

強磁場中での水を導入したアルミ缶の落下運動

吉川貴之¹・本田数博²

¹大学院工学研究科応用化学専攻 (s033815@chem.kanagawa-it.ac.jp)

²応用化学科 (honda@chem.kanagawa-it.ac.jp)

Falling motion of the aluminum can, which introduced water in the strong magnetic field

Takayuki YOSHIKAWA¹, Kazuhiro HONDA²

Abstract

We measured the falling time of cylindrical vessel made of the aluminum in the strong magnetic field. Falling time of the central 10T magnetic field strength is lengthened in comparison with natural magnetic field. The falling time of the vessel, which added the water, shortens more in proportion to the weight of the water. The falling time was approximately calculated by the modeling. The examination compared the calculated value with measured value. We examined the possibility of the technique, which measured noncontacting the weight of the liquid.

Key Words: Superconducting magnet, weight measures noncontacting

1. 緒言

永久磁石程度の磁場強度では、室温下で反磁性や磁化率の弱い常磁性物質のマクロ挙動変化の観察は困難である。超電導マグネットは10T程度の強磁場が発生可能なので、広い磁場空間を得ることができる。我々はアルミ缶に水を加えたときの運動に対する強磁場効果の検討を行なった。アルミニウムは質量磁化率 $6.10 \times 10^{-3} \text{JT}^{-2}\text{kg}^{-1}$ と極めて弱い常磁性金属である。水は体積磁化率 $-7.20 \times 10^{-3} \text{JT}^{-2}\text{m}^{-3}$ の反磁性液体である。アルミ缶に加える水の量を変化させて落下時間変化を観察し、落下運動をモデル化して実測値と計算値の落下時間変化の比較を行った。我々は、液体の重量を非接触に計測する手法の可能性の検討をした。

2. 実験

実験は図1の装置を用いて行なった。図2は、超電導マグネットの(a)縦と(b)横方向の磁場勾配を示す。アルミ缶は市販のものをそのまま用いた。アルミ缶の落下実験は、中心における磁束密度を0~10Tまで1Tずつ変化させて行なった。水は和光純薬(株)の蒸留水を用いた。水を加えたアルミ缶の落下実験は、中心における磁場強度10T中でアルミ缶に0~500mlまで25mlずつ水を加えて行なった。落下時間は図1のように超電導マグネットの上端Aをアルミ缶の底部が通過し、下端Bにアルミ缶の

底部が通過するまでの時間とした。落下運動は横から撮影し、動画を秒間30フレームでコンピューターに取り込んだ。落下時間は、フレーム数より計算によって求めた。

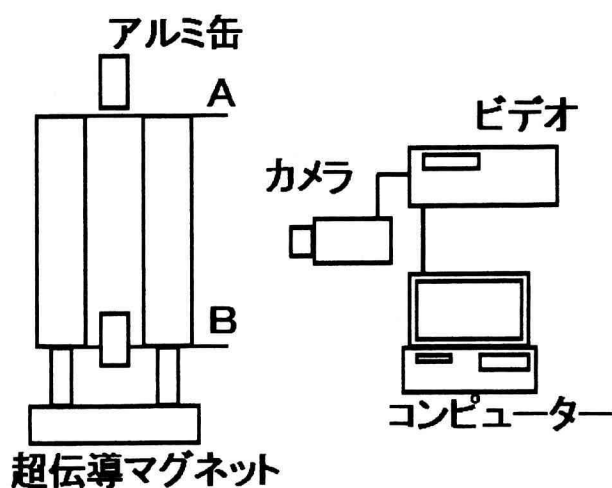
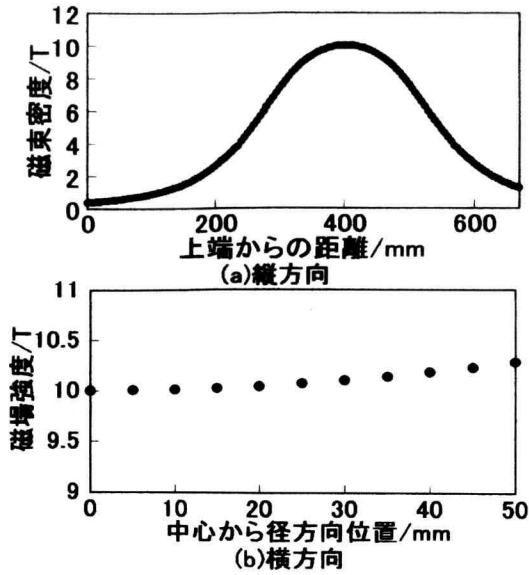


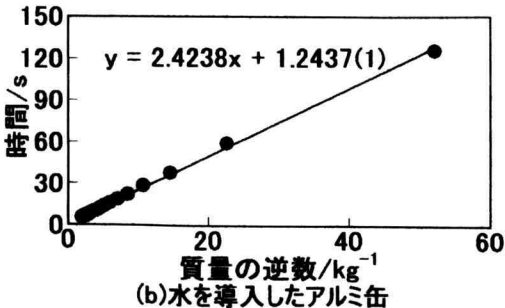
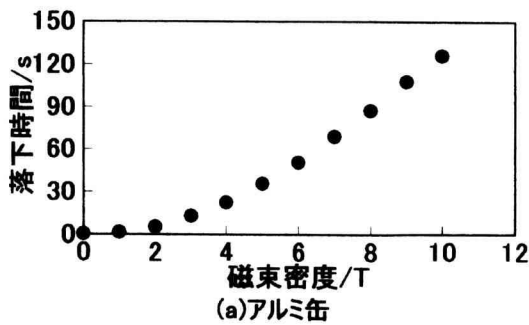
図1 超電導マグネット中での落下実験



3. 結果

図3 (a)は、0~10T まで 1T ずつ磁束密度を変化させたときのアルミ缶の落下時間の変化である。横軸は磁束密度 T、縦軸は落下時間 s である。落下時間は磁束密度の上昇に比例して、指数関数的増加をすることが確認された。図3 (b)は中心における磁束密度 10T 中で蒸留水を 0~500ml まで 25ml ずつアルミ缶に導入したときの落下時間変化である。横軸はアルミ缶と導入した水の全質量の逆数 kg^{-1} 、縦軸は落下時間 s である。

式 (1) は最小二乗方により求めた検量線である。落下時間は横軸の値が $52kg^{-1}$ (水 0kg) のとき 125 秒で、導入した水の質量が増加するにつれ直線的に減少し横軸の値が $1.93kg^{-1}$ (水 0.50kg) 加えたときに 5.38 秒となった。



4. 検討

モデリングとその検討では強磁場中を落下するアルミ缶について行い、次に水を導入したアルミ缶の変化について検討する。図4は、超伝導マグネット中を落下するアルミ缶のモデルである。モデルでの $F[kgms^{-2}]$ は重力による下向きの力、 $I[A]$ は磁束がアルミ缶を貫くことにより発生した渦電流、 $B[Wb]$ は磁束の数、 $B_r[T]$ は横方向の磁束密度、 $B_z[T]$ は縦方向 (Z 軸) の磁束密度、 $F_{z1}[kgms^{-2}]$ は渦電流 I と磁場 B_r により働く上向きのファラデー磁気力、 $F_{z3}[kgms^{-2}]$ は勾配磁気力に反磁性液体の水が反発する力である。

モデルの条件近似は次の通りである。縦方向の磁場勾配は図2 (a) より上端から 0.4m のところが磁束密度最大点に上下方向に減少している。モデルでは、上端から 0.4m と 0.4 から 0.67 m で分けて計算を行なった。横方向の磁場勾配は図2 (b) よりないものとし超伝導マグネットの磁場勾配は縦方向 (Z 軸) のみで両端の磁束密度を 0T として、線形近似する。

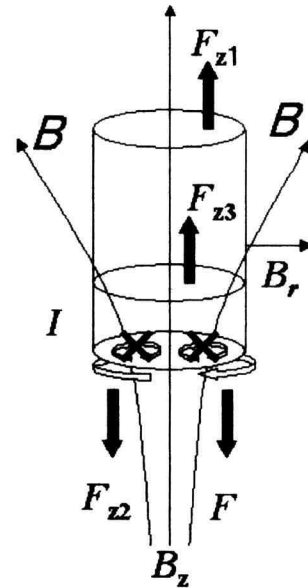


図4 磁場中でのアルミ缶の落下運動モデル

モデルの磁場中を落下するアルミ缶の運動過程は、重さ m の水の質量を含むアルミ缶が重力によって加速度 g で落下を開始する。それによってアルミ缶の壁を貫く磁束 B の鉛直成分 B_z が変化し、その変化を妨げる向きに生じる誘導電流 I により誘起される磁束と B の相互作用により上向きの力 F_{z1} が生じて落下が抑制されて停止し、停止後速やかに重力による落下を再開するという過程の断熱的サイクルであるものとする。磁場中で常磁性のアルミ缶は磁化率に比例した勾配磁気力 F_{z2} を受けるものとする。表1は計算に用いた変数である。超伝導マグネットの上端から中心までの落下した距離を l_1 、中心から下端までの落下した距離を l_2 とし、 l_1 の最大磁場強

度までの距離 L_1 、 L_2 の最大磁場強度までの距離 L_2 としている。

アルミ缶は巨視的に等速落下運動を行っているとすると、合力 F' は下記のように表せ、運動方程式は式 (2) となる。

$$F' = F + F_{z1} + F_{z2}$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F + F_{z1} + F_{z2} \dots (2)$$

式 (2) のそれぞれの力の関係より運動方程式をとき、落下時間 t を求める。

表 1 計算に用いた変数

記号[単位]	値
π	3.14
a [m]	1.65×10^{-2}
l_1 [m]	0.400
l_2 [m]	0.270
B_0 [T]	0.00~10.0
L_1 [m]	0.400
L_2 [m]	0.270
R [\Omega]	3.42×10^{-4}
m [kg]	$1.92 \times 10^{-2} \sim 0.519$
g [ms ⁻²]	9.81
κ_w [JT ⁻² kg ⁻¹]	6.10×10^{-3}
W [kg]	1.92×10^{-2}
κ_w [JT ⁻² m ⁻³]	-7.20
V [m ³]	$0.00 \sim 5.00 \times 10^{-4}$
α_1	6.60×10^{-2}
α_2	0.750
α_3	0.150

自由落下するアルミ缶にかかる力 F は、運動方程式により式 (3) のように表せる。 m [kg] はアルミ缶と導入した水の総質量、 g [ms⁻²] 重力加速度である。

$$F = mg \dots (3)$$

上向きファラデーの磁気力は F_{z1} 、図のように渦電流はアルミ缶の両端の面で発生したお互いに打ち消しあい、外側で発生した渦電流のみが側面を流れるとする。アルミ缶の落下速度は

$$v = \frac{dz}{dt} \dots (4)$$

である。

アルミ缶の落下によって生じる誘導起電力は、超伝導マグネットによる磁束密度の鉛直方向成分 B_z による磁束 $\Phi = B_z \pi a^2$ と誘導起電力の式

$$E = \frac{d\Phi}{dt}$$

及び(2)式より

$$E = \frac{dB_z}{dz} \pi a^2 v \dots (5)$$

となる。 a はアルミ缶の半径[m]である。

アルミ缶の電気抵抗率を R とすると、 $I = E/R$ と式 (4) より、壁面を流れる電流は

$$I = \frac{dB_z}{dz} \frac{\pi a^2 v}{R} \dots (6)$$

となる。

磁束密度の水平方向成分 B_r と誘導電流 I は $B_r \perp I$ であるから、アルミ缶にかかる上向きの力 F_{z1} は、壁面の円周を $2\pi a$ の直線であるとして、

$$F_{z1} = 2\pi a I B_r = \frac{2\pi^2 a^3 v B_r}{R} \frac{dB_z}{dz} \dots (7)$$

となる。1)

常磁性のアルミ缶に働く勾配磁気力 F_{z2} は、次のように表せる。2)

$$F_{z2} = \kappa_w W B_0 \frac{dB_z}{dz} \dots (8)$$

κ_w [JT⁻²kg⁻¹] は質量磁化率、 W [kg] はアルミ缶の質量、 B_0 [T] は磁場中心の磁束密度である。式 (2) に式 (3)、(7)、(8) を代入する。ここで常磁性のアルミ缶に働く勾配磁気力 F_{z2} は、上端から中心までは下向きの力なので負、中心から下端では上向きの力なので正の力として働く。よって下向きの力を負、上向きの力を正とすると式 (9) のように表せる。

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg + \frac{2\pi^2 a^3 v B_r}{R} \frac{dB_z}{dz} \pm \kappa_w W B_0 \frac{dB_z}{dz} \dots (9)$$

アルミ缶の落下速度はほぼ一定と仮定しているので、式 (10) について、左辺=0、 $v=1/t$ と近似すると、

$$-mg + \frac{2\pi^2 a^3 l B_r}{R t} \frac{dB_z}{dz} \pm \kappa_w W B_0 \frac{dB_z}{dz} = 0$$

... (10)

となる。超伝導マグネットの上端から中心までと中心から下端までのそれぞれ落下した距離 l_n におけるそれぞれ落下時間 t_n は

$$t_n = \frac{2\pi^2 a^3 l_n B_r}{R} \frac{dB_z}{dz} / (mg \pm \kappa_w W B_0 \frac{dB_z}{dz})$$

... (11)

となる。超伝導マグネットの両端から磁場のもっとも強いところまでの距離 L_n とし磁場勾配を

$$\frac{dB_z}{dz} = \frac{B_0}{L_n}$$

と近似する。 B_r , B_θ を B_0 に比例するものとして、比例定数を α_n とし $B_r = \alpha_n B_0$ の一定値であると近似した。 α_n はモデル条件において、磁場の勾配を線形近似しているため用いる比例定数である。これらの近似より、式 (12) は

$$t_n = \frac{2\pi^2 a^3 l_n \alpha_1 B_0^2}{L_n R} / \left(mg \pm \kappa_w W \frac{\alpha_2 B_0^2}{L_n} \right) \dots (12)$$

となる。シミュレーションでは I_1 の落下時間を t_1 、 I_2 の落下時間を t_2 とし、 t_1 と t_2 の和を落下時間としている。比例定数 α_n はフィッティング計算により求めている。

図5は0~10Tまで1Tずつ磁束密度を変化させたときのアルミ缶の落下時間変化の実測値と計算値である。横軸は磁束密度 T、縦軸は落下時間 s である。図の落下時間は磁束密度が上昇するにつれて増加し、実測値と計算値はほぼ一致した。

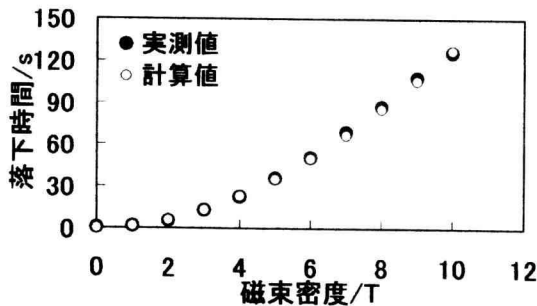


図5 磁場中でのアルミ缶の落下時間の実測値と計算値の比較

アルミ缶に水を導入したモデルでは反磁性の水が磁場から受ける勾配磁気力 F_{z3} が加わる。

$$F_{z3} = \kappa_v V B_0 \frac{dB_z}{dz} \dots (13)$$

κ_v [JT⁻²m³] は体積磁化率、 V [m³] は導入した水の量である。合力 F'' は式 (14) のように表せる。

$$F'' = F + F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} \dots (14)$$

合力 F'' の運動方程式を磁場中でのアルミ缶の落下と同様の方法で展開する。ここで反磁性の水に働く勾配磁気力 F_{z3} は、上端から中心までは上向きの力なので正、中心から下端では下向きの力なので正の力として働く。よって下向きの力を負、上向きの力を正とすると式 (15) のように

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F + F_{z1} + F_{z2} + F_{z3}$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg + \frac{2\pi^2 a^3 v B_r}{R} \frac{dB_z}{dz} \pm \kappa_w W B_0 \frac{dB_z}{dz} \pm (-\kappa_v V B_0 \frac{dB_z}{dz}) \dots (15)$$

となる。2) アルミ缶と同じ近似を用いて落下時間 t_n は、

$$t_n = \frac{2\pi^2 a^3 l_n \alpha_1 B_0^2}{L_n R} / \left(mg \pm \kappa_w W \frac{\alpha_2 B_0^2}{L_n} \pm \kappa_v V \frac{\alpha_3 B_0^2}{L_n} \right) \dots (16)$$

と表せる。図6は10Tで蒸留水を25mlづつアルミ缶加えたときの落下時間変化の実測値と計算値である。横軸は質量の逆数 kg⁻¹、縦軸は落下時間 s である。落下時間は蒸留水の質量が増加するにつれて実測値、計算値ともに線形的に減少し、値はほぼ一致した。

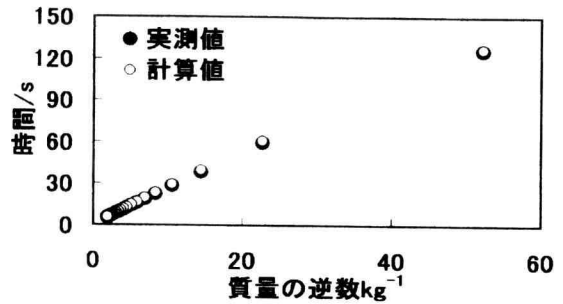


図6 10Tでの水を導入したアルミ缶の落下時間の実測値と計算値の比較

5. 結論

超伝導マグネット中でのアルミ缶の落下運動はモデリングによる近似計算で、磁束密度に比例したアルミ缶の渦電流による上向きのファラデー磁気力と下向きのアルミ缶の勾配磁気力が働いていることが予想された。落下時間は磁束密度に比例して増加していることから、ファラデー磁気力の方が勾配磁気力よりも強いことが示唆された。

水を導入したアルミ缶の落下運動は、アルミ缶への力以外に上向きの水の勾配磁気力が加わることが予想された。落下時間は水の重量に比例して直線的に減少するところから、上向きの力の和よりも重量が増加したことによる自由落下の力の方が大きく影響していることが示唆された。

落下運動はアルミ缶に導入する導入物の磁化率と質量、容量差をマクロに観察できることが示唆された。

6. 参考文献

1. ハンディブック電気 p75-76 桂井誠 オーム社出版局
2. 磁気科学 p37-38 北澤宏一 株式会社アイピーシー