

# 熱伝導 F E Mプログラムの超並列化の評価 (第1報：超並列化の条件)

奥村 秀人<sup>1</sup>・田辺 誠<sup>2</sup>・西口 磯春<sup>2</sup>，  
原田 公一<sup>3</sup>・磯部 俊夫<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 機械工学科

<sup>2</sup> 機械システム工学科

<sup>3</sup> 航空宇宙技術研究所

## Evaluation of Massively Parallel Processing of Heat Conduction FEM program (Part1:massively parallel condition)

Hidehito OKUMURA<sup>1)</sup> , Makoto TANABE<sup>2)</sup> , Isoharu NISIGUCHI<sup>2)</sup> ,  
Koichi HARADA<sup>3)</sup> , Toshio ISOBE<sup>3)</sup>

### Abstract

This paper treats a heat conduction FEM (Finite Element Method) analysis program for an objective massively parallel computer system with  $128 \times 128$  processing elements. The verification of the FEM program suited to parallel processing is carried out using the parallel computer "Paragon" with  $16 \times 21$  nodes (processing elements). It was found that two conditions of parallel processing of the finite element analysis program were effective for the parallel computer in the definite extent of FEM. One is to set dummy elements outside the boundary of analytical region. The other is to use two dimensional array (I,J) corresponding to grid mesh position of processing element for the numbering of elements and nodes

Key Words: Massively parallel processing , Finite element method , Conjugate gradient method

### 1. はじめに

近年、電子計算機の高速化により、科学技術分野における数値シミュレーション技術は目覚ましく進展している。また最近では並列計算機により大規模な計算が行われ、複雑な物理現象の解明に本格的に歩み出している。しかし、数千～数万の超並列計算機については市販されるようになってきているが、実用的な使用はこれからといえる<sup>1)</sup>。とくに超並列計算機を用いた差分法や有限要素法による数値シミュレーションにはまだ多くの研究課題がある<sup>2)</sup>。

本研究では原田ら<sup>3)</sup>の提案している  $128 \times 128$  台の隣接結合型超並列計算機を対象として、有限要素法による解析プログラムの超並列化についての研究を行うことを目的としている。その第1段階として、超並列計算機として隣接結合型並列計算機、有限要素解析プログラムとして二次元熱伝導 F E M 解析プログラム<sup>4)</sup>を用いて超並列処理技術の基礎的研究を行う。ここでは二次元熱伝導 F E M 解析プログラムを基に並列処理アルゴリズム

を用いて、超並列計算機に適合するプログラムを開発した。さらに、この並列アルゴリズムにより開発したプログラムの妥当性を航空宇宙技術研究所の超並列計算機 Paragon (米国インテル社製) で検証を行い、限定された範囲ではあるが、有限要素法の解析プログラムの超並列化の条件を見出すことができたので報告する。

### 2. 二次元非定常熱伝導解析プログラム THERM2

はじめに二次元問題を対象とした有限要素解析プログラムの超並列化を研究することにした。そこで、計算が大規模になり、かつ全体マトリックスあるいは全体ベクトルを繰返し再計算する動的応答問題、弾塑性問題及び非定常熱伝導問題等の多くの問題で超並列化の研究対象となるが、ここでは非定常熱伝導問題の解析プログラム THERM2 を選択した。この理由は、ソースプログラムが公開されていること、1 節点あたりの自由度が最小の 1 であり、取り扱いが容易であること及び航空宇宙分野で熱流体-構造の連成問題の数値シミュレーションが急務であることによる。

このプログラムはモジュール化することが容易なため、熱流体解析プログラムに組み込み、熱流体-構造熱伝導連成問題の解析に適用され、その有効性が実証されている。しかし、実用的な問題では、さらに大規模な数値シミュレーションが必要となり、超並列計算機で実行すること及び有限要素解析プログラムの超並列化が重要となっている。

プログラムTHERM2は4節点四角形アイソパラメトリック要素を使用し、連立方程式の解法は共役傾斜法を用いている。また時間積分法にはクランクニコルソン法を適用している。

プログラムサイズは約0.26MB(約2800ステップ)である。またメインプログラムで3箇所変更するのみで、パソコンからスーパーコンピュータまでどのコンピュータでも稼働することが可能である。ただし、取り扱うことができる問題の大きさは当然ながらコンピュータに依存する。さらに時間ステップについて途中から計算を再開できるリスタート機能を有している。

次に非線形問題を扱うことができるように物性値及び熱特性に関する特性値の温度依存性あるいは時間依存性を任意にサブルーチンで定義できるようになっている。

### 3. 並列計算機のイメージと並列処理

図1に原田らの提案した隣接結合型超並列計算機の構成を示す。これはインストラクションメモリ部、制御処理部、データ処理部、入出力処理部、スカラーデータメモリ部、アレイデータメモリ部より成る。またアレイデータメモリ部は、アレイデータメモリコントロールユニットと $128 \times 128$ 個のメモリ要素から構成されており、各メモリ要素は1語64ビットを想定した記憶装置である。さらに、

ここでアレイデータメモリコントロールユニットは、アレイデータ演算器要素とアレイデータメモリ要素とを対応つける結合網である。ここでは、 $128 \times 128$ 対のデータ及びアドレスを保持するレジスタは行列各々隣接結合による上下左右のシフトレジスタで終端がリング結合しているトラス結合網を構成する。次に超並列処理に関しては、解析領域を四角形の有限要素に分割して、非定常熱伝導有限要素法の並列処理<sup>6)</sup>を示す。ただし、要素に関しては、四角形要素を取り扱っているが、1つの四角形要素を2つの三角形に分割することで三角

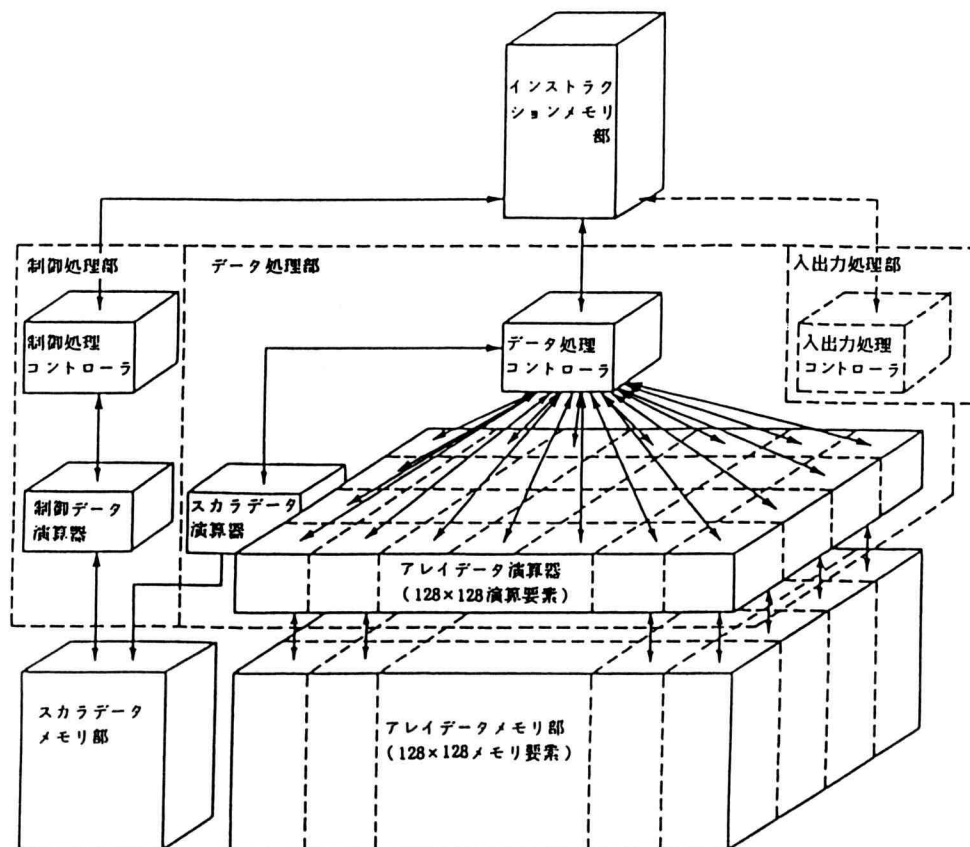


図1 並列計算機の構成

形要素を用いたプログラムにも適用することが可能である。

非定常の有限要素解析の場合、図2に示すように要素マトリックスの生成、全体マトリックスの合成、連立方程式の解法の順に計算され、それらを繰り返す。ここでは、それぞれについて並列処理を適用する。

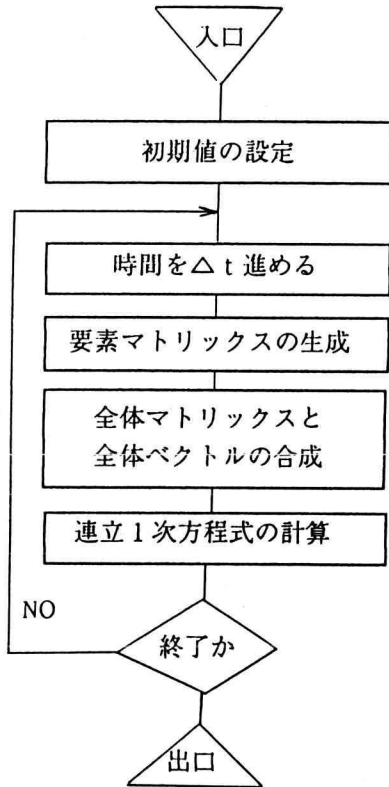


図2 処理手順

図3のように解析領域ABCDの周囲の境界に沿って、波線の四角形要素をダミー要素として設定し、総計  $(M-1) \times (N-1)$  個の四角形要素に分割する。ただし、ダミーの四角形要素に関する要素マトリックスの成分はすべて零とする。

次に通常の有限要素解析<sup>4), 7)</sup>では、要素番号及び節点番号はそれぞれ1つの整数型のインデックスによって示すが、ここでの並列処理では、2つのインデックスを用いて表示する。つまり  $(I, J)$  に対応したメモリには、要素番号  $(I-1, J-1)$  に関する要素マトリックスのデータを格納する。

また全体マトリックスの合成では、通常計算された成分の値は1つの配列に格納するが、並列のアルゴリズムではメモリ  $(I, J)$  には、全体マトリックスの成分の中で節点  $(I, J)$  とその周囲の8個の節点についてのデータを格納させる。ただし、 $M$  は2から  $(M-1)$ 、 $N$  は2から  $(N-1)$  までが有効であり、破線部分のメ

モリはすべて零である。したがって本方法では、全体マ

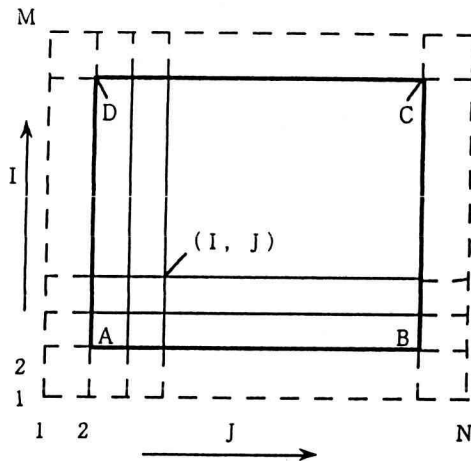
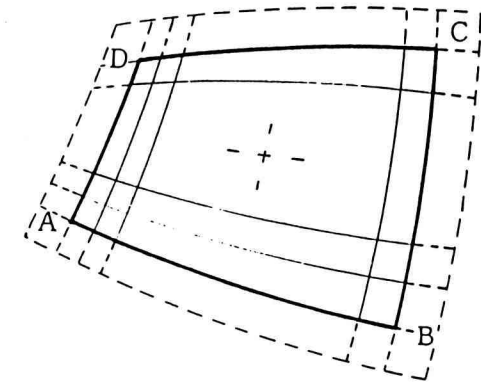


図3 有限要素分割とメモリの対応

トリックスを分散して格納することになる。

また連立方程式の部分における並列処理については、基本となった非定常熱伝導プログラムと並列処理を適用したプログラムにおいては、共役傾斜法を使用する限り変更点はなかった。ただし、各プログラムにおける共役傾斜法の演算で、マトリックスとベクトルとの積において、マトリックス成分中の節点  $(I, J)$  とその周囲の8個の節点についての非零成分のみを計算するようにしている。

#### 4. 並列処理に適したプログラムの検証

文献[3]においては、 $128 \times 128$  台の隣接結合型の超並列計算機の性能評価のためにシミュレータを開発して、三次元非圧縮非定常ナビエーストックス方程式の問題により並列計算機の性能評価を行っている。本研究においても同じ超並列計算機を想定して、二次元非定常熱伝導有限要素解析プログラムから並列処理に適したプログラムを開発し、超並列計算機 Paragon によって実行して、その並列処理の妥当性を検討した。このParag

onは、64bit RISCプロセッサ i 860 X P C P Uを演算ノードとし、演算ノードが $16 \times 21$ の合計336ノード搭載のシステムとなっている。ただし、Paragonでは要素計算機をノードと呼ぶ。この並列計算機は本研究の想定している隣接結合型の超並列計算機と同様なシミュレーションを可能とするものである。

また開発したプログラムは、M行N列の格子状に配置されている要素計算機により、計算を実行するものとしてコード化されている。具体的には、1台の要素計算機で実行する場合のプログラム構造が次のようになっているとき、

```
DO 100 I=1,M
DO 100 J=1,N
  処理
```

```
100 CONTINUE
```

M×N台の隣接結合型の並列計算機の場合には、二重構造のDOループを取除くことができる。(ただし、処理は独立に実行できるものとする。)

次に図4のような例題を対象とした。この物体の上下の境界は断熱であり、境界ADは温度一定、及び境界BCは熱伝達である。総節点数は、ダミー要素を含めて $128 \times 128$ とした。1ノードで実行した結果(計算時間3956秒)と1列128台のノードをParagonの1台に割り当てることにより、総計128台のノードで計算した結果(計算時間30秒)を比較すると1ノードの132倍となった。理論上では、データ転送のオーバーヘッドのため128倍以上の性能は、でないはずである。これは、Paragonの各ノードが16Kバイトのキャッシュ・メモリを有するための効果であると考えられる。

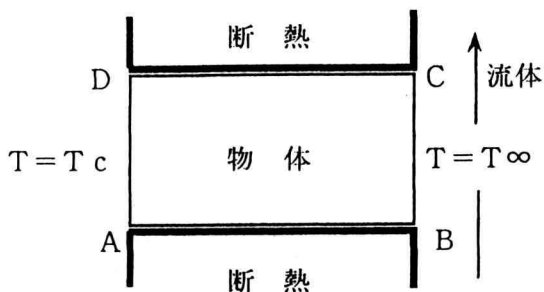


図4 例題

以上により本研究で提案した超並列化の手法は、限定した範囲ではあるが、市販の超並列計算機においても有効に機能することがわかった。

## 5. 結 論

科学技術計算分野において、有限要素法は汎用性があり、複雑な形状や各種の境界条件を扱うことができるため、構造解析など多くの分野で利用されている。また最

近では大規模な科学技術計算を超並列計算機で並列処理する試みが行われ始めている。

本研究では、二次元非定常熱伝導有限要素解析プログラムを基本として、原田らの提案した $128 \times 128$ 台の演算器を有する隣接結合型超並列計算機を対象とした並列処理アルゴリズムにより、超並列処理用のプログラムを開発した。さらに、この並列用プログラムの検証を超並列計算機Paragonにより行った。その結果、次のような超並列化の条件を確認することができた。

(1) 解析領域を $(M-2) \times (N-2)$ の格子に一对一の対応が可能な四角形要素で分割し、さらに解析領域の境界に沿ってダミーの四角形要素を配置する。したがって総要素数は $(M-1) \times (N-1)$ になる。これは解析領域内のすべての節点がそれぞれ周囲の4つの四角形要素を有するようにするためである。ただし、ダミーの四角形要素に関する要素マトリックスの成分は零に設定する。

(2) 通常の有限要素プログラムにおいては、節点番号及び要素番号をそれぞれ整数型の1つのインデックスを設定している。しかし、ここで用いた並列処理アルゴリズムでは、節点番号及び要素番号をそれぞれ整数型の2つのインデックスで表現する。たとえば $(I, J)$ のようにする。それにより並列計算機の $(I, J)$ に対応した要素計算機のメモリに、節点番号 $(I, J)$ とその周囲の8つの節点に関するデータと要素番号 $(I-1, J-1)$ に関するデータを格納する。これにより通常の全体マトリックスの合成では、マトリックスの成分の値は各要素計算機で必要な9つの節点に関するデータを分散させて格納することになる。

(1)、(2)の条件は対象とする問題の解析領域の形状や超並列計算機に依存する場合があると考えられるが、解析領域を部分領域に分割する方法あるいはインデックスの表示方法など今後の課題としたい。

また連立方程式の解法における並列処理は解法及び扱う問題により有効性が異なるが、本研究に使用した共役傾斜法のプログラム構造については、基本としたプログラムと並列アルゴリズムにより開発したプログラムとは同じであった。

最後に本研究は、神奈川工科大学と航空宇宙技術研究所との共同研究「有限要素法の有用性に関する研究」において行われたものであることをここに記し感謝の意を表する。

## 参考文献

- 1) 富田真治, "並列コンピュータ工学", 昭晃堂, 1996.
- 2) 加納健, 中田登志之, 奥村秀人 ほか, 並列計算機Cenju上の有限要素法による非線形変形解析, 情報処理学会論文誌, Vol.34 No.4, (1993), pp. 708-719.
- 3) 原田公一, 岩宮敏幸, 三次元Skew配列による並列計算機の性能, 航空宇宙技術研究所報告TR-1211, (1993).

- 4) 山本行光, 奥村秀人, 大竹邦彦, 空力加熱と熱伝導のカップリング解析, 官民特定共同研究「先進航空機の要素技術に関する研究」報告会要旨集, (1993), pp.43-46.
- 5) 原田公一, 奥村秀人, 磯部俊夫, 熱伝導有限要素プログラムの超並列化条件, 情報処理学会第 51 回全国大会(1995), pp. 6-7-6-78.
- 6) Huebner, K.H., "The Finite Element Method for Engineers", JOHN WILEY & SON, (1975), pp.106-122.
- 7) 矢川元基, "流れと熱伝導の有限要素法入門", 培風館, (1983), pp.223-301.