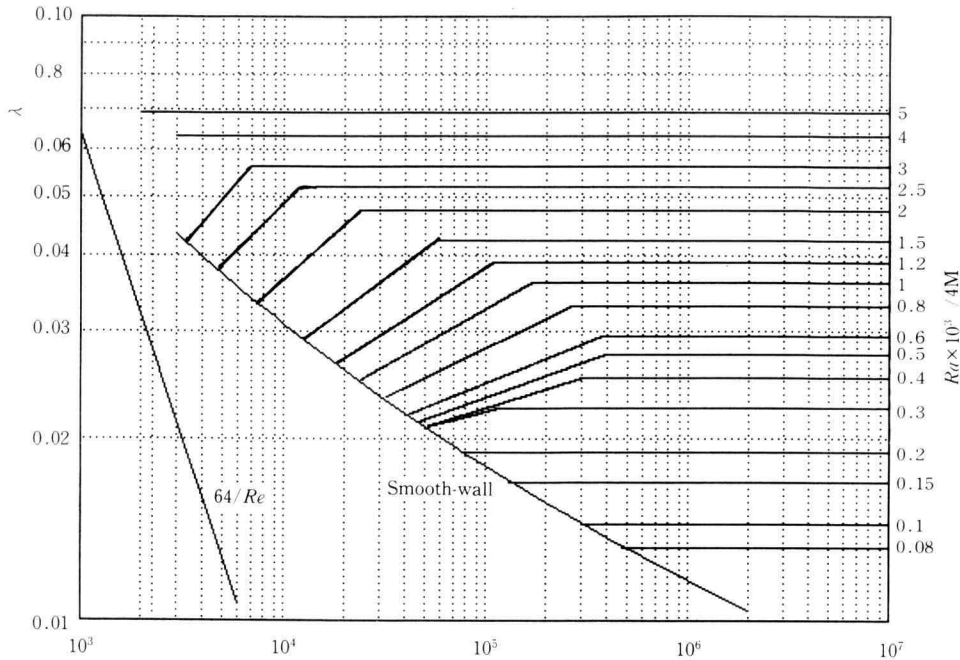


Fig. 6. Friction loss coefficient for practical rough wall

($Ra[\text{mm}] \times 10^3 / 4M[\text{mm}]$) の代わりに ($Ra[\mu\text{m}] / 4M[\text{mm}]$) を直接式に代入出来るので便利である。

以上の結果を実験値²³⁾と比較したものの例が図4である。図中には滑面に対する Prandtl-Kármán の式(12)および Moody 線図の基礎となっている Colebrook の式(1)と遷移領域をも考慮した Koh¹⁵⁾の式(6)も示した [Ks の換算是式(8)による]。

$$1/\lambda^{1/2} = 2.0 \log (Re \cdot \lambda^{1/2}) - 0.8 \quad (12)$$

λ がレイノルズ数に無関係となる完全粗面域ではいずれの結果も大差はない。完全粗面域での計算式による相違を明らかにするために、従来の計算式と Ra に基づく式との比較を行った。完全粗面域では式(1)と式(6)と同じ値をとる式(9)より求めた λ_K と式(10)より求めた λ_R との比較を図5に示す。図5(a)は $Ra/4M$ が 10^{-5} から 10^{-2} での両者の値の比較を、図5(b)には両者の相違を示す。相関式(8)を用いた式(9)から従来の値 λ_K は $Ra/4M \leq 5 \times 10^{-4}$ の λ の小さいところでは式(10)から求めた λ_R より大きい、 λ が大きな値となる $Ra/4M \geq 5 \times 10^{-4}$ では両者の相違は小さい。これらのことから完全粗面域では相関式(8)は有用であるといえよう。

上述のように完全粗面域での実用粗面の摩擦係数の予測には、相関式(8)による等価砂粒径 Ks の換算を行えば従来の係数式を用いることが出来るであろう。ただし、レイノルズ数の大きい領域や粗面の粗さ要素が小さい場合には ($Ra/4M$ が小さい場合)、今後の研究が期待される。

滑面から完全粗面への遷移領域では、図4に示すように従来の係数式と実験値との一致は悪い。実験値は式(1)や式(6)から計算値よりかなり小さい。本研究の目的がターボ機械内の粗面のように粗さ要素が密に分布している鋳物面等を対象としているので、それにより近い粗面のサンドペーパーから求めた式(11)が遷移領域に対して実用的には有用といえよう。ただし、前述のように遷移領域での摩擦特性は粗面の形状に左右されるので、粗面形状を変えた広範囲の研究が必要である。

現状では式(10), (11)でターボ機械内の粗面(とくに鋳物面)の摩擦損失係数を求めることが最良であろう。この結果を線図にしたものが図6である。このような線図から Ra を用いて摩擦係数が決められる。なお、遷移領域での一致に多少問題があるが、Koh の式で相関式(8)の $Ks=8Ra$ の換算から摩擦係数を決めてもよ

いであろう。

7. 結 論

本報告は、 Ra で粗さ表示される実用粗面を対象として、摩擦損失係数の取扱について検討を加えた。これまでの研究結果から Ra と K_s との実用的な換算式を示した。また Ra で求められる係数式も示したが、厳密な摩擦損失の見積りには今後さらに研究を進める必要がある。

最後に本文の内容についてご検討いただいた根本光正、中根一朗両氏に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 赤池, ターボ機械の性能予測に及ぼす表面粗さの影響, その1, その2, ターボ機械, 19-12 (1991), p. 796.
- 2) Paupach, M.R., *et al.*, Rough-Wall Turbulent Boundary Layers, *Appl. Mech. Rev.*, 44-1 (1991), p. 1.
- 3) Taylor, R.P., Surface Roughness Measurements on Gas Turbine Blades, *Trans. ASME, J. of Turbomachinery*, 117 (1990), p. 175.
- 4) たとえば, JIS B8103-1989 水車およびポンプ水車の模型試験法.
- 5) Bettermann, D., CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA CONVECTION FORCE TURBULENTE LE LONG DE PLAQUES RYUGH-EUSES, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 9 (1966), p. 153.
- 6) Dvork, F.A., Calculation of Turbulent Boundary Layers on Rough Surfaces in Pressure Gradient, *AIAA J.*, 11 (1969), p. 1752.
- 7) Simpson, R.L., A Generalized Correlation of Roughness Density Effects on the Turbulent Boundary Layer, *AIAA J.*, 11 (1973), p. 242.
- 8) Dirling, R.B., A Method for Computing Rough-wall Heat Transfer Rates on Re-Entry Nose Tips, *AIAA Paper*, 73-763 (1973).
- 9) Donne, M., *et al.*, Turbulent Convective Heat Transfer from Rough Surfaces with Two-Dimensional Rectangular Ribs, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 20 (1977), p. 583.
- 10) Sigal, A. *et al.*, New Correlation of Roughness Density Effect on the Turbulent Boundary Layer, *AIAA J.*, 28-3 (1990), p. 554.
- 11) 古屋・藤田, 金網粗面上の乱流境界層, 機論, 32-237 (1967), p. 725.
- 12) Krogstad, P.-A., *et al.*, Comparison between Rough- and Smooth-Wall Turbulent Boundary Layers, *J. Fluid Mech.*, 245 (1992), p. 589.
- 13) Kamphuis, J.W., Determination of Sand Roughness for Fixed Beds, *J. of Hydraulic Research*, 12 (1974), p. 193.
- 14) Reyonlds, A.J., *Turbulent Flows in Engineering*, John Wiley & Sons, (1974), p. 206.
- 15) Koh, Y.-M., Turbulent Flow Near a Rough Wall, *Trans. ASME, J. of Fluids Engineering*, 114 (1992), p. 537.
- 16) Hodge, B.K., *et al.*, Predicting Turbulent Rough-Wall Skin Friction and Heat Transfer, *Encyclopedia of Fluid Mechanics* (Gulf Publishing Co.), (1989), p. 445.
- 17) Young, A.D., The Drag Effects of Roughness at High Sub-Critical Speeds, *J. Royal Aero. Society*, 54 (1950), p. 534.
- 18) Bammert, K., *et al.*, Influence of Manufacturing Tolerances of Gas Turbine, *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 98 (1976), p. 29.
- 19) Koch, C.C. *et al.*, Loss Sources and Magnitudes in Axial-Flow Compressors, *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 98 (1976), p. 411.
- 20) Schaffler, A., Experimental and Analytical Investigation of the Effects of Reynolds Number and Blade Surface Roughness on Multi-Stage Axial Flow Compressors, *Trans. ASME, J. Eng. Power*, 102 (1980), p. 5.
- 21) Acharya, M., *et al.*, Turbulent Boundary Layers on Rough Surfaces, *Experiments in Fluids*, 4 (1986), p. 33.
- 22) 赤池・神保・中根・根本, 二次元粗面壁流路入口付近の流れについて, ターボ機械, 21-2 (1993), p. 92.
- 23) Akaike, S., *et al.*, Flow and Friction Loss in Two-Dimensional Channel with Rough Wall, 11th Australasian Fluid Mechanics Conf., 2 (1992), p. 687.