

ニューラルネットワークを用いた逆問題解析

小机 わかえ¹・宮地 秀征¹・萩原 一郎²・施 勤忠²

¹ 機械工学科

² 東京工業大学工学部機械科学科

Inverse Problem Analysis Using Neural Network

Wakae KOZUKUE¹, Hideyuki MIYAJI¹, Ichiro HAGIWARA², and Qinzhong SHI²

Abstract

The application of a holographic neural network(HNN), which is new algorithm of neural network(NN), to inverse problems such as a structural identification problem is investigated. For a simple beam model the training of NN is carried out by setting eigenmodes of the beam as input data and a element number and Young's modulus of a defect contained in the beam as output data. After the training of NN the result for output is obtained from the testing of NN by using some input data which are not learned by NN. As for the method for obtaining the element number of a defect, the analog method and the digital method are tested to obtain the output. It is shown that the analog method has better accuracy than the digital method. As a result it is concluded that the HNN has the capability to solve inverse problems such as a structural identification problem.

Key Words: Neural Network, Inverse Problem, Structural Identification, Vibration

1. はじめに

自動車車両に代表される機械構造物の騒音・振動特性は、機械の基本特性の中でも、商品性に最も深く関わることなどから、適正な構造を算出する解析技術が強く望まれている。そのため、有限要素法(FEM)や境界要素法(BEM)などの解析技術で、まず現行の特性の解析を行ない、それを適正化する検討が行なわれてい¹⁾。例えば、自動車の車両構造は複雑であることから、解析と実験とは容易に合致しない。その原因としては、接着ガラスの接着剛性が明確でない、計算時間やモデル作成工数の関係から、強度や振動対策などのために設けられているピードやエンボスを再現するほどモデルを細かくできない、スポット溶接の効果が算出できない、例えば、特にエンジンブロックなど鋳物製品では板厚などがばらつく、潤滑部の特性が明確でないなど、様々な要因が考えられる。そこで、設計変数を適当に設定し、変位や速度などの実験値を用いて構造物の数学モデルを修正する試みが行なわれている。しかし、これではモデルの本来正しい数値そのものも変えてしまう可能性も生じ、得られたモデルが物理的な意味を持たなくなる可能性が十分ある。そこで、まず実験値と解析値とが合致しない原因となってい

るところ(本報では以下この箇所を欠陥部と称す)を見いだすことを考える。すなわち、このような問題は、逆問題の一種である構造同定問題であり、機械構造物における変位や速度、固有値、固有ベクトルなどの補助情報と、構造物の数学モデルを対応づけるマッピング問題とみなすことができる。従って、数学モデルと補助情報の対応関係に関する離散的なサンプルデータを、近年注目を浴びているニューラルネットワーク(NN)に学習させることによって、それらの写像関係を構築すれば、NNの汎化能力によって、未知の未学習データに対しても構造モデルの変更すべき場所や大きさに対する妥当な推定ができるようになると考えられる。離散的なデータの多対一の近似関数を実現することは、スプライン関数などの従来の補間手法でも可能である。しかし、逆問題においては、補助情報(入力情報)と欠陥情報(出力情報)が多対多の非線形写像になることが多いため、従来の補間手法では近似関数の作成は困難であり、たとえ近似関数が構築できても推定に時間を要する。そこで、本報告では、学習には少し時間がかかるものの、一度学習が終了してしまえば、積和演算を行うだけで迅速に同定できる可能性を有するNNの構造同定への適用を考える。そして、

NNとして、従来もっとも広く利用されてきたバックプロパゲーションニューラルネットワーク(BNN)に代って、最近提案された、新しいNNのアルゴリズムであるホログラフィックニューラルネットワーク(HNN)をこのような問題に適用することを試みる。ここで、HNNはBNNに比較して、学習時間、学習回数が少なくすみ、かつ精度がはるかに良好であることがいくつかの報告により示されている。

2. ホログラフィックニューラルネットワーク(HNN)の概要²⁾

HNNはSutherland²⁾によって開発されたNNで、その最大の特徴は、入力データと出力データを複素平面上に均一に写像することによって、両者の間に線形関係を持たせていることである。HNNではニューロンの数は1個であり、NNの構築は、入力と出力の間の伝達関数を求めることに等しい。そのため、計算が収束するまでの時間を大幅に短縮することが可能となる。

学習に l 組の m 次元入力ベクトル s と n 次元出力ベクトル r を用いるとする。入出力ベクトルの各要素は、非線形変換関数により、複素平面上に変換される。

$$f(s_{hk}) = \lambda_{hk} e^{i\theta_{hk}} \quad (1)$$

$$g(r_{jk}) = \gamma_{jk} e^{i\phi_{jk}} \quad (2)$$

ここで、 i は虚数単位、 θ_{hk} 、 ϕ_{jk} はシグモイド関数のような写像関数により、変換される位相角度で区間 $[0, 2\pi)$ の値を持つ。 λ_{hk} 、 γ_{jk} は入出力データが、対応する位相領域に出現する確率を示し、区間 $[0, 1]$ の値を持つ。以上の式(1)、(2)の操作により次のような入力行列 $[S]$ 、教師行列 $[T]$ が得られる。

$$[S] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} e^{i\theta_{11}} & \lambda_{12} e^{i\theta_{12}} & \dots & \lambda_{1m} e^{i\theta_{1m}} \\ \lambda_{21} e^{i\theta_{21}} & \lambda_{22} e^{i\theta_{22}} & \dots & \lambda_{2m} e^{i\theta_{2m}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_{l1} e^{i\theta_{l1}} & \lambda_{l2} e^{i\theta_{l2}} & \dots & \lambda_{lm} e^{i\theta_{lm}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \gamma_{11} e^{i\phi_{11}} & \gamma_{12} e^{i\phi_{12}} & \dots & \gamma_{1n} e^{i\phi_{1n}} \\ \gamma_{21} e^{i\phi_{21}} & \gamma_{22} e^{i\phi_{22}} & \dots & \gamma_{2n} e^{i\phi_{2n}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{l1} e^{i\phi_{l1}} & \gamma_{l2} e^{i\phi_{l2}} & \dots & \gamma_{ln} e^{i\phi_{ln}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

出力行列 $[A]$ は、伝達関数 $[X]$ を用いて、次式のように表わされる。

$$[A] = [S] \cdot [X] \quad (5)$$

$[X]$ は、次式に表わされる $[A]$ と $[T]$ との差が最小となるように決定される。

$$E_{rr} = ([A] - [T])^H \cdot ([A] - [T]) \quad (6)$$

ここで、 H は共役転置を表わす。この条件より、次式が得られる。

$$[X] = ([S]^H \cdot [S])^{-1} \cdot [S]^H \cdot [T] \quad (7)$$

$[S]$ 、 $[T]$ は既知であるので、 $[X]$ は式(7)により直接求まる。しかし、Gauss-Jordan消去法で n 次の行列の逆行列を求める場合、その演算回数は n^3 回となるので、 $[S]$ が高次元になると演算に膨大な時間が必要となる。そこで、これを避けるため、次式の反復学習により $[X]$ を求める。

$$[X]_i = \frac{1}{E} [S]^H \cdot [T] \quad (8.a)$$

$$[X]_{i+1} = [X]_i + [S]^H \cdot \left([T] - \frac{1}{E} [S] \cdot [X]_i \right) \quad (8.b)$$

ここで E は $[X]$ のノルムを正規化するパラメータである。伝達関数 $[X]$ の収束を速くするためには、入力ベクトルを複素平面上に均一に変換することが望ましい。このため、変換関数には、次ような形を持つシグモイド関数などが用いられる。

$$\theta_k = \frac{2\pi}{1 + e^{(\mu - s_k)/\sigma}} \quad (9)$$

ここで、 s_k は入力、 μ 、 σ は、パラメータである。

3. HNNを用いた逆問題解析の手順

解析の手順は、図1に示すように、三つのフェーズから構成される。すなわち、第一フェーズでは、有限要素法による、機械構造物を対象とした振動解析プログラムを用いて、構造物の固有振動数、固有モードなどの振動特性を求め(順解析)、HNNに学習させるための教師データを作成する。第二フェーズでは、求めた振動特性を入力データ、対応する構造パラメータを出力データとしてHNNに与えて、学習を行う。第三フェーズでは、学習データとして用いていない未知のデータを、学習済みのHNNに与えて構造パラメータを求める。

4. 数値例

4.1 解析対象

解析には、図2に示すような両端固定の単純ばりのモデルを用いた。はりの全長は、600cm、はりを構成する要素数は10、従って要素長さは60cm、はりの断面積は25cm²である。またはりの質量密度は、

$7.86 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ 、ヤング率は欠陥部を除く他の要素では一様な値 $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ をとるとし、ポアソン比は 0.3 とした。

4.2 問題設定

ここでは、図2に示すはりにおいて、1つの要素のヤング率が、他の要素と異なるとし、その要素(欠陥部)の場所と、そのヤング率の値を同定する。欠陥部のヤング率は、他の要素の一様なヤング率の20%程度に設定する。

まず、4.1で述べたパラメータを用いて、1つの欠陥部を含むはりを対象に、有限要素法による振動解析を行って、固有振動数と固有モードを求める。そして、得られた1次の固有モードをNNの入力データとし、ヤング率の異なる場所とその値をNNの出力データとする。このデータのペアを複数個(本解析では100から200個程度)、HNNに学習させる。そして、学習データには含まれない、適当な場所に欠陥部を一つ含むはりの固有モードを、欠陥部が未知のテストデータとしてHNNに入力し、欠陥部の場所、ヤング率の同定を行う。テストデータの出力形式として、次の2種類を用いた。

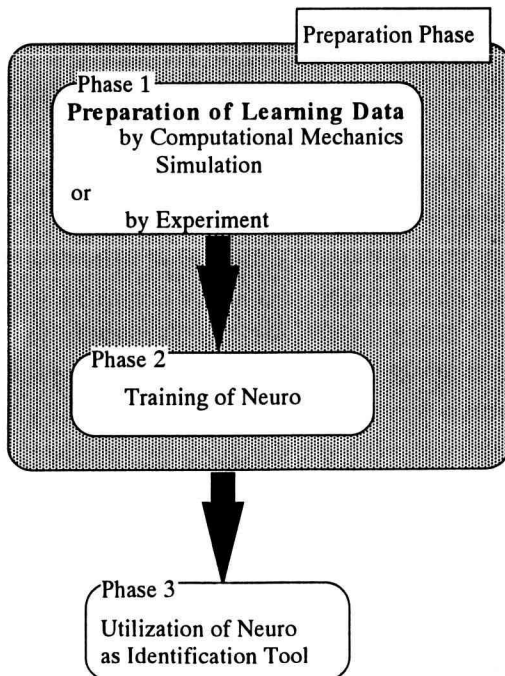


図1 逆問題へのニューラルネットワークの適用方法

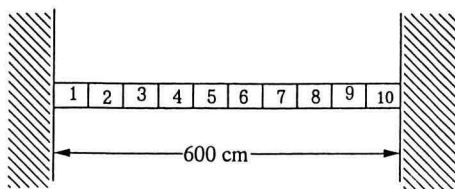


図2 解析に用いたはりモデル

(1)アナログ方式

1つの要素のヤング率Eを、他の要素のヤング率と異なった値に設定し、その場所(アナログ値の要素番号)とヤング率の値(アナログ値)を同定する。

(2)デジタル方式

1つの要素のヤング率Eを、他の要素のヤング率と異なった値に設定し、その場所(要素番号)を同定する。その際、ヤング率が異なる要素を1、ヤング率が一様な他の要素を0とするような10次元出力ベクトルの学習データをHNNに与える。

4.3 解析結果

(1)アナログ方式

HNNによるテスト結果が、正解からどの位、異なっているかを、学習回数を変化させて調べた。欠陥部の要素番号は、テスト結果の値の小数点第一位を四捨五入して得られた整数の値が、正解値と等しければ合格とし、違えば不合格とする。学習回数を5000回から、80000回まで、5000毎に変化させて学習を行ってテストしたところ、学習回数5000回で約88%の正解率を得た。これは、学習回数80000回の時の正解率86%とあまり差がない。従って、HNNを用いると、一般に数万回の学習を必要とするBNNに比較して、必要な学習回数は少なくて済むことが推測される。HNETにより5000回学習した後の、50個のテストデータに対する同定結果を、要素番号に対しては図3に、ヤング率に対しては図4に示す。図が示すように、若干の差はあるものの、全体的に妥当な推論をしていると考えられる。なお本方法の学習データを詳細に検討した結果、図3に示される正解との差は、学習データの片寄りにより、生じたものであることがわかった。

(2)デジタル方式

正解値として、ヤング率が、他の要素と異なる要素(欠陥部)の要素番号に対して出力を1、その他の要素に対する出力を0とする。テスト結果が、正解値の ± 0.2 以内なら合格とし、それ以外は不合格とする。ここでは学習回数500回と、1000回に対して計算を行ったが、本方法では学習回数を増やしても、正解率はあまり向上しなかった。学習回数1000回に対する正解率を表1に示す。この表に示されるように、正解率には欠陥部の要素番号毎にばらつきが生じている。また、出力値が、必ずしも、正解値1.0ではないが、欠陥部の要素番号だけに反応するような場合も見受けられた。その例を図5に示す。また、推論がうまくいった例を図6に示す。本解析が余り精度が良くないのは、出力データの次元が、10であり、アナログ方式の場合の出力データの次元である2より多いためと推論される。一般に、他の種類の問題(音声認識、複合材の材料定数から繊維配向角などを推定させる

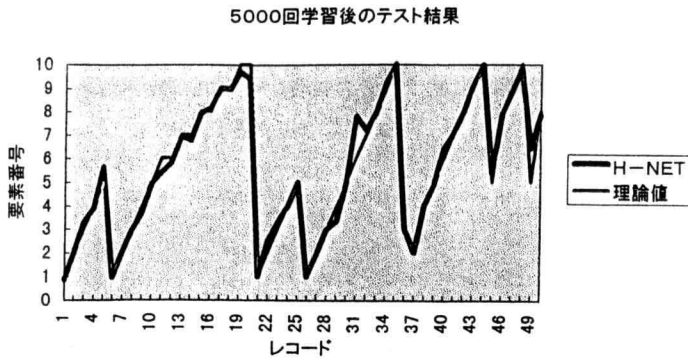


図3 要素番号に対する同定結果

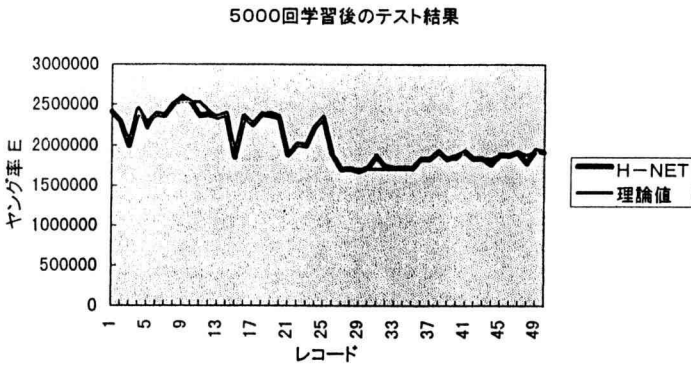


図4 ヤング率に対する同定結果

表1 学習回数1000回に対する正解率

要素番号	正解率(%)
1	75
2	80
3	60
4	40
5	86
6	0
7	50
8	100
9	100
10	40

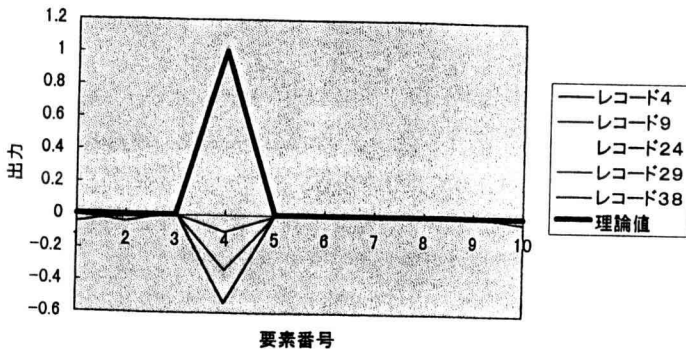


図5 デジタル方式による欠陥の要素番号の同定結果(1)

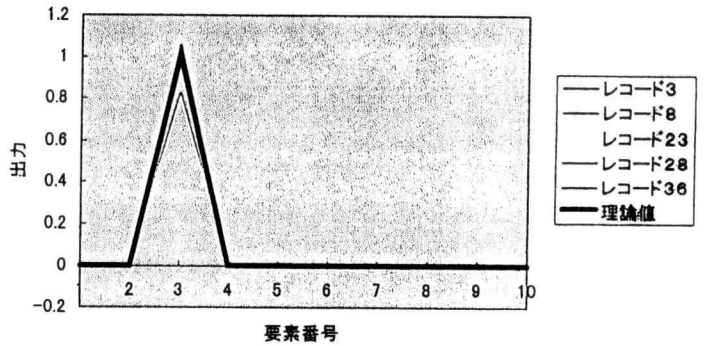


図6 デジタル方式による欠陥の要素番号の同定結果(2)

問題)に対するHNETの汎化能力を調べると、入力、出力のデータの次元数が増えるに従って、学習を十分に行っても、得られる結果の精度が悪いことが確認されている。従って、本解析でも同様の知見が得られたと結論できる。

5.まとめ及今後の課題

新しいNNのアルゴリズムである、HNNを、一種の逆問題である構造同定問題に応用することを試みた。簡単なはりモデルを対象に、その固有モードをHNNの学習における入力データとし、欠陥部の要素番号、欠陥部のヤング率を出力データとして学習を行い、未学習の入力データに対して、出力データをNNの汎化能力を利用して求めた。欠陥部の要素番号の出力方法としてアナログ方式とデジタル方式の両者を試みた。本解析では、アナログ方式の方が比較的精度が良いことが示された。以上、限られたサンプル例についてはあるが、HNNが構造同定問題に利用できる可能性を見出すことができた。

今後の課題としては、本報告と同様の問題をBNNで解析し、学習回数、学習時間、計算時間等の比較を行うこと、HNNを他の種類の逆問題に適用して、その適用可能性を調べるなどが考えられる。また、HNNでは、精度の良い結果を得るために設定すべきパラメータの値、例えば学習回数や、入力データと出力データよりなる学習データ対の個数などは未知であり、対象とする問題によって異なってくる。これらの値を適切に求めるための指針を得ることも、今後の課題といえよう。

参考文献

- (1)萩原、永淵、「感度解析を用いた構造物の同定法の検討」、機論54-505、C編(1988-9)、pp. 2092-2100.
- (2)J.G.Sutherland, "The Holographic Model of Memory, Learning and Expression", International Journal of Neural System, 1990, Vol.1 No.3, pp. 259 - 267.
- (3)萩原、施、小机、「ホログラフィックニューラルネットワークを用いた非線形最適化手法の開発(第1報)」、機論A編に掲載予定
- (4)矢川元基編、ニューラルネットワーク(培風館)