

エントロピー概念の表現手法についての考察 —言語表現および視覚表現と心理量との関係についての認知科学的検討—

佐藤 智明^{1,2}・永岡 慶三²・小口 幸成³

¹機械工学科 (satotomo@me.kanagawa-it.ac.jp)

²早稲田大学人間科学学術院 (k.nagaoka@waseda.jp)

³学 長 (oguchi@kait.jp)

A Study of Visualization Method for Learning of Entropy

Tomoaki SATO¹, Keizo NAGAOKA², Kosei OGUCHI³

Abstract

The idea of entropy was introduced by Clausius in 1850 for the new thermodynamic property of substances, and the new definition of entropy was developed by Boltzmann and others in the field of statistical mechanics. In twentieth century, entropy has been extended to the economics theory, information theory, and others, but the role and meaning of entropy is same in points of showing the change from equilibrium state, the stability and the probability of observing state.

Even though entropy is used in many fields of science, it is not easy for students to understand entropy visually. This paper deals with the development of the educational multimedia applications on learning of entropy. We discuss on several definition of measurable distance between particles, and on the visualization of change of entropy.

Key Words: Physics Education, Cognitive Science, Multimedia Contents, Thermodynamics, Entropy

1. はじめに

19世紀に熱力学第2法則としてクラウジウスやボルツマンらによって確立されたエントロピーの概念が20世紀になって情報科学や経済学あるいは社会学など他の研究分野に用いられるようになって久しい。特に近年では、環境問題が注目されるようになり、地球温暖化や環境ホルモンあるいは人口問題など、万物は全て混沌へと向かっているといった抽象的な意味でエントロピーが様々な機会に用いられるようになった。しかし、エントロピーの概念は適応範囲が広いため解釈の仕方も様々で、その概念の本質を的確に理解することは難しい。特にエントロピーに対する熱力学的解釈と情報理論的解釈には大きな違いがあり、熱力学的エントロピーと情報エントロピーを同一に見るべきではないといった議論は現在でも行われている^{1) 2)}。

こうしたエントロピー概念の難しさのため、熱力学の教育においても、学生にエントロピーの概念を理解させることは困難を要し、教育の現場においては古くから様々な方法によって学生の理解を向上させる手法が試みられてきたが^{例えば3)}、まだ有効な手法が確立されているとはいえない。

一方で、情報機器の活用など教育効果の向上が期待される技術は近年めざましく発達してきた。教育工学や認知科学といった研究分野においては、情報通信機器を用いた教

育について数多くの実践例が報告され、その有効性が明らかとなっている^{例えば4)}。特に、CGアニメーションなどのマルチメディアコンテンツは、視覚に動的に訴えることができるため原理や構造を理解させる手法としては非常に有効である。著者らの研究においても、内燃機関の動作原理の理解を向上させるためにマルチメディアコンテンツを利用し、優れた教育効果を確認している⁵⁾。そこで著者らは、エントロピー概念の理解を向上させるために、マルチメディアコンテンツの利用を考えた。

エントロピー概念の表現方法は様々な方法が考えられる。数式表現、言語表現、視覚表現あるいは音声表現などが主な手法として考えられる。特に視覚表現や音声表現についてはマルチメディア技術によって様々なことができるようになった。その中でも学習者が直接操作し、パラメータを変化させることでインタラクティブに反応するアニメーションコンテンツは教育上効果が高い⁶⁾。特に物理学や工学などで扱われる物理法則は数値シミュレーション化しやすく、インタラクティブなコンテンツを作成しやすいと考える。そこで、エントロピー概念教育にマルチメディア導入を考えると、学習者の選ぶエントロピー値にインタラクティブに反応するコンテンツを考える。例えば、学習者が画像上のボタン等を操作し、パラメータを変化させるとそれに応じてエントロピーの値が変化してその数値を表示す

る。そして、そのエントロピー値に対応して画像の模様等が変化してその無秩序性が増減するようなマルチメディアコンテンツは概念を学習者の感覚に訴えて教育するコンテンツとして有効だと考える。そうしたコンテンツはそれ単体として使うこともできるが、熱機関の原理説明用コンテンツなどとリンクさせて燃焼室内のガスの状態（エントロピーの増減）などを表現するのも応用ができる可能性があり、有効な表現手段と考える。

しかし、エントロピーをこのようなマルチメディアで表現するためには、エントロピーの変化を表示画像によって正確に表現する必要がある。そのためにはどのような画像表現がエントロピー表現に適しているかを考える必要があり、更に学習者がその画像から得る心理量（人が感じる量）と画像のエントロピー値との間の相関関係を明らかにしておく必要がある。

エントロピーと心理量の関係については認知科学あるいは画像情報通信関係の分野において盛んに研究されるようになり、エントロピーと心理量との間に高い相関性があることが認められてきている。最近の研究では物体の形状認知と画像情報エントロピーに高い相関性があることを示した佐藤ら^{7) 8)}の研究や、視覚情報の物理量と認知情報量との関係について画像情報エントロピーの大きさが視覚探索（ある表示情報から特定の情報を選び出す反応速度）に相関があることを明らかにした板谷ら⁹⁾の研究がある。しかし、これまでの研究はいずれも画像情報量とその情報に対する認知感度に関する研究が主であり、エントロピーの概念そのものの認知と画像のエントロピーについての研究は見つけられなかった。そこで本研究では、人が感じる乱雑性や無秩序性といったエントロピーの感覚量と画像が持つエントロピー値の相関を調べることにした。また、エントロピーに対する心理量を正確に測定するためには学習者にエントロピー概念を的確にイメージさせる必要がある。そのためには「乱雑さ」や「無秩序さ」等言葉による表現の正確さが重要なポイントとなる。そこで本研究ではエントロピーの適切な言語表現についても検討する。

本報では、エントロピー概念の表現手法としてこれまでの数式表現、言語表現および視覚表現について概説し、それぞれの問題点について検討し、画像表現によるエントロピー値と心理量について調査する研究手法について検討したので報告する。

2. エントロピー概念の表現方法

熱力学や情報理論および経済学などの教科書あるいは教養書や啓蒙書において既に様々な方法でエントロピーの概念が表現されている^{10) ~ 21)}。主なものを以下に述べる。

2.1 数式表現

(a) クラウジウスの式

熱力学関係の教科書に必ず示されるのが、クラウジウスが表した次式である。

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{or} \quad dQ = T \cdot dS \quad (1)$$

ここで、 T は温度、 Q は熱量、 S はエントロピーである。はじめの状態1と後の状態2の間のエントロピーの変化量は等温変化（温度 T が一定）、および等容変化（体積 V が一定）においてそれぞれ、

（ $dT=0$ 、 A ：比例定数 のとき）

$$S_2 - S_1 = A \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (2)$$

（ $dV=0$ 、 B ：比例定数 のとき）

$$S_2 - S_1 = B \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad (3)$$

の関係がある。

(1)式は熱機関の熱量計算に有効な式であり、熱工学分野においては教育上欠かせない基本式である。この式からは「エントロピーは温度が高ければ高いほど、より多くの熱量を加えないと同じエントロピー量の増加は与えられない」というエントロピーの限界効用逓減的な特長を説明することができる。また、クラウジウスの不等式によって得られるエントロピー増大の法則や不可逆性等のマクロ的な性質の説明にもこの式が有効である。しかし、「エントロピーの微小変化量は熱量の微少量を温度で割った値」は直感的には分かりにくい。

(2)式は外部から熱を加えながら体積膨張を行い等温変化させた場合のエントロピー変化量を示している。この場合、体積が増加することにより分子の存在領域が広がり微視的状态数（分子がとりうる状態の場合の数）が増えるためエントロピーが上昇する。物質的な容量の増加に伴った変化のため、このエントロピーは一般的に「物エントロピー」と呼ばれている。

(3)式は容積一定において熱を加えたときのエントロピーの増加量を示している。この場合、温度の上昇によって内部エネルギーが増加する。このときミクロ的な視点から

見ると、内部分子の平均速度が増加する。また、マクスウェルの速度分布式に従って速度分布が増加する。速度分布の増加は微視的状态数の増加を意味し、エントロピーは増加する。温度上昇に伴うエントロピー変化のため、このエントロピーを一般的に「熱エントロピー」と呼んでいる。

(b) ボルツマンの式

統計力学において最も重要な式の1つが次に示すボルツマンのエントロピー式である。

$$S = k \cdot \ln W \quad (4)$$

ここで、 k はボルツマン定数（分子一個の気体定数）である。この式はミクロな視点から見た分子運動の微視的状态数（あるいは熱力学的確率：真分数ではなく整数値） W がマクロな視点から観測されるエントロピー値と本質的に同様なものであることを表すものである¹⁾。微視的状态数の対数をとっていることから、(1)式と同様にエントロピー値はより小さい状態数に敏感に反応することをこの式からも説明することができる。

(c) シャノンの平均情報量

シャノンによって定義された情報量について表したもので、2を底とした対数を用いた次式で与えられる。

$$S = \sum p_i \cdot \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right) \quad (5)$$

ここで、 p_i は系の中における個々の事象の出現確率であり、 $\sum p_i = 1$ の条件がある。すべての情報を伝達するシンボル（記号や文字）が等しい出現確率を持っていたとすると、 $p = 1/M$ （ M はシンボルの総数）であるので、

$$S = M \cdot \frac{1}{M} \cdot \log_2 (M) = \log_2 M \quad (6)$$

となり(4)式と同様な式となる。

(4)および(6)式との間で k の有無による違いから熱力学的エントロピーと情報のエントロピーを別のものと見るべきだとする主張はあるが¹⁾、ある系の無秩序の度合いを示しているエントロピーの総合的概念を教育する目的であれば、どの式からスタートして教育しても不都合はないと考える。むしろこれらの式の裏に隠された共通の概念をいかに感覚的に表現することができるかが本研究の重要な課題となる。

表1 エントロピーの概念を示す言語表現

無秩序	激しさ
乱雑さ	価値の低さ
雑多さ	わからなさ
複雑さ	コントラストのなさ
曖昧さ	ぼやけた感じの強さ
でたらめ度	自然さ
拡散の度合い	認識できる度合い
均一さ	分散の度合い
均衡度	平衡度
安定の度合い	多様性の高さ

2.2 言語表現

熱力学や情報理論の教科書やエントロピーについて解説する教養書や啓蒙書等では前述の数式と共に、様々な言語による表現によってエントロピーの概念が説明されている。書物やインターネットのホームページ上でエントロピーの説明に用いられる言語表現の主な例を選び出し表1に示した。これらの表現についての詳細な検討は後の3.1においておこなう。

2.3 視覚表現

エントロピーの概念を感覚的に表現するためには視覚表現は非常に有効であると考えられる。言語表現と同様に熱力学の教科書やエントロピーについて解説する教養書等では前述の数式および言語と共に、様々な視覚による表現が使われている。図1には教科書等によく用いられる主な視覚表現を示す。

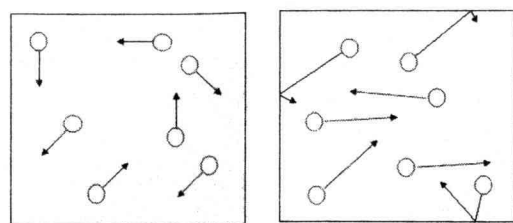
図1Aは等容変化において熱を加えたときのエントロピーの上昇を内部エネルギーの変化（温度上昇）として分子の速度の増加を示すことで表現している。従って、これは熱エントロピーの上昇を表しているといえる。

図1Bは等温変化において熱を加えたときのエントロピー増加を体積の増加で表現している。これは、物エントロピーの上昇を表している。

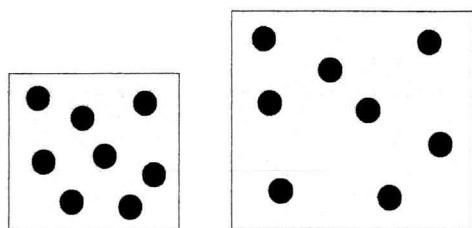
図1Cは黒い画素と白い画素が混合することによって均一状態に向かっていくことを示し、混合エントロピーの増加を表現している。混合エントロピーの増加は個々の成分（白 or 黒）に着目すると、各成分が個々の領域を広げていることになるので本質的には物エントロピーの増加と同質のものである。

図1Dは整列している棒が乱れることによって乱雑さが増しエントロピーが増加することを表現している。乱雑さの上昇は、温度上昇に伴うマクスウェルの速度分布の増加の意味することと同じと考える。したがって、乱雑さの上昇は熱エントロピーの上昇と本質的に一致する。

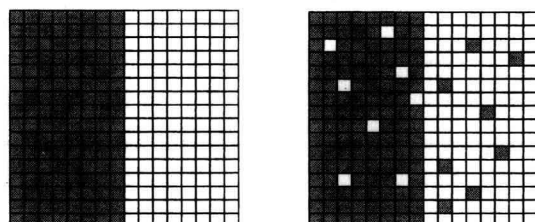
なお、視覚表現についての詳細な検討は3.2でおこなう。



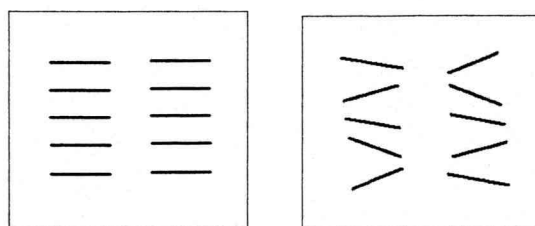
小 大
A. 温度を上げる (矢印は速度ベクトル)
[熱エントロピー]



小 大
B. 体積を増大させる (温度は一定)
[物エントロピー]



小 大
C. 混合する



小 大
D. 配列を乱す

図1 エントロピーの視覚表現

3. エントロピー概念の表現方法についての検討

エントロピー概念の正確な表現を可能にするためには、各表現手法によって表現された強度が、序数的あるいは基数的にエントロピー値と相関している必要がある。したがって、言語表現と視覚表現および算出したエントロピー値

の3種類のそれぞれの間の相関性を詳しく調査する必要がある。本章では、これまでの書物などに用いられてきた表現の問題点について議論し、各表現方法とエントロピー値の相関性について検討する。

3.1 言語表現における問題点

言語による表現は簡単に表記できるため用いやすく、数式を論理的に説明する文章の中に「乱雑さ」等の感覚的な言語表現を組み合わせることで理解が深まることが期待される。しかし、感覚的な言語は読者の主観に訴えるため、個人差があり場合によっては全く異なったイメージを与えてしまうことも考えられる²¹⁾。表1に示した言語表現群も、見方によっては全く異なったイメージを持たせる可能性のある表現が混在している。表2に表1の言語表現を著者らの主観によってカテゴリー化したものを示した。分野として、「マクロな熱力学的状態」「ミクロな統計力学的状態」「情報量の大きさ」「情報量の価値」についての4つと、それぞれの分野に対して「物エントロピー的表現」と「熱エントロピー的表現」に分けた。基本的には全ての表現がエントロピーの高い方向性を表現したものであるもので、いずれの表現も他のカテゴリーにおいて適用可能なはずである。しかし、表現によっては他のカテゴリーでは全く的を射ない表現になってしまう場合がある。特に物エントロピー的表現と熱エントロピー的表現の場合は互換性が小さいのではないかと考える。例えば、図1Aで示した熱エントロピーについて「安定の度合い」の強い方や「曖昧さ」の強い方を選ばせた場合、本来の意味とは逆の、エントロピーの小さい方を選ぶ確率が高いように思える。なぜならば、「安定なもの」や「曖昧なもの」という表現は、強度的にはどちらかというと弱さを含んでいる。従って温度が高く、分子の運動が激しく強度的に強いイメージのあるエントロピーの高い右図は選ばないのではないかと考える。

また、図1Bに示した物エントロピーの強弱について、「無秩序さ」や「複雑さ」で選ばせた場合、この場合も本来の意味とは逆のエントロピー値の小さい方を選ぶ確率が高いように思える。本来の意味では、容積が増えるということは、それだけ分子が存在し得る範囲が増加し、選択可能な微視的状态数が増えることになりエントロピーは増加する。しかし、この二つの図を比較するときには黒い粒子が狭い領域に固まっている左図のほうが強度的に強く感じられ、熱的強度を示す「乱雑さ」「無秩序さ」や「複雑さ」が高いと感じ左図を選ぶ確率が高くなると予想することができる。いずれにしても、「乱雑さ」や「無秩序さ」という表現はエントロピーの概念の表現を代表する言葉として教科書や啓蒙書などに最も多く用いられる表現である。も

表2 エントロピーの概念を示す言語表現のカテゴリー

表現分野	物エントロピー	熱エントロピー
マクロな熱力学的状態を表現している	安定の度合い, 均一さ, 平衡度, 均衡度	激しさ
ミクロな統計力学的状態を表現している	拡散の度合い, 分散の度合い	無秩序さ, 乱雑さ
情報量の大きさについて表現している	ぼやけた感じの強さ, 認識できる度合い, コントラストのなさ, 曖昧さ, わからなさ	雑多さ, 複雑さ, 多様性の高さ, ためめ度
情報の価値について表現している	価値の低さ, 貴重でない度合い	

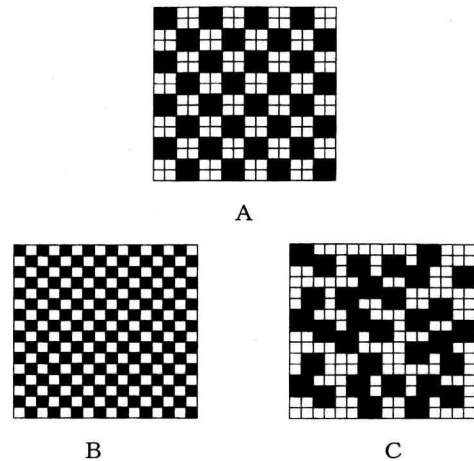


図2 物エントロピー変化と熱エントロピー変化のパターン比較

しこれらの言葉が感覚的に物エントロピーを正確に表現できないのだとしたら, 物エントロピーも熱エントロピーも同時に表現できる的確な言語表現を見つけることは意味あることであると考えられる。

本研究では著者らの主観によって「捕まえにくさ」「捕らえにくさ」「とらえどころのなさ」といった表現をその候補として考える。この表現であると, 熱エントロピーについて考えた場合, 例えば図1Aの場合, 早く動いている分子ほど捕まえにくいと直感的に考えることができる。したがって「捕まえにくさ」と熱エントロピーの高さは正の相関がありそうである。また, 物エントロピーについて考えた場合, 図1Bのように体積が広がって粒子が広い範囲に散ってしまえば, 直感的に任意の一つの粒子を捕まえることは難しくなると思える。したがって物エントロピーについても「捕まえにくさ」との間に正の相関が期待できる。

3.2 視覚表現における問題点

図1に示した表現は様々な書物で用いられているが, それらの図に対する定量的なエントロピー値が示されているものは少ない。読者に概念を理解させるためだけに定量的なことは考慮に入れなくてもよしとする考えもあるかもしれない。しかし, 後述するように一つの図に対するエントロピーの算出の仕方は様々考えることができ, どの方法で算出したかによって全く異なった結果を得ることも考えられる。例えば, 図2に示したA, B, Cの3つのパターンについて比較してみる。AとBについてどちらの方がエントロピーが高いか選ばせたとき, Bの方が升目が細かく, より均等にちらばり, 安定状態にあるように感じるためBと答える回答者が多いことは想像できる。同様にAとCの場合はCの方が列が乱れており, 無秩序感を感じるためCを選ぶ回答者が多いと考えられる。しかし, BとCを選ば

せた場合は回答が分かれるのではなかろうか。あるいは比較不可能と回答する場合が多いのではないかと考える。これは, AとBの比較が物エントロピーに対して比較を行うのに対して, AとCの比較においては熱エントロピーについて比較を行っているからではないかと考える。

このように, エントロピーの概念を視覚表現によって表現する場合, 物エントロピーと熱エントロピーを混同してしまうと学習者に混乱を招くおそれがある。したがって物エントロピーについて比較させるのか, あるいは熱エントロピーについて比較させるのかを明確にしてそれに応じた適切な図を選んで示す必要がある。

3.3 視覚パターンのエントロピー算出方法

本研究でテーマとしているシミュレーションインタラクティブコンテンツを設計する場合, 学習者に対してエントロピー値と相関の取れた視覚パターン画像を動的に変化させて示す必要がある。したがって, アニメーションに用いる一つ一つの静止画について, 各視覚パターンの正確なエントロピー値を知っておく必要がある。一つの視覚パターンについてそのエントロピーを算出するアルゴリズムは様々考えられる。パターンに対する微視の状態数を何によって数えるか, また基準をどこに置くかによって無限に考えることができる。しかし, 人がその画像からエントロピーを認知することには限定すれば算出方法は限られると考える。基本的には人がどのような要素を基準としてその画像の確率, すなわち「ありふれた感じ」のような感覚を持つのか, あるいは多様性を感じるのかといったことが重要な要素であると考えられる。こうした心理量を明らかにするためには心理実験が有効である。したがって, 4章で後述するような手法によって心理量とエントロピー値の関係について実験的に明らかにすることでエントロピー算出方法をあ

る程度決定できると考える。そのために、あらかじめいくつかの算出方法を検討しておく必要がある。

視覚表現の種類としては図1で示したように様々考えられるが本検討では図1C, すなわち白い画素と黒い画素の配置パターンで表現する図2のタイプの画像パターンについて比較検討を行う。また、エントロピーの算出方法は前述2.1に示した数式表現に基づいて考えた。以下に画像情報処理の分野などで一般的に用いられているエントロピー算出法をはじめとして、その他考えられるエントロピー算出法の例を示した。

(a) 画像の情報エントロピー① (1画素白と黒の1ビットをシンボルとしたエントロピー)

視覚パターンのエントロピー値の算出については情報通信技術の分野において、デジタル画像の圧縮率と情報量の関係についての考察などに用いられる算出方法が存在する¹⁴⁾。

サイズ $I \times J$ の画像に対し、1画素あたりの輝度値 Z ビットの画像が発生する情報源の場合、輝度値をシンボルとして、画像の総画素数を N_{pic} 、輝度値 Z_i の画素数を N_i とすると、エントロピー S は以下で求まる。

$$S = - \sum_{i=0}^{2^Z-1} \frac{N_i}{N_{pic}} \log_2 \left(\frac{N_i}{N_{pic}} \right) \quad (7)$$

この手法の場合、シンボル Z を何にするのかによって全く異なった値となる。図3αの場合、画素をシンボルとみると、白と黒の二種類 (2値画像) の色なのでシンボル値 Z は1ビットとなる。縦方向および横方向の列毎にエントロピー値を求めその総体として画像全体のエントロピーを算出する。

(b) 画像の情報エントロピー② (2×2, 2ビットをシンボルとしたエントロピー)

(a)と同様に(7)式を用いるが、図3αの太線で囲まれた部分のように、エントロピーを求める単位を2×2の単位に区切り4画素分を1つのシンボルとして計算する。従って2×2内の黒い画素の数を輝度 (シンボル値 Z) とすれば、これは4段階となり2ビットとなる。

(c) 画像の情報エントロピー③ (同一画の連なり長さをシンボルとしたエントロピー)

黒の画素が横あるいは縦にいくつ連続して連なっているかをシンボル値 Z としてエントロピーを算出する。本法で

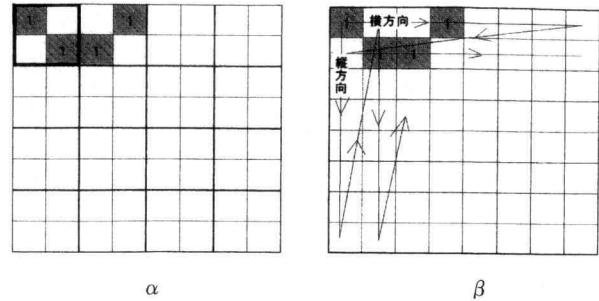


図3 エントロピー算出単位 (シンボル)

は図3βに矢印で示すように、横方向および縦方向別々にエントロピーを算出し、その平均値を求めた。

この算出方法によって得られるエントロピー値は同一画素の連なる長さの多様性を示す指標となる。したがってこの方法によると、図2のAおよびBはそれぞれ黒の連なる長さは2個と1個であり、共に一種類の長さしか持っていないのでエントロピー値は0となる。

(d) 同一画の数を変数とする組み合わせ数を基準としたエントロピー

1つの画素が黒か白になる確率が1/2ずつで同じ場合、1つの列に何個の黒い画素が存在するかを確率的に求めると、1列中に黒と白が半分ずつ同数になる場合の数が最も多く、確率も最大となる。1つの列中に存在する黒い画素の個数 n (一列当たり m 個の画素) を用いて微視的状态数 W を(8)式で求め(9)式でエントロピーを算出する。ここで、システム中の列の総数を M とする。

$$W_i = {}_m C_n = \frac{m!}{n!(m-n)!} \quad (8)$$

$$S = \sum_{i=1}^M \ln W_i \quad (9)$$

(e) 同一画の連なる確率を基準としたエントロピー

黒い画素が生起する確率を1/2とすると、黒い画素が続けて生起する確率 p_i は図4のようになる。黒い画素の一つの連なりを1個体とすると、各個体個々が持つ情報量は次式(10)で与えられる、

$$I_i = \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right) \quad (10)$$




- 1個  $1/2$
- 2個  $1/2 \times 1/2 = 1/4$
- 3個  $1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8$

図4 黒い画素（同一画）が連続する確率

表3 黒い画素の連続数の熱力学的確率（16×16画素）

画素の連続数	確率 P	微視的状态数 W
1	0.5	32768
2	0.25	16384
3	0.125	8192
4	0.0625	4096
5	0.03125	2048
6	0.015625	1024
7	0.0078125	512
8	0.0039063	256
9	0.0019531	128
10	0.0009766	64
11	0.0004883	32
12	0.0002441	16
13	0.0001221	8
14	6.104E-05	4
15	3.052E-05	2
16	1.526E-05	1

しかしここで、この式を(5)式に適用し、画像全体のエントロピー（平均情報量）を求めようとするとき $\sum p_i = 1$ とならないため平均情報量は得られない。そこで表3のように一列の最大量16画素の全てが黒になる確率 p_{16} を1とおいたときの各場合の確率比（ p_i/p_{16} ）を見かけの微視的状态数 W_i として求め、 $S = \sum \ln W_i$ からエントロピーを求める。これは、16画素連続して連なる場合のエントロピーを基準エントロピーと置いたことと等しい。

(f) 一対の黒画素間の距離を基準としたエントロピー

画像全体に黒い画素が生起する確率が等しく与えられているとき、AおよびBの二つの黒い画素を仮定し、AとBの二つの間の距離に着目すると、Aに対するBの生起確率（画素の数）は2つの間の距離を半径 r とする円周長さ l に比例する。図5は一画素分の距離を1としたとき、中心に位置する画素Aから同じ距離にある画素Bが何個存在できるかを示した図である。各画素に示した値は中心からの距離を示している。例えば、中心から5の長さで幅1の面積の中、すなわち、半径4.5から5.5の中に画素の中心が入る画素は28個ある。同様に、中心からの距離が更に離れて7.5から8.5の中に中心が存在する画素は48個ある。このように中心から離れるに従い、同じ距離の範囲に存在で

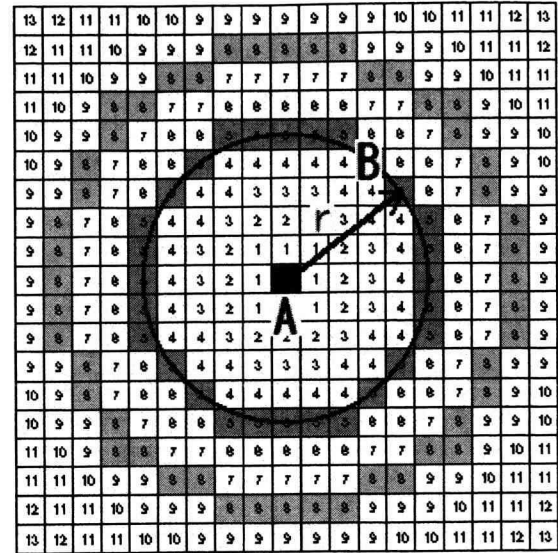


図5 画素Aに対する画素Bの間隔距離 r の増加に伴って増加する存在確率

きる画素が増える。したがって、2つの画素間の距離が増えるに従って、存在する確率が増えることになる。この存在できる画素数を微視的状态数とすれば、微視的状态数は二つの画素間の長さを半径 r とする円周長さに比例し、すなわち r に比例する。したがってAとB2つの画素間のエントロピー s_{AB} は、 $W = r$ として、次式によって求まる。

$$s_{AB} = \ln r \quad (11)$$

ここで、画像上に存在する黒い画素同士の全ての2つの組み合わせに対して画素間のエントロピーを求め、それを全て足しあわせたものをシステム内のエントロピーとすれば(12)式よりエントロピーが求まる。

$$S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n Z_{i,j} \cdot Z_{k,l} \cdot \ln \left(\sqrt{(k-i)^2 + (l-j)^2} \right) \quad (12)$$

ここで、 Z は黒の画素のときは1、白の画素のときは0とする。実際のプログラムにおいては $k=i$ かつ $l=j$ の場合、すなわち同じ画素同士の場合の計算は行わない（平方根内を0にしない）。

3.4 各算出法のエントロピー計算値比較

図2で既出の3つの画像パターンに図6に新たに示す8つの画像パターンを加え、それぞれのパターンについて上述の(a)から(f)の6種類のエントロピー算出法によるエントロピー値の比較を行った。表4にはその値を、表5には各

している。これは(a)(d)ともに一列中の黒と白の数の比が基準となっていることが理由として考えられる。

(e)はBが最も高い値となっている。Bは黒画素が最も均等にちりばめられた状態であり、「均衡」や「平衡」といった言葉で表現しやすい状態である。この算出法は黒画素あるいは白画素の連続が少なければ少ないほど大きな値となるので、均等な散らばり加減の指標ともいえる。著者らの主観によっても、この順列は画像の均一性の高いものの順列に近いと感じる。従って(e)は物エントロピーの順位付けに適している可能性がある。

(f)においては、Dが最も高い値を示している。この算出法では、黒画素の数が増えるとエントロピーも増加するので最も黒画素の数が多いDが最高値となるのは当然の結果といえる。この算出法は2つの黒画素の距離をパラメータとしたエントロピーであるので、容積増加などによる物エントロピーの増加に相関があると考えられる。しかし、DおよびE以外のパターンに対しては各パターン間の値の差異が非常に少ない。

3.4.2 画像パターンによる比較検討

つぎにいくつかのパターンに着目した検討を行う。IとHおよびJとKの値の違いは著者らの主観的な視覚判断では非常に微少な違いである。IとHはともに人為的に作成したものであり、画像の中心部に対して右斜め上方向と左斜め下方向に密度の高い部分を与えた。HはIに対して微妙に右斜め上の方が密度を高くした。主観的に見ると、Hの方が右上方向にまとまっている分エントロピーが低いといえる。各算出法を比較してみると、(c)以外はIに対してHの方がエントロピーが低くなっている((b)に関してはHおよびIは、ほぼ同値)。

KとJは共にコンピュータ上の乱数表を用いて黒画素と白画素をちりばめたものである。このため「乱雑さ」および「均衡度」は共に高いと考えられる。Jの方が中心部分水平方向に長い列が1列ある。これによって主観的には多少Jの方がまとまりはあるように感じられ、Jの方にエントロピーは低いと感じる。IとHの場合と同様に(c)以外はJの方がエントロピーは低くなっている。

この結果IとHおよびJとKの値の比較において(c)のみが他と異なった傾向を示した。(c)は他のパターンと同様にH, I, JおよびKの4つに比較的高い値を与えているにもかかわらず、HおよびIとJおよびKの2極間においては他と異なる傾向を示すことは興味深い。

著者らの主観によると、熱エントロピーの強度に対しては(b)の2×2のシンボルによる算出方法が、物エントロピーの強度に対しては(e)の黒画素が連続する確率を基準とする算出方法がそれぞれ相関性があるように感じるが、後

述する心理学実験の結果を待ちたい。

4. 心理量とエントロピー値の関係を調べる心理実験

前述してきたように、何をシンボルにするのか、あるいは微視的状态数を決める確率を何にするかは様々考えられ、そのため画像パターンのエントロピー算出方法もいろいろ考えられる。ここで重要なことは、人が感じ得る心理量としてのエントロピーの強弱がどのような算出法によるエントロピー値に対して相関があるかということである。また、3.1で議論したように、どのような言語表現を用いて画像を比較させるかによっても、画像に対するイメージは異なったものとなると考えられる。したがってエントロピー概念を教授する場合、比較を促す言葉と相関のある視覚表現エントロピー算出法を探し出し、お互い相関の取れた「言語表現」と「視覚表現」を用いる必要があると考える。そこで、言語表現と視覚表現エントロピー値の相関性を調べる心理実験手法を検討した。

4.1 心理量の定量化

心理量を尺度化する心理実験方法には様々ある⁶⁾。尺度には大きく分けて刺激に対する心理量を序数的に定量化する順位尺度と基数的に定量化する距離尺度がある。順位尺度を求める手法としては、順位法と、一対比較法がある。順位法は被験者に提示した刺激の全ての順位を決定させる方法である。一対比較法は異なる2つについてどちらか一つを選ばせ、2つずつの総組み合わせについて比較することで全ての順位を決める。距離尺度を求める方法としては数段階で表現される既知尺度を用意し、各刺激に対してそのうちの1段階を被験者に選ばせる評定尺度法⁶⁾がある。

本研究では、図2および図6に示した図を用いて異なった言語表現毎に3.3で示した各算出法によるエントロピー値の相関を調べる予定である。これらの比較の中には、図2のBとCのように、必ずしも順位を決定できないと考えられる組み合わせが存在する。本研究ではこうした比較の可否についても同時に調べる必要がある。評定尺度法⁶⁾は比較可能な刺激と心理量の関係を調べることを前提とするので、本実験には適さない。また、順位法についても比較不可能な刺激が入っていると、順位の決定に混乱をまねくため本実験に適しているとはいえない。一対比較法は2つの組み合わせ毎に結果を得ることができるため、比較不可能な組み合わせが存在してもその結果は他の比較に直接影響を与えることは少ないと考える。また、その回答結果のばらつきの程度を見ることによって比較不可能性を評価することができる(回答結果のばらつきが多い比較ほど比較しづらいことを意味する)。そこで本研究では、図2およ

び図6に示した図について、はじめに一对比較法によって比較可能性と順位を決定し、その後比較可能な組み合わせについて評定尺度法⁶⁾によって距離尺度を決定する。

4.2 今後の方針

今後は、表2にカテゴリー化した言語表現と、更に3.1で提案した「捕まえにくさ」の言語表現を加え、各言語表現毎に被験者に異なる2つの画像パターンを提示し、その内の強い方を選ばせるアンケート形式の心理実験を行う。その結果によって、個々の言語表現と各視覚表現エントロピー算出値の相関関係を明らかにする。

5. おわりに

本研究ではエントロピー概念を分かり易く教授するための教育コンテンツの開発に必要な基礎研究として、言語表現および視覚表現などによって感覚的にエントロピーの違いを示すことができる手法の検討を行った。

第一に感覚的にエントロピーの概念を表現するものとして、言語表現に着目し、言語表現に何を用いるかによって感知するエントロピーが変化する可能性を指摘し、物エントロピーと熱エントロピーを同時に表現できる言語表現の必要性を説いた。

第二として、視覚表現における画像のエントロピーの算出方法について検討し、2値パターン画像に対する6つのエントロピー値算出法を提案した。これらの算出手法を用いて任意に選んだパターン画像についてエントロピー値の順位比較を行った結果、算出手法によって大きな違いが出ることを確認した。

以上の結果より、言語表現によって指示された心理量としてのエントロピーと、視覚表現としてパターン画像を用いたときの画像エントロピー計算値との相関性を調査する必要性を説いた。また、その調査結果を基に、心理量としてのエントロピーと相関性のある視覚表現を用いることによって、エントロピーの学習者にエントロピーの違いを学習者の感覚に矛盾せずに提示する必要性を説いた。

参考文献

- 1)ファースト:「エントロピー」, 好学社(1969).
- 2)坂本秀人:「New Direction in the Foundation of

- Physics」, 日本科学哲学会ニューズレター, No.23(2003)1.
- 3)松尾隆祐:「熱力学の授業」, 熱測定, Vol.32, No.1(2005)20.
- 4)野嶋栄一郎, 赤堀侃司, 菅井勝雄:「情報教育論」, 放送大学教育振興会(2002).
- 5)佐藤智明, 坂井滋和, 小口幸成:「機械工学実習科目におけるマルチメディア利用の学習効果」, 教育システム情報学会第29回全国大会, (2004)227.
- 6)日本教育工学会編:「教育工学事典」, 日本教育工学会(2004).
- 7)佐藤幸男, 加藤哲孝:「多面体の情報量と視方向評価」, 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol.J75-D-2, No.8(1992)1346.
- 8)石川尋代, 佐藤幸男:「多面認識における心理量と物体エントロピーの関係について」, 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol.J86-D-2, No.1(2003)111.
- 9)坂谷尚哉, 川澄未来子, 古橋武:「視覚情報の物理量と認知情報量との関係に関する基礎的考察」, 第17回ファジイシステムシンポジウム講演論文集(2001)655.
- 10)谷下市松:「基礎熱力学」, 裳華房(1971).
- 11)北山直方:「図解熱力学の学び方」, オーム社(1977).
- 12)パークレー物理コース編:「統計物理」, 丸善(株)(1970).
- 13)池上雄作:「化学熱力学」, 放送大学教育振興会(1995).
- 14)鎌田清一郎:「画像処理」, サイエンス社(2003).
- 15)アマルティア・セン:「不平等の経済学」, 東洋経済新報社(2000).
- 16)都筑卓司:「マックスウェルの悪魔」, 講談社(2002).
- 17)竹内薫:「熱とはなんだろう」, 講談社(2002).
- 18)P・W・アトキンス:「エントロピーと秩序」, 日経サイエンス社(1992).
- 19)岡部豊, 堂寺知成:「エネルギーと熱」, 放送大学教育振興会(2003).
- 20)Andreas Greven, Gerhard Keller, Gerald Warnecke:「Entropy」, Princeton University Press(2003).
- 21)小竹進:「感性工学の基礎」, 丸善(株)(2005).