

非線形モデルVSSオブザーバを用いた スライディングモード制御による 倒立振子の振り上げと安定化

川島 豪

機械システム工学科

Swing-up and Stabilization of Inverted Pendulum by Sliding Mode Controller with Nonlinear Model VSS Observer

Takeshi KAWASHIMA

An inverted pendulum system is typical of a nonlinear model. A swing-up controller of inverted pendulum system must diverge the pendulum from the stable position, while a stabilizing controller must stand the pendulum in the unstable position. Therefore, a swing-up controller and a stabilizing controller have to be designed individually in the case of using a control technique based on a linear model. Sliding mode control technique is of considerable interest due to its capability to deal with nonlinear system easily. In this study, simple controller executing both swing-up and stabilization of inverted pendulum is developed with sliding mode control technique using the nonlinear model. In addition, a nonlinear model VSS observer is designed to estimate the velocity of the cart and the angular velocity of the pendulum from these displacements. Then, numerical simulations and experiments are carried out to confirm the performance of the developed controller and observer.

Key Words : Nonlinear Control, Inverted Pendulum, Sliding Mode Control, Observer, Nonlinear Model.

1. はじめに

近年、制御性能向上への要求が高まるにつれて、非線形システムに対する制御系設計手法の開発が求められ、多くの研究がなされている。非線形モデルに対しては、等価線形化手法を用いるのが一般的であるが、非線形性が強く適用が困難なシステムも多く見られる。そこで、エネルギー効率は劣るが非線形モデルを簡単に扱うことのできるスライディングモード制御が注目を集めている。加えて、状態が正確に観測されるのであれば、入力レンジスペースに存在する外乱やモデル化誤差を完全に除去することのできる強いロバスト性を有している。しかし、非線形システムに対するスライディングモード制御器、特に、超平面の設計法が確立されていないのが現状である。本研究では、倒立振子を例に、非線形システムに対するスライディングモード制御器の設計法を考察する。

非線形システムに対する制御則の性能評価には、倒立振子が古くから用いられてきた。最適制御、 H_∞ 制御などの線形モデルをベースとする制御則を用いた倒立振子

の振り上げと安定化では、安定な状態から不安定にする振り上げと不安定点近傍における安定化に別々の制御則が用いられる^{1~5)}か、時変制御⁶⁾が用いられるのが一般的である。倒立振子の振り上げと安定化にスライディングモード制御を適用して実験した例はあるが、振り上げと安定化に別々の制御則が用いられている⁷⁾。また、線形モデルをベースとした制御器では、振子が何回転かした後の不安定点を倒立点とみなすことはできない。このような現状を踏まえ、本研究では、倒立振子の振り上げから安定化までを統一して行える簡単なスライディングモード制御器を、非線形モデルを用いると共に超平面を非線形に定義することで開発する。加えて、台車の速度、振子の角速度を推定する非線形モデルVSSオブザーバを設計する。また、台車の軌道長に制約がある場合には、ソフトウェアリミットスイッチを設定することにより振子を振り上げられることを示す。そして、数値シミュレーションおよび制御実験により、開発された制御器、VSSオブザーバおよびソフトウェアリミットスイッチの有効性を確認する。

2. 倒立振り子モデル

図1に示すような、DCサーボモータによりタイミングベルト、ボールネジを介して台車を駆動し、台車の上に載せられている振子を制御する倒立振り子を考える。振子は台車の進行方向に平行な鉛直面内で自由に回転できるものとする。この倒立振り子の運動方程式は、振子の倒立位置を原点とする角変位を θ 、台車の変位を x 、制御入力を $u = i/i_{\max}$ (i , $i_{\max} = 7.2\text{A}$: モータへの入力電流、および、その最大値) とすると、

$$(M + m + \alpha^2 J) \frac{d^2 x}{dt^2} + mr \cdot \cos \theta \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} - mr \cdot \sin \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \alpha K i_{\max} u \quad (1a)$$

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + mr \cdot \cos \theta \frac{d^2 x}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} - mgr \cdot \sin \theta = 0 \quad (1b)$$

となる。式(1a)は並進運動に関する力の釣り合い式であり、左辺から順に台車と振子の並進運動による慣性力、振子の回転運動による慣性力、粘性減衰力、振子の遠心力、および、モータの駆動力による項である。また、式(1b)は振子の回転運動に関するモーメントの釣り合い式であり、順に振子の回転と並進運動による慣性力、粘性減衰力、重力によるモーメントの項である。ここで、

$C = 485\text{kg/s}$: 駆動系の粘性減衰係数、

$D = 6.57 \times 10^{-4}\text{Nms}$: 振子の粘性減衰係数、

$I = 4.71 \times 10^{-3}\text{kgm}^2$: 振子の慣性モーメント、

$J = 3.98 \times 10^{-5}\text{kgm}^2$:

モータ軸換算の駆動系の慣性モーメント、

$K = 0.049\text{Nm/A}$: モータのトルク定数、

$M = 0.612\text{kg}$: 台車の質量、

$m = 0.0600\text{kg}$: 振子の質量、

$r = 0.240\text{m}$: 振子の回転中心から重心までの長さ

(振子の全長は0.5m)、

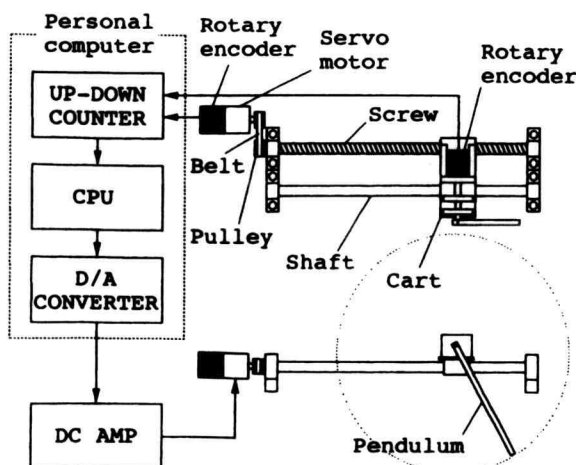


図1 倒立振り子システムの概略図

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \times 10^3 \text{m}^{-1}: \text{台車を } 1\text{m} \text{動かすのに必要な}$$

モータの回転角、

である。なお、振子の減衰係数は、振子の自由振動波形より対数減衰率を求めて算出した。また、駆動系の減衰係数は、台車にステップ入力を与えたときの応答を実験により求め、その結果にシミュレーション結果を合わせることで決定した。

状態変数を

$$\{x\} = \{x, \theta, dx/dt, d\theta/dt\}^T$$

とおくと、式(1)は、

$$\frac{d}{dt} \{x\} = \{f(\{x\}, t)\} + \{B(\{x\})\}u \quad (2)$$

と、入力に関して線形な非線形状態方程式にまとめられる。

3. スライディングモード制御

スライディングモード制御は、状態空間内に超平面を設定し、そこへ状態を押し込み、制御入力のスイッチングにより状態を拘束するハイゲインタイプの制御である。制御入力のスイッチングにより状態を超平面上に拘束させるので力づくの制御といえ、エネルギー効率は劣るが、理想的なスイッチングおよび正確な状態量の観測が可能であれば入力空間に存在する外乱を完全に抑えられるという特徴を有する。したがって、非線形モデルのロバスト制御系をしかも簡単に構築することができる制御手法である。

システムが式(2)で表わされ、超平面が $s = 0$ と定義されるとき、非線形モデルに関するスライディングモード制御則は次式のように得られる⁸⁾。

$$u = -\alpha F(\{x\}, t) \frac{\gamma \cdot s}{|\gamma \cdot s|} \quad (3)$$

ここで、

$$\alpha > 1, 0 < |u_{eq}| \leq F(\{x\}, t), u_{eq} = \{G\} \{f(\{x\}, t)\} / \gamma,$$

$$\{G\} = \frac{\partial s}{\partial \{x\}}, \gamma = \{G\} \{B(\{x\})\} \neq 0$$

であり、 u_{eq} は超平面上の状態を原点に向かって滑らせるのに必要な等価制御入力である。この制御則は、リアプノフ関数の候補を

$$v = \frac{1}{2} s^T s$$

と選ぶと、その時間に関する全微分は

$$\begin{aligned}\dot{v} &= s^T \gamma (u - u_{eq}) \\ \dot{v} &\leq -\alpha_0 |\gamma \cdot s| \quad \alpha_0 = \min \left(\alpha F(\{x\}, t) - |\mu_{eq}| \right) > 0\end{aligned}$$

と導け、 $s \neq 0$ において $\dot{v} < 0$ となり、いかなる状態も超平面上にもっていけることが証明されている。

本研究では、制御則を

$$u = -\alpha \left(|u_{eq}| + \varepsilon \right) \frac{\gamma \cdot s}{|\gamma \cdot s| + \mu} \quad (4)$$

とする。 ε は微小な定数 ($\varepsilon = 0.1$) であり、振子が垂れ下がっている状態：

$$\{x\} = \{0, (2i+1)\pi, 0, 0\}^T, \quad (i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

において式(3)が $u_{eq} = 0$ となることを改良している。また、チャタリングの発生を防ぐため、符号関数 $\gamma \cdot s / |\gamma \cdot s|$ の代わりに平滑関数 $\gamma \cdot s / (|\gamma \cdot s| + \mu)$ ($\mu = 0.01$) を用いている⁹⁾。

4. 超平面の設計

倒立振子の振り上げから安定化までを1つの制御則により行わせるため、超平面も非線形に定義することとする。まず、非線形性の強い振子のみに関する超平面を考える。倒立状態でのエネルギーを零とした振子のエネルギーを表わす式は、

$$E = \frac{I}{2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + mgr(\cos \theta - 1) \quad (5)$$

となる。振子がどのような状態にあっても $E = 0$ であれば、倒立するまでの時間は無限にかかるが制御入力なしに倒立する。したがって、時間はかかるが入力エネルギーを抑えられることになるので、 $E = 0$ において式(5)を変形した次式を超平面に用いる。

$$0 = \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \operatorname{sgn}(\sin \theta) + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$

ただし、 $\omega_n = \sqrt{mgr/I}$ である。次に、倒立状態まわりで線形化された状態方程式を用いて導かれた最適制御則 ($u = -\{f\}\{x\}$, $\{f\} = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$) は、倒立状態において零を出力するので超平面として利用できる。また、 $f_2/f_4 = \omega_n$ となることを参考に、超平面を

$$s = \frac{f_1}{f_2} x + \sqrt{2(1 - \cos \theta)} \operatorname{sgn}(\sin \theta) + \frac{f_3}{f_2} \frac{dx}{dt} + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\theta}{dt} \quad (7)$$

と提案する。ここで、 $\{G\}$ は次式となる。

$$\{G\} = \left\{ \frac{f_1}{f_2}, \left| \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \right|, \frac{f_3}{f_2}, \frac{1}{\omega_n} \right\} \quad (8)$$

本研究では、 $f_1/f_2 = 0.08/r$ 、 $f_3/f_2 = 0.5/\sqrt{rg}$ 、 $\alpha = 4$ を使用した。

5. 駆動系における非線形性

5.1 制御入力の飽和

運動方程式では倒立振子の幾何学的非線形性が考慮されている。ここでは、非線形モデルで考慮されなかった駆動系の非線形性について考える。

振り上げ時に台車が振子にエネルギーを送り込めるのは台車が加減速している間である。しかし、モータのパワーには限界があるので、減衰力とつり合うところで速度は一定となる。また、振子が垂れ下がっている状態が最も効率よくエネルギーを送り込める。したがって、1回の加速で振子を振り上げるパワーのないシステムでは加減速を繰り返しながら振子を振り上げることになり、振子を逆転させるきっかけとなる制御入力の飽和が必要となる。

5.2 ソフトウェアリミットスイッチ

現実のシステムでは台車の軌道長が有限であり、制御器が求める台車の動きを実現できない場合がある。この問題を解決するため、台車変位が原点より一定値以上離れた場合、台車を原点から遠ざける制御入力が入らないようソフトウェアリミットスイッチを設けることを提案する。これにより、振子がエネルギーを受け取るのに最適な位置(最下点付近)以外で台車を減速させることになるので効率は落ちるが、軌道長に制約のある倒立振子でも振り上げられるようになる。すなわち、制御入力の飽和とはほぼ同じ効果が得られることになる。ただし、台車は慣性によりリミットスイッチを越えてしまうので、シミュレーションによりどの位置にリミットスイッチを設ければ軌道内で振り上げられるか確認しておく必要がある。本研究では、約1mの軌道長さに対してリミットスイッチを $\pm 0.216\text{m}$ ($\pm 0.9r$) に設定した。

5.3 台車起動電流

モータ、ボールネジなど駆動系の静摩擦を補償するため、台車を起動するのに必要な電流を制御入力に付加することとする。本研究では、台車の走行方向に合わせて $\pm 0.8\text{A}$ を付加した。

6. 数値シミュレーション

6.1 シミュレーション方法

提案された制御則および非線形超平面により、倒立振子の振り上げと安定化の両方を実現できるか確認するため数値シミュレーションを行った。シミュレーションは、式(7)の超平面を用い、式(4)のスライディングモード

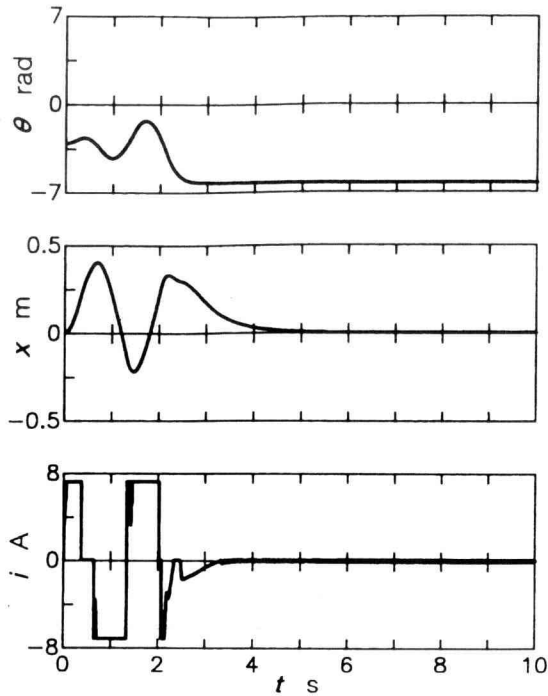


図2 シミュレーション結果 (時刻歴)

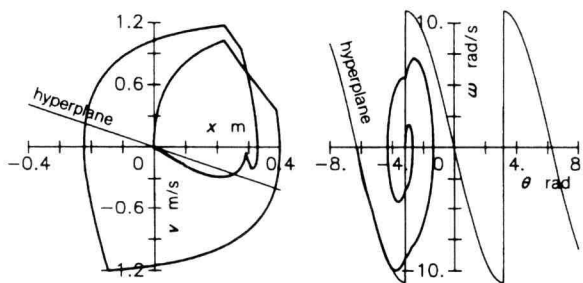


図3 シミュレーション結果 (位相平面)

制御則により制御入力を計算し、DCモータの最大出力を考慮して式(2)の非線形状態方程式をルンゲクッタ法により解くことで実行した。制御のサンプリングタイムは10ms、シミュレーションの時間刻みは1.25msとした。

6・2 シミュレーション結果

振子が垂れ下がっている状態 ($\theta = -\pi$) から制御を開始した場合のシミュレーション結果を図2、3に示す。図2は振子の角変位 θ 、台車の変位 x 、モータへの入力電流 i の時刻歴である。台車が1と1/4周期左右に動いて振子を振らせた後、 $\theta = -2\pi$ に倒立させている。振り上げ時の台車と振子の動きは位相が約90度ずれており、共振状態を実現することで効率よく振子にエネルギーを供給していることがうかがえる。また、0.5s あたりで制御入力が零となっているが、これは台車の動きを軌道内に抑えるため前述のソフトウェアリミットスイッチが働いたことによるものである。図3は時刻歴に対応した位相平面である。まず台車が左右に動いて振子の状態を超平面に載せ、その後台車の状態が超平面に近づいていくことがわかる。

全く同じ制御則を用い、初期変位を $\theta = -\pi/2$ に変えて制御を開始した場合のシミュレーションでは、台車が1周期左右に動いて振子を振らせた後、 $\theta = 0$ に倒立させた。これらの結果より、制御則が $\theta = 0$ と $\theta = 2\pi i$ ($i = \pm 1, \pm 2, \dots$) を区別なく倒立位置とみなしていることがわかる。

また、超平面の式(7)における f_1 , f_3 を大きくし、振子の倒立点への収束性能に対して台車の原点への収束性能を相対的に上げると、原点より離れた位置で振子が倒立するのに必要なエネルギーを得てもそこでは倒立させず、振子を回転させながら台車を速やかに原点に戻し、それから振子を安定化させる結果も得られた。

これらは、線形モデルをベースにした制御則からは得られない結果である。

7. 制御実験

7・1 実験装置

次に、提案された制御則の性能を確認するため制御実験を行った。実験装置の概略図を図1に示す。DCサーボモータ (出力40W) によりタイミングベルト、ボールネジを介して台車が駆動され、台車の上に載せられている振子が制御される倒立振子模型である。台車はボールネジおよびそれに平行に設置されたリニアブッシュにより回転しないよう支えられている。振子は台車の進行方向に平行な鉛直面内で自由に回転できるように軸がボールベアリングにより支えられている。また制御システムは、パーソナルコンピュータ (NEC, PC9801DA2) を中心に構成されている。台車の位置がDCモータに内蔵されたロータリエンコーダ (500P/R) により、振子の角変位が台車に取り付けられ振子の回転軸に連結されたロータリエンコーダ (1024P/R) により検出され、アップダウンカウンタを介してコンピュータに取り込まれる。そして、コンピュータにより制御入力が計算され、D-Aコンバータを介して出力される。その出力電圧に比例した電流が増幅器で発生させられ、DCモータがトルク駆動させられる。

7・2 実験方法

台車の変位と振子の角変位を制御サンプリングタイムの1/2の時間間隔で測定し、サンプリングタイム後半の差分により台車速度および振子角速度を求める。そして、式(7)の超平面を用いた式(4)のスライディングモード制御則により制御入力を計算し、出力する制御プログラムにより実験を行った。

7・3 実験結果

振子が垂れ下がっている状態 ($\theta = -\pi$) から制御を開始した場合の制御実験結果を図4、5に示す。図4は振子の角変位 θ 、台車の変位 x 、モータへの入力電流 i の時刻歴であり、図5は時刻歴に対応した位相平面である。振子倒立状態での台車の動きが大きいこと、入力が

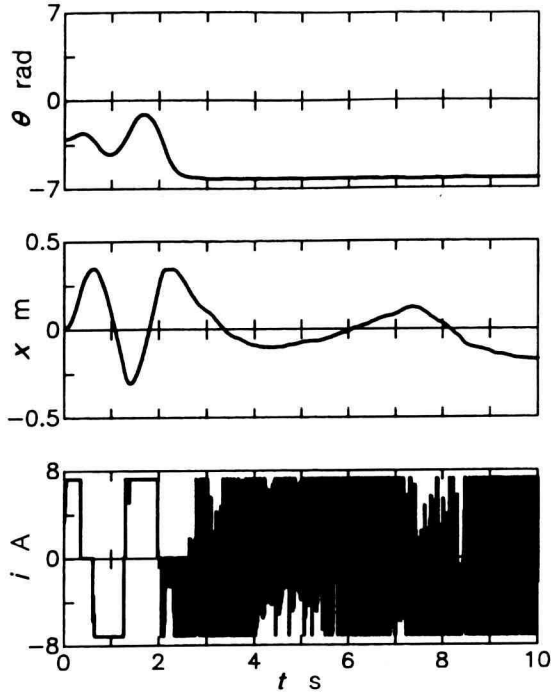


図4 制御実験結果 (時刻歴)

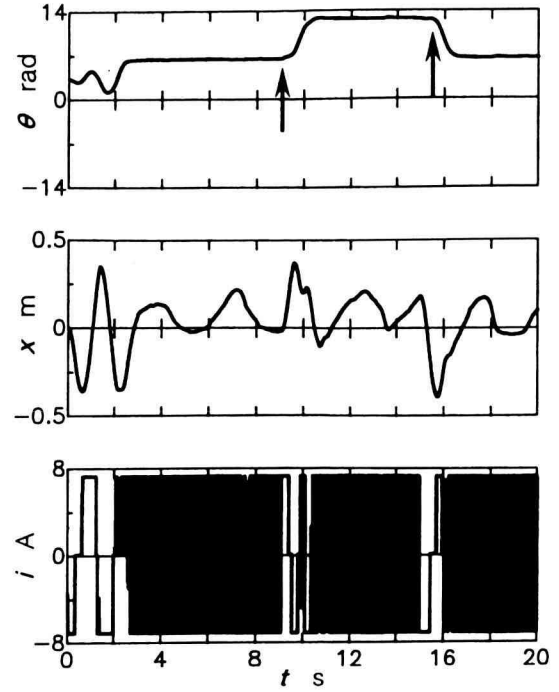


図6 外乱を加えた場合の制御実験結果 (時刻歴)

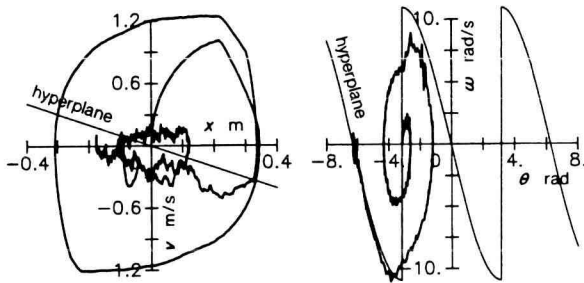


図5 制御実験結果 (位相平面)

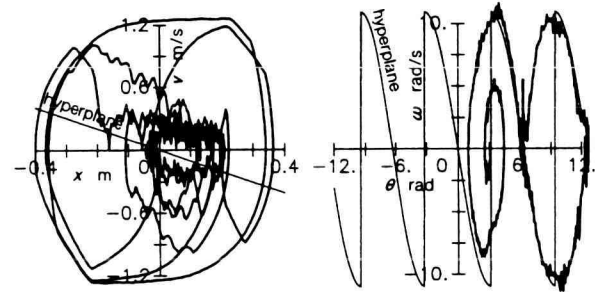


図7 外乱を加えた場合の制御実験結果 (位相平面)

チャタリングを起こしていること以外は、図2、3に示すシミュレーション結果とほぼ一致している。台車の動きが大きく制御入力にチャタリングが生じているのは、振子の角変位を検出するエンコーダの分解能が1024P/Rと低いため、倒立した状態でわずかな角変位が検出できず差分による角速度の精度が得られなかったためと考えられる。

次に、振子倒立後、振子を軽くたたいて外乱を加えた場合の実験結果を図6、7に示す。振子にわずかな外乱を加えたところを矢印で示す。制御システムは、振子を元の倒立位置に戻すのではなく、現在のエネルギーを生かして1回転させた後再倒立させており、制御則は、原点 $\theta = 0$ 以外の不安定点 $\theta = 2\pi i$ ($i = \pm 1, \pm 2, \dots$) も倒立位置とみなし最適なところへ振子を安定化させていることが確認できる。これは制御則に非線形モデルおよび非線形超平面を用いていることによるものである。

8. 非線形モデルVSSオブザーバ

台車の速度、振子の角速度を推定するために非線形モ

デルVSSオブザーバを開発する。本実験装置では台車の変位、振子の角変位のみ観測できるので、出力方程式は次式となる。

$$\{y\} = [C]\{\hat{x}\} \quad (9)$$

ここで、 $C_{11} = C_{22} = 1$ 、他の要素は0である。

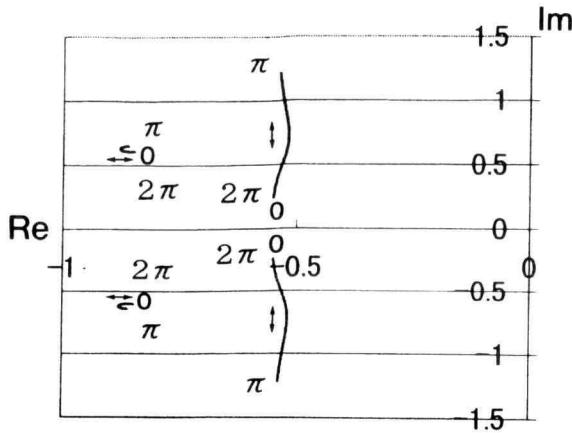
非線形モデルVSSオブザーバとして、線形モデルVSSオブザーバを拡張した

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \{\hat{x}\} &= \{f(\{\hat{x}\}, t)\} + \{B(\{\hat{x}\})\}u + [K]\{\{y\} - [C]\{\hat{x}\}\} \\ &\quad - \{Z(\{\hat{x}\}, \{y\}, \bar{\rho})\} \end{aligned} \quad (10)$$

を用いる¹⁰⁾。ここで、 $\{\hat{x}\}$ は状態の推定値であり、

$$\{Z(\{\hat{x}\}, \{y\}, \bar{\rho})\} = \begin{cases} \{B(\{\hat{x}\})\} \operatorname{sgn}(\bar{s}) \bar{\rho} & \text{for } |\bar{s}| \geq \bar{\epsilon} \\ \{B(\{\hat{x}\})\} \bar{s} / \bar{\epsilon} & \text{for } |\bar{s}| < \bar{\epsilon} \end{cases}$$

$$\bar{s} = \{F\}([C]\{\hat{x}\} - \{y\})$$

図8 角度を変化させたときの $[A_0]$ の根軌跡

である。問題は、係数行列 $[K]$ と係数ベクトル $\{F\}$ の求め方である。係数行列 $[K]$ は、文献(10)にしたがい線形オブザーバを参考にした下記の手法で求める。

- (1) 倒立位置において、状態方程式の非線形項を $\{f(\{x\}, t)\} = [A]\{x\}$ と線形化する。
- (2) 極配置法、カルマンフィルタなどの手法を用い、 $[A_0] = [A] - [K][C]$ の全ての固有値の実部が負となるよう $[K]$ を決定する。
- (3) 全状態空間において、倒立振子の場合ほどの角度において線形化された $[A]$ を用いても $[A_0]$ の全ての固有値の実部が負となるか確認する。

倒立振子に関して求められた $[K]$ と、角度を変えて線形化された $[A]$ を用いた $[A_0]$ の根軌跡を図8に示す。どの角度においても全ての根が左半平面にあり、全ての固有値の実部が常に負であることがわかる。

次に、係数ベクトル $\{F\}$ も同様に下記の手順により求められる。

- (1) 倒立位置において、状態方程式の非線形項を $\{f(\{x\}, t)\} = [A]\{x\}$, $\{B(\{x\}, t)\}u = \{\bar{B}\}u$ と線形化する。
- (2) $[C]^T\{F\}^T = [P]\{\bar{B}\}$ となるよう $\{F\}$ を決定する。ただし、 $[P]$ はリアプノフ方程式
$$[A_0]^T[P] + [P][A_0] = -[Q]$$
 の唯一正定対称解であり、 $[Q]$ は任意の正定対称行列である。
- (3) どの角度において線形化された $[A]$, $\{\bar{B}\}$ を用いても手順(2)を満たすか確認する。

しかし、幾何学的非線形性の強い倒立振子モデルにおいて手順(3)を満たす $\{F\}$ をみつけだすことは難しい。そこで本研究では、倒立位置付近において条件を満たす、すなわち、手順(2)で求められた $\{F\}$ を用いることとする。

9. オブザーバを用いた制御実験

9.1 実験方法

開発されたオブザーバを有する制御器の性能を確認す

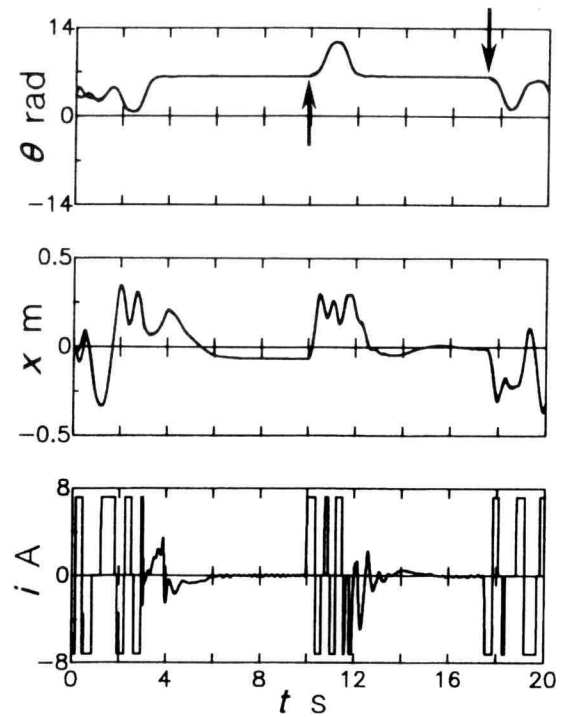


図9 非線形モデルVSSオブザーバを用いた場合の制御実験結果(外乱を加えた場合)

るため制御実験を行った。台車の変位と振子の角変位を制御サンプリングタイムで測定し、式(10)より状態を推定する。そして、式(7)の超平面を用いた式(4)のスライディングモード制御則により制御入力を計算し、出力する制御プログラムにより実験を行った。

9.2 実験結果

振子が垂れ下がっている状態 ($\theta = -\pi$) から制御を開始した場合の制御実験結果を図9に示す。順に振子の角変位 θ 、台車の変位 x 、モータへの入力電流 i の時刻歴であり、台車の変位および振子の角変位の時刻歴には推定値を細線で示している。また、矢印は振子を軽くたたいて外乱を加えたところである。本実験では、

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.44 & 0.1 \\ 0.14 & 1 \end{bmatrix}, \{F\} = \{0.01, -0.01\}, \bar{\rho} = 12, \bar{\varepsilon} = 0.1$$

を用いた。

倒立位置において係数 $\{F\}$ を決定しているため、垂れ下がっている制御開始直後は推定値と観測値に差がみられるが1秒以内に収束している。このため、差分により速度を求めている実験結果(図6)に比べ、制御開始直後に台車が細かく左右に動いている。しかし、倒立位置では正確に状態を推定できているため制御入力のチャタリングが発生せず振子を倒立させている。また、倒立位置において外乱が加えられた場合は、角変位の推定値と観測値にわずかな差が生じるもののすぐに収束してい

る。誤差の収束にわずかながら時間が費やされるため、1回転して振子を安定化させることはできないが、戻ってきたときには倒立させられている。またチャタリングも発生していない。これらの結果より、非線形モデル VSS オブザーバにより状態を正しく推定することができ、それにより制御入力におけるチャタリングの発生を抑えられることがわかる。

10. ま と め

非線形システムの典型である倒立振子の振り上げと安定化を1つの制御則で行わせることのできる制御システムを、非線形モデルを簡単に扱うことのできるスライディングモード制御を適用し、非線形超平面を用いることにより開発した。加えて、台車の速度および振子の角速度を推定する非線形モデル VSS オブザーバを設計した。また、台車軌道の長さに制約があり振子を振り上げられない場合にソフトウェアリミットスイッチを設定することを提案した。そして、開発されたオブザーバおよび制御器の有効性を確認するため、数値シミュレーションおよび制御実験を行った。その結果、非線形モデル VSS オブザーバにより状態を速やかに推定でき、振り上げから安定化までを1つの制御則により行えること、ソフトウェアリミットスイッチにより台車軌道内で振子を振り上げられること、制御器は原点 $\theta = 0$ 以外の不安定点 $\theta = 2\pi i$ ($i = \pm 1, \pm 2, \dots$) も倒立位置とみなし最適なところへ振子を安定化させられることなどが明らかになった。これらの結果は、線形モデルをベースにした1つの制御器では実現できないことである。

参 考 文 献

- 1) 小林正人・篠原茂行・田村捷利、適応同定機構を有する倒立振子の全自動振り上げ安定化制御、機論、58-556、C (1992)、3606-3613。
- 2) 堂田周治郎・則次俊郎、空気圧モータを用いた二重倒立振子の制御、機論、59-557、C (1993)、144-149。
- 3) 尾崎弘明・林長軍・下川哲司、振り上げ軌道学習による倒立振子の制御、機論、61-584、C (1995)、1537-1542。
- 4) 石井千春・申鉄龍・田村捷利、非線形ロバスト H_∞ 制御による回転型倒立振子の振り上げと安定化制御、機論、62-599、C (1996)、2666-2673。
- 5) Bradshaw, A. and Shao, J., Swing-up control of inverted pendulum systems, Robotica, 14(1996), 397-405.
- 6) 西田真幸・兼重明宏・寺嶋一彦、倒立振子の振り上げ非線形プロセスの制御、計測自動制御学会論文集、31-9 (1995)、1452-1461。
- 7) Inoue, A., Nakayasu, K. and Masuda, S., A, Swing up Control of an Inverted Pendulum Using a Sliding Mode Control, Proc. 3rd Int. Conf. MOVIC (1996), Vol.3, 449-454.
- 8) 橋本秀紀、使える(!?)非線形制御の理論—III (スライディングモード制御)、システム／制御／情報、37-6 (1993)、371-378。
- 9) Ambrosino, G., Celentano, G. and Garofalo, F., Variable structure model reference adaptive control systems, Int. J. Control, 39-6(1984), 1339-1349.
- 10) 川島豪、非線形モデルオブザーバを用いたスラスト駆動式水中回転弾性アームの位置決め、機論、63-609、C (1997)、1624-1631。